

الجزء الخاص

بالشرح و التمارين





تطبيق
التعلُّم التفاعُلى

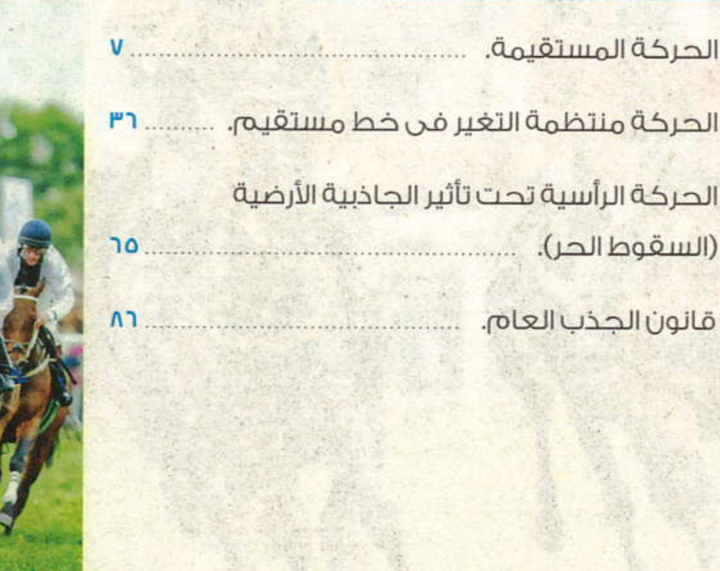


إعداد نخبة من خبراء التعليم

الصف الثانى الثانوى
القسم العلمى
الفصل الدراسى الثانى

محتويات الكتاب

الوحدة 1 الديناميكا



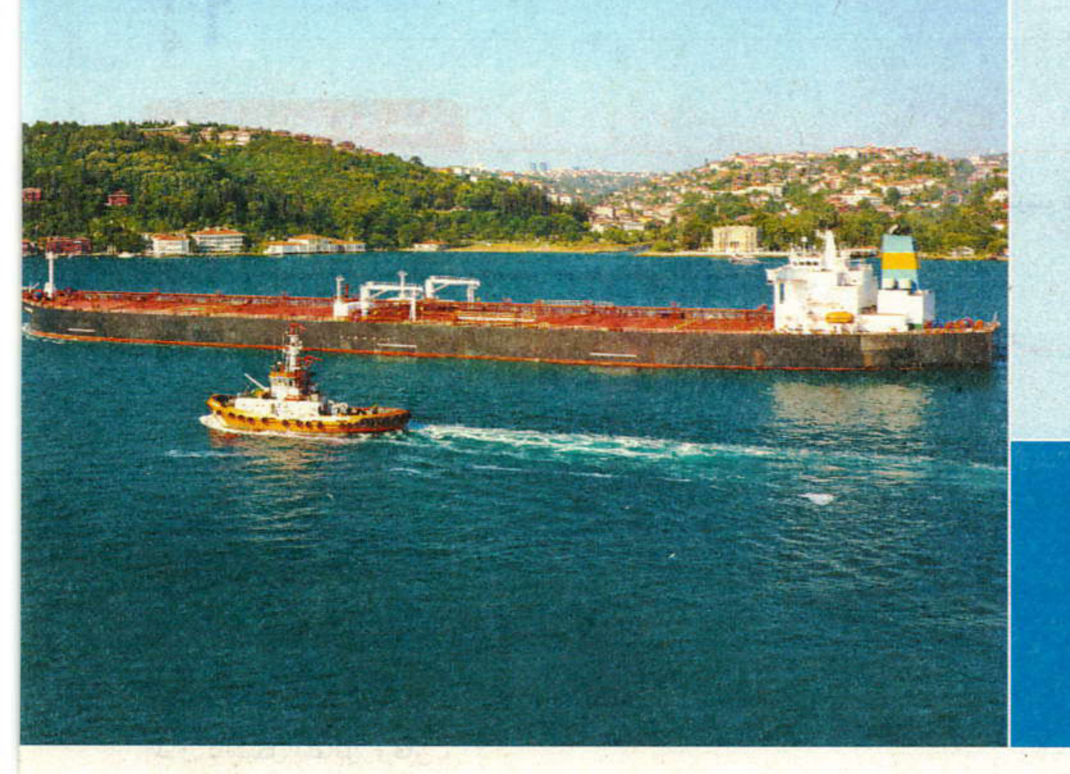
الوحدة 2 الاحتمال



الوحدة الأولى

الديناميكا





الدرس 1

الحركة المستقيمة

بعض التعاريف والمفاهيم الأساسية

الحركة

هى تغير موضع الجسم بتغير الزمن بالنسبة إلى موضع جسم آخر.

والسكون والحركة مفهوم نسبى فراكب القطار قد يبدو ساكنًا بالنسبة لراكب آخر فى نفس القطار بينما كلاهما يعتبر متحركًا بالنسبة لشخص يقف على الطريق أثناء سير القطار.

وهناك أنواع عديدة للحركة فمنها :

١ حركة انتقالية يتحرك فيها الجسم بين نقطتين تسمى الأولى نقطة البداية والثانية نقطة النهاية ومنها نوعان :

(أ) حركة فى خط مستقيم مثل حركة جسم يسقط من نافذة.

(ب) حركة فى خط منحنى مثل حركة المقذوفات.

٢ حركة دورانية واهتزازية مثل حركة الكواكب وحركة بندول الساعة وهى خارج نطاق دراستنا فى هذا الكتاب.

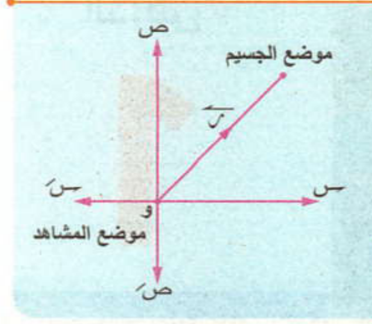
الجسيم

هو نقطة افتراضية يتم استخدامها لدراسة حركة الجسم حيث يتم تمثيل حركة الجسم كله بحركة نقطة مع إهمال أى حركة داخلية أخرى للجسم مثل الحركة الدورانية أو الاهتزازية.

متجه الموضع لجسيم

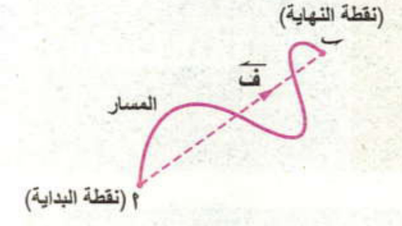
هو المتجه الذى تنطبق نقطة بدايته مع موضع المشاهد لعملية الحركة (و) ونقطة نهايته مع موضع الجسيم فى الوقت الحالى ويرمز له عادة بالرمز $\overleftarrow{ر}$ حيث :

$\overleftarrow{ر} = س \overleftarrow{س} + ص \overleftarrow{ص}$



الإزاحة والمسافة

إذا تحركت سيارة من الموضع الابتدائى (أ) إلى أن وصلت الموضع النهائى (ب) متبعة المسار المبين بالشكل المقابل ، فإن :



متجه الإزاحة

هو المتجه الذى تمثله القطعة المستقيمة الموجهة $\overleftarrow{أ ب}$ التى تنطبق نقطة بدايتها (أ) مع الموضع الابتدائى للجسيم ونقطة نهايتها (ب) مع الموضع النهائى للجسيم ويرمز لها بالرمز $\overleftarrow{ف}$

أى أن لتحديد متجه الإزاحة يلزم معرفة :

- **مقدار الإزاحة :** وهو البُعد بين الموضع الابتدائى والموضع النهائى للحركة = $\| \overleftarrow{أ ب} \| = \| \overleftarrow{ف} \|$
- **اتجاه الإزاحة :** وهو اتجاة حركة الجسيم من الموضع الابتدائى إلى الموضع النهائى.

المسافة

هى طول المسار الفعلى الذى قطعه الجسيم وهى كمية قياسية.

ملاحظات :

- مقدار الإزاحة الحادثه لجسيم يساوى المسافة المقطوعة فى حالة الحركة فى خط مستقيم فى اتجاه ثابت فقط.
- إذا تحرك جسيم ثم عاد إلى نفس النقطة التى تحرك منها فإن مقدار الإزاحة الحادثه له = صفر.
- مقدار الإزاحة $\leq$ المسافة المقطوعة.

مثال ١

إذا تحرك جسم شرقًا مسافة ١٢ مترًا ثم تحرك بعد ذلك مسافة ٥ أمتار شمالاً ثم توقف. احسب المسافة والإزاحة الحادثة للجسم.

شمال
ب
٥ متر
غرب
و
هـ
١٢ متر
أ
شرق
جنوب

الحــل

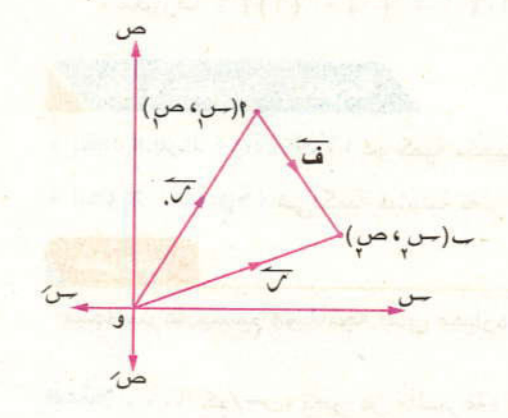
- المسافة التى قطعها الجسيم = و أ + أ ب = ١٢ + ٥ = ١٧ متر
- الإزاحة ممثلة بالقطعة المستقيمة الموجهة $\overleftarrow{و ب}$ حيث :

– مقدار الإزاحة = $\sqrt{(٥)^٢ + (١٢)^٢}$ = ١٣ متر

– اتجاه الإزاحة : حيث ظا هـ = $\frac{٥}{١٢}$ فإن : هـ ≈ ١٢ ̊ ٣٧ َ ٢٢ ً

أى أن مقدار الإزاحة ١٣ متر واتجاهها شمال الشرق بزاوية قياسها ١٢ ̊ ٣٧ َ ٢٢ ً

العلاقة بين متجه الموضع ومتجه الإزاحة



نفرض أن (و) هى موضع المشاهد لحركة جسيم من موضعه الابتدائى عند النقطة (أ) إلى موضعه النهائى عند النقطة (ب) بين لحظتين زمنيتين متتاليتين.

فإذا رمزنا لمتجة الموضع عند اللحظة الابتدائية (ن) بالرمز $\overleftarrow{ر.}$ ولمتجة الموضع عند اللحظة النهائية (ن + هـ) بالرمز $\overleftarrow{ر}$ فإن متجه الإزاحة :

$\overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ر} - \overleftarrow{ر.}$ = (س٢ – س١) $\overleftarrow{س}$ + (ص٢ – ص١) $\overleftarrow{ص}$

، ‖ $\overleftarrow{ف}$ ‖ = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

وإذا كان $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه $\overleftarrow{أ ب}$ فإن : $\overleftarrow{ف}$ = ‖ $\overleftarrow{ف}$ ‖ $\overleftarrow{ى}$

مثال ٢

يتحرك جسيم بحيث كان متجه موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ بالعلاقة : $\overleftarrow{ر}$ = (ن + ٢) $\overleftarrow{س}$ + (٣ ن – ٢) $\overleftarrow{ص}$ **أوجد :**

١ متجه الإزاحة $\overleftarrow{ف}$

٢ معيار الإزاحة الحادثة حتى اللحظة ن = ٤ ثانية.

٣ معيار الإزاحة الحادثه بين اللحظتين ن = ٢ إلى ن = ٤

الحـل

[١] $\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{ر} - \overrightarrow{ر}_.$ = (ن + ٢) $\overrightarrow{س}$ + (٣ ن − ٢) $\overrightarrow{ص}$ − [٢ $\overrightarrow{س}$ − ٢ $\overrightarrow{ص}$] = ن $\overrightarrow{س}$ + ٣ ن $\overrightarrow{ص}$

[٢] ∵ $\overrightarrow{ر}_.$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ − ٢ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ر}_{٤}$ = ٦ $\overrightarrow{س}$ + ١٠ $\overrightarrow{ص}$

∴ متجه الإزاحة الحادثة حتى اللحظة (ن = ٤) هى $\overrightarrow{ر}_{٤} - \overrightarrow{ر}_.$ = ٤ $\overrightarrow{س}$ + ١٢ $\overrightarrow{ص}$

، معيارها = $\sqrt{(٤)^{٢} + (١٢)^{٢}}$ = ٤ $\sqrt{١٠}$ وحدة طول.

[٣] ∵ $\overrightarrow{ر}_{٢}$ = ٤ $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$

، $\overrightarrow{ر}_{٤}$ = ٦ $\overrightarrow{س}$ + ١٠ $\overrightarrow{ص}$

∴ متجه الإزاحة الحادثه بين اللحظتين ن = ٢

، ن = ٤ هى $\overrightarrow{ر}_{٤} - \overrightarrow{ر}_{٢}$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ + ٦ $\overrightarrow{ص}$

، معيارها = $\sqrt{(٢)^{٢} + (٦)^{٢}}$ = ٢ $\sqrt{١٠}$ وحدة طول.

لاحظ أن

عند بدء الزمن يكون متجه الإزاحة هو المتجه الصفرى بينما متجه الموضع لايشترط أن يساوى المتجه الصفرى

متجه السرعة - السرعة

* **متجه السرعة** (Velocity) هو كمية متجهه تعبر عن المعدل الزمنى للتغير فى موضع الجسم.
* **السرعة** (Speed) هى كمية قياسية تعبر عن معيار متجه السرعة.

تعريف

متجه سرعة جسيم هو المتجه الذى معياره يساوى قيمة السرعة وينطبق اتجاهه على اتجاه الحركة.

فمثلًا : «٩٠ كم/س» تعبر عن «السرعة» أما «٩٠ كم/س شمالاً» تعبر عن «متجه السرعة»

وحدات قياس السرعة

هى : الكيلومتر فى الساعة أى (كم/س) ، المتر فى الثانية أى (م/ث) ، السنتيمتر فى الثانية أى (سم/ث).

حيث

١ كم/س = $\frac{١٠٠٠ \text{ متر}}{٦٠ \times ٦٠ \text{ ثانية}}$ = $\frac{٥}{١٨}$ م / ث.

، ١ كم/س = $\frac{١٠٠٠ \times ١٠٠ \text{ سم}}{٦٠ \times ٦٠ \text{ ثانية}}$ = $\frac{٢٥٠}{٩}$ سم/ث.

أى أن

كم/س × $\frac{٥}{١٨}$ ← متر/ث

كم/س × $\frac{٢٥٠}{٩}$ ← سم/ث

فمثلًا : ٢٧ كم/س = ٢٧ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٧,٥ م/ث

، $٤\frac{١}{٢}$ كم/س = $٤\frac{١}{٢}$ × $\frac{٢٥٠}{٩}$ = ١٢٥ سم/ث

، ٢٠ م/ث = ٢٠ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٧٢ كم/س

الحركة المنتظمة

هى الحالة التى يكون فيها كل من معيار واتجاه متجه السرعة ثابتًا.

*** ومن ذلك نتوصل إلى الملاحظتين الهامتين الآتيتين على الحركة المنتظمة :**

١ **ثبات اتجاه متجه السرعة** : وهذا يعنى أن الجسيم يتحرك فى اتجاه ثابت (يتحرك فى خط مستقيم).

٢ **ثبات معيار متجه السرعة** : وهذا يعنى أن الجسيم يقطع فى اتجاه حركته مسافات متساوية خلال فترات زمنية متساوية أى (يتحرك بسرعة ثابتة).

لاحظ أن
الحركة المستقيمة هى الحركة فى خط مستقيم

ملاحظة :

فى حالة الحركة المنتظمة يكون :

١ معيار الإزاحة الحادثة = المسافة المقطوعة

٢ العلاقة بين متجهى الإزاحة والسرعة هى : $\overleftarrow{ف} = ن \overleftarrow{ع}$

٣ يسمى متجه السرعة الثابتة فى هذه الحالة بمتجه السرعة المنتظمة وهى السرعة التى يقطع بها الجسم ازاحات متساوية فى أزمنة متساوية.

الحركة المتغيرة

إذا لم تكن الحركة منتظمة فإننا نسميها متغيرة والحركة المتغيرة يتغير فيها متجه سرعة الجسيم فى المقدار أو فى الاتجاه أو فى كليهما من لحظة إلى أخرى.

* **لاحظ أن :** السيارة التى تقطع مسافة ثابتة ٨٠ كم كل ساعة فى مسار دائرى لها **سرعة ثابتة** «٨٠ كم/س» ولكن **متجه سرعتها** ليس ثابتًا لأن اتجاه الحركة يتغير.

ملاحظة :

فى حالة الحركة فى خط مستقيم نفرض متجه وحدة $\overleftarrow{ى}$ فى اتجاه يوازى اتجاه الحركة وعلى ذلك فإن :

* ف (القياس الجبرى لمتجة الإزاحة) = $\| \overleftarrow{ف} \|$ إذا كانت الإزاحة فى نفس اتجاه $\overleftarrow{ى}$

أ، $- \| \overleftarrow{ف} \|$ إذا كانت الإزاحة فى عكس اتجاه $\overleftarrow{ى}$

* ع (القياس الجبرى لمتجه السرعة) = $\| \overleftarrow{ع} \|$ إذا كان اتجاه السرعة فى نفس اتجاه $\overleftarrow{ى}$

أ، $- \| \overleftarrow{ع} \|$ إذا كان اتجاه السرعة فى عكس اتجاه $\overleftarrow{ى}$

السرعة المتوسطة - متجه السرعة المتوسطة

* السرعة المتوسطة ($ع_م$) خلال فترة زمنية هى خارج قسمة المسافة الكلية فى هذه الفترة على مقدار هذه الفترة الزمنية وهى (كمية قياسية)

أى أن السرعة المتوسطة ($ع_م$) = $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}}$

* متجه السرعة المتوسطة ($\overleftarrow{ع}_م$) خلال فترة زمنية هو خارج قسمة متجه الإزاحة فى هذه الفترة على مقدار هذه الفترة الزمنية وهو (كمية متجهة)

وإذا كان : $\overleftarrow{ر}_1$ ، $\overleftarrow{ر}_2$ هما متجها الموضع لجسيم عند اللحظتين الزمنيتين $ن_1$ ، $ن_2$ على الترتيب

فإن متجه السرعة المتوسطة ($\overleftarrow{ع}_م$) = $\frac{\text{الإزاحة الحادثة}}{\text{الزمن الكلى}} = \frac{\overleftarrow{ر}_2 - \overleftarrow{ر}_1}{ن_2 - ن_1} = \frac{\overleftarrow{ف}}{ن_2 - ن_1}$

* **لاحظ أن :** السرعة المتوسطة ليس بالضرورة أن تساوى معيار متجه السرعة المتوسطة.

* **المفهوم الفيزيائى للسرعة المتوسطة** : هى السرعة التى لو سار بها الجسم بانتظام خلال الفترة الزمنية لقطع نفس المسافة الكلية.

متجه السرعة اللحظية

إذا كانت الفترة الزمنية ($ن_2 - ن_1$) صغيرة جدًا ومتوسطها اللحظة $ن$ فإن متجه السرعة فى هذه الحالة يُعرف بمتجه السرعة اللحظية عند اللحظة $ن$ ويُرمز له بالرمز $\overleftarrow{ع}$

مثال توضيحى

(نقطة النهاية) ب
المسار
(نقطة البداية) أ

إذا بدأ قائد سيارة رحلته بين مدينتين أ ، ب متخذًا المسار المنحنى المبين بالشكل. فإذا كان طول المسار ٢٤٠ كم بينما البعد بين المدينتين فى حالة اتخاذه طريقًا مستقيمًا هو ٢١٠ كم وقد أتم السائق رحلته فى ٣ ساعات وبطبيعة الحال أثناء الرحلة فإن قراءة عداد السرعة تتغير من لحظة لأخرى فأحيانًا تكون ١٢٠ كم/ساعة وأخرى ٦٠ كم/ساعة وربما صفر كم/ساعة فى حالة التوقف فى محطة وقود أو استراحة ولكن فى نهاية الأمر فإن :

1. السيارة سارت مسافة ٢٤٠ كم فى فترة ٣ ساعات أى بمعدل ٨٠ كم لكل ساعة وهذا ما يسمى بالسرعة المتوسطة.

أى أن السرعة المتوسطة = $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}} = \frac{٢٤٠}{٣} = ٨٠$ كم/س

٢ متجه السرعة المتوسطة مرتبط بالإزاحة الحادثة للجسم فالبرغم من أن السيارة سارت مسافة ٢٤٠ كم إلا أن الإزاحة الحادثة هى ٢١٠ كم فى الاتجاه من أ إلى ب وعلى ذلك فإن :

$$\text{متجه السرعة المتوسطة} = \frac{\text{الإزاحة الحادثة}}{\text{الزمن الكلى}} = \frac{٢١٠}{٣} = ٧٠ \text{ كم/ساعة فى اتجاه } \overleftarrow{أب}$$

٣ قراءة عداد السرعة بالسيارة يدل على السرعة اللحظية

أى أن (١٢٠ كم/س ، ٦٠ كم/س ، ....) هى سرعات لحظية تختلف من لحظة لأخرى.

مثال ٣

قطعت سيارة مسافة ٤٥ كم على طريق مستقيم فى زمن قدره $\frac{٣}{٤}$ ساعة ثم عادت فقطعت ٢٥ كم فى الاتجاه المعاكس فى زمن قدره $\frac{١}{٢}$ ساعة **أوجد فى نهاية الرحلة :**

١ الإزاحة الحادثة.

٢ المسافة الكلية المقطوعة.

٣ السرعة المتوسطة.

٤ متجه السرعة المتوسطة.

الحل

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحده فى اتجاه الحركة من أ إلى ب فإن :

أ ——— ٤٥ كم $\overleftarrow{ى}$ ——— ب

جـ ——— ٢٥ كم ——— ب

١ الإزاحة الحادثة = ٤٥ $\overleftarrow{ى}$ + (−٢٥ $\overleftarrow{ى}$) = ٢٠ $\overleftarrow{ى}$

٢ المسافة الكلية المقطوعة = ٤٥ + ٢٥ = ٧٠ كم

$$\text{٣ السرعة المتوسطة} = \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}} = \frac{٧٠}{\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٢}} = ٥٦ \text{ كم/س}$$

$$\text{٤ متجه السرعة المتوسطة} = \frac{\text{الإزاحة الحادثة}}{\text{الزمن الكلى}} = \frac{٢٠ \overleftarrow{ى}}{\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٢}} = ١٦ \overleftarrow{ى}$$

أى أن متجه السرعة المتوسطة له نفس متجه الوحدة $\overleftarrow{ى}$ ومعياره = ١٦ كم/س

مثال ٤

قطع راكب دراجة على طريق مستقيم مسافة ٣٧,٥ كم بسرعة ٢٥ كم/س ثم قطع ١٨كم بسرعة ١٢كم/س.

أوجد متجه السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها إذا كانت :

١ الإزاحتان فى اتجاه واحد.

٢ الإزاحتان فى اتجاهين متضادين.

الحـــل

∵ زمن قطع المسافة الأولى = $\frac{٣٧,٥}{٢٥}$ = ١,٥ ساعة

، زمن قطع المسافة الثانية = $\frac{١٨}{١٢}$ = ١,٥ ساعة

∴ الزمن الكلى = ١,٥ + ١,٥ = ٣ ساعة

١ إذا كانت الإزاحتان فى اتجاه واحد

$\overleftarrow{ى}$

١٢ كم/س　٢٥ كم/س

١٨ كم　٣٧,٥ كم

∴ متجه الإزاحة الكلية = ٣٧,٥ $\overleftarrow{ى}$ + ١٨ $\overleftarrow{ى}$ = ٥٥,٥ $\overleftarrow{ى}$

∴ متجه السرعة المتوسطة $\overleftarrow{ع}_م$ = $\frac{٥٥,٥}{٣}$ = ١٨,٥ $\overleftarrow{ى}$

∴ متجه السرعة المتوسطة له نفس اتجاه $\overleftarrow{ى}$ ومعياره = ١٨$\frac{١}{٢}$ كم/س

٢ إذا كانت الإزاحتان فى اتجاهين متضادين

$\overleftarrow{ى}$

٢٥ كم/س

٣٧,٥ كم

١٢ كم/س

١٨ كم

∴ متجه الإزاحة الكلية = ٣٧,٥ $\overleftarrow{ى}$ + (−١٨ $\overleftarrow{ى}$) = ١٩,٥ $\overleftarrow{ى}$

∴ متجه السرعة المتوسطة $\overleftarrow{ع}_م$ = $\frac{١٩,٥ \overleftarrow{ى}}{٣}$ = ٦,٥ $\overleftarrow{ى}$

∴ متجه السرعة المتوسطة له نفس اتجاه $\overleftarrow{ى}$ ومعياره ٦,٥ كم/س

مثال ٥

فى نظام إحداثى متعامد ، إذا بدأ جسيم حركته من نقطة ثابتة وبعد مرور ٣ ثوان من بدء الحركة كان الجسيم عند الموضع أ (٧ ، ٣) وبعد مرور ٥ ثوان من بدء الحركة كان الجسيم عند الموضع ب (١٣ ، ١١) أوجد متجه السرعة المتوسطة للجسيم خلال تلك الفترة ثم أوجد معيارها واتجاهها.

الحـــل

$\overleftarrow{ر}_١$ = $\overleftarrow{و أ}$ = ٧ $\overleftarrow{س}$ + ٣ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ر}_٢$ = $\overleftarrow{و ب}$ = ١٣ $\overleftarrow{س}$ + ١١ $\overleftarrow{ص}$

∴ متجه السرعة المتوسطة $\overleftarrow{ع}_م$ = $\frac{\overleftarrow{ر}_٢ - \overleftarrow{ر}_١}{ن_٢ - ن_١}$ = $\frac{٦ \overleftarrow{س} + ٨ \overleftarrow{ص}}{٥ - ٣}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$

∴ ‖ $\overleftarrow{ع}_م$ ‖ = $\sqrt{٣^٢ + ٤^٢}$ = ٥ وحدة طول/ثانية.

، ∵ ظا هـ = $\frac{٤}{٣}$　∴ هـ ≈ ٥٣° ٧َ ٤٨ً

أى أن اتجاه متجه السرعة المتوسطة يصنع زاوية قياسها ٥٣° ٧َ ٤٨ً مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

مثال ٦

الشكل المقابل يمثل العلاقة بين الزمن المنقضى والمسافة المقطوعة لحركة قطار فى خط مستقيم من نقطة (و) أوجد :

١ متجه السرعة المتوسطة.

٢ السرعة المتوسطة.

الحـــل

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة القطار

وبأخذ النقطتين أ (١ ، ١٠٠) ، ب (٤ ، ٤٠٠)

$$\therefore \overleftarrow{ع}_م = \frac{\text{الإزاحة الحادثة}}{\text{الزمن المنقضى}} = \frac{٤٠٠ - ١٠٠}{٤ - ١} = ١٠٠ \overleftarrow{ى}$$

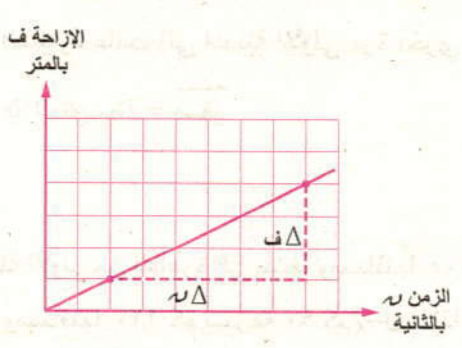
أى أن معيار متجه السرعة المتوسطة ١٠٠ كم/س فى اتجاه الحركة.

، السرعة المتوسطة = $\frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{الزمن المنقضى}} = \frac{٣٠٠}{٣} = ١٠٠$ كم/س

ونلاحظ أن معيار متجه السرعة المتوسطة = السرعة المتوسطة لأن الحركة منتظمة.

ملاحظـة :

عند تمثيل العلاقة بين الإزاحة الحادثة والزمن المستغرق لحركة فى خط مستقيم بيانيًا نلاحظ ما يلى :



* الشكل البيانى يوضح أن الحركة منتظمة
* متجه السرعة اللحظية = متجه السرعة المتوسطة

$= \frac{\text{الإزاحة الحادثة}}{\text{الزمن المنقضى}} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن} =$ ميل الخط البيانى

* الشكل البيانى يوضح أن الحركة متغيرة.
* متجه السرعة اللحظية

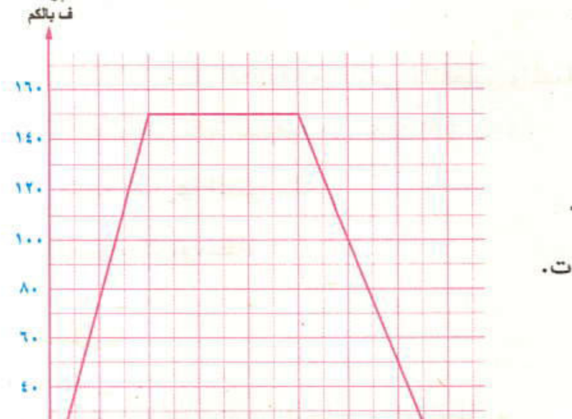
= ميل المماس للمنحنى عند هذه اللحظة

$= \lim_{\Delta ن \to \text{صفر}} \frac{\Delta ف}{\Delta ن}$

* متجه السرعة المتوسطة خلال فترة زمنية

= ميل القاطع خلال تلك الفترة الزمنية

مثال ٧



يمثل الشكل المقابل العلاقة بين مقدار الإزاحة (ف) الحادثة لسيارة تتحرك بين مدينتين ذهابًا وإيابًا والزمن (ن)

١ أوجد مقدار متجه السرعة المتوسطة خلال أول ساعتين.

٢ أوجد مقدار متجه السرعة المتوسطة خلال آخر ٣ ساعات.

٣ ما دلالة القطعة المستقيمة الأفقية.

٤ أوجد كلًا من السرعة المتوسطة ومتجه السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها.

الحل

١ ∵ ميل الخط البيانى خلال أول ساعتين = $\frac{١٥٠ - صفر}{٢ - صفر}$ = ٧٥

∴ مقدار متجه السرعة المتوسطة خلال أول ساعتين = ٧٥ كم/س (ذهابًا)

٢ ∵ ميل الخط البيانى خلال آخر ٣ ساعات = $\frac{صفر - ١٥٠}{٨ - ٥}$ = -٥٠

∴ مقدار متجه السرعة المتوسطة خلال آخر ٣ ساعات = ٥٠ كم/س (عودة)

٣ تدل على توقف حركة السيارة لمدة ٣ ساعات.

٤ • السرعة المتوسطة = $\frac{المسافة الكلية المقطوعة}{الزمن الكلى}$ = $\frac{١٥٠ + ١٥٠}{٨}$ = ٣٧,٥ كم/س

• متجه السرعة المتوسطة = $\frac{الإزاحة الحادثة}{الزمن الكلى}$ وحيث أن السيارة عادت إلى المدينة الأولى مرة أخرى

∴ الإزاحة الحادثة = صفر ∴ متجه السرعة المتوسطة = صفر

مثال ٨

قطع قطار المسافة بين القاهرة والإسكندرية على مرحلتين : المرحلة الأولى من القاهرة إلى طنطا ومسافتها ١٠٥ كم بسرعة ١٠٥ كم/س. المرحلة الثانية من طنطا إلى الإسكندرية ومسافتها ١٢٠ كم بسرعة ٩٠ كم/س. فإذا كان القطار قد توقف فى طنطا لمدة ١٠ دقائق. أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة الكلية (اعتبر أن القطار يتحرك طوال الوقت على خط مستقيم).

الحل

ى
٩٠ كم/س ١٠٥ كم/س
الإسكندرية ١٢٠ كم طنطا ١٠٥ كم القاهرة

∵ متجه الإزاحة الكلية ف = ١٠٥ ى + ١٢٠ ى = ٢٢٥ ى

، ∵ زمن قطع المسافة الأولى = $\frac{١٠٥}{١٠٥}$ = ١ ساعة

، زمن قطع المسافة الثانية = $\frac{١٢٠}{٩٠}$ = $\frac{٤}{٣}$ ساعة

، زمن الاستراحة فى طنطا = ١٠ دقائق = $\frac{١٠}{٦٠}$ = $\frac{١}{٦}$ ساعة

∴ الزمن الكلى = ١ + $\frac{٤}{٣}$ + $\frac{١}{٦}$ = ٢,٥ ساعة

∴ متجه السرعة المتوسطة $\overleftarrow{ع}_م$ = $\frac{٢٢٥ \overleftarrow{ى}}{٢,٥}$ = ٩٠ $\overleftarrow{ى}$

∴ متجه السرعة المتوسطة له نفس اتجاه $\overleftarrow{ى}$ ومعياره يساوى ٩٠ كم/س.

مثال ٩

مدينتان أ ، ب الطريق بينهما مستقيم. قامت سيارة من المدينة أ متجهة إلى ب بسرعة ٢٥ كم/س وفى نفس اللحظة قامت سيارة أخرى من المدينة ب متجهة إلى أ سرعتها ٦٥ كم/س

أوجد متى وأين تتقابل السيارتان علمًا بأن طول الطريق ١٨٠ كم

الحـــل

نفرض أن السيارتين تتقابلان بعد زمن قدره ن ساعة



∵ $ف_١ + ف_٢ = ١٨٠$ ∴ ٢٥ ن + ٦٥ ن = ١٨٠

∴ ٩٠ ن = ١٨٠ ∴ ن = ٢ ساعة

∴ السيارتان تتقابلان بعد ساعتين من بدء الحركة.

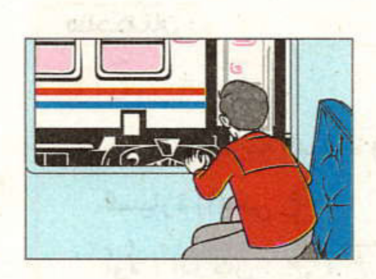
، ∵ $ف_١$ = ٢٥ × ٢ = ٥٠ كم

∴ السيارتان تتقابلان على بُعد ٥٠ كم من أ

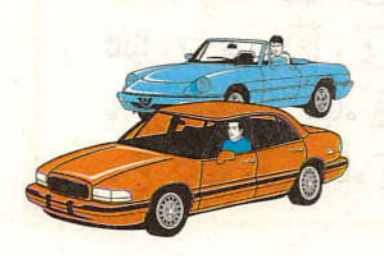
السـرعة النسـبية

تدلنا بعض الأمثلة الحياتية أن الحركة مفهوم نسبى يتغير وصفها من مشاهد إلى آخر بل هى قد تتغير بالنسبة للمشاهد الواحد حسب حالته.

فمثلاً :



- قد يتخيل راكب قطار أن قطاره يتحرك إلى الخلف عند النظر من النافذة إلى قطار آخر قد بدأ التحرك فى نفس اتجاهه ولكنه يكتشف أن قطاره مازال ساكنًا عند النظر إلى الجهة الأخرى من المحطة (الثابتة).
- عندما ينظر راكب سيارة إلى سيارة أخرى أمامه تسير بسرعة أقل مقداراً من سرعته يبدو له وكأن هذه السيارة تتحرك نحوه (للخلف).

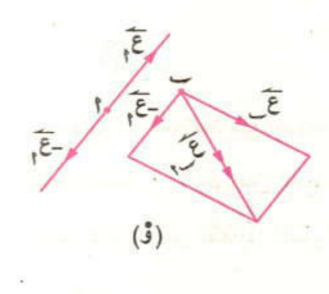


- عندما ينظر راكب سيارة إلى سيارة أخرى تتحرك فى نفس اتجاهه فإنها تبدو له وكأنها تتحرك بسرعة بطيئة بينما عندما ينظر إلى سيارة أخرى تتحرك فى عكس اتجاهه فإنها تبدو له وكأنها تتحرك بسرعة كبيرة.

مفهوم السرعة النسبية

السرعة النسبية لجسيم (ب) بالنسبة لجسيم آخر (أ) هى السرعة التى يبدو أن الجسيم (ب) يتحرك بها لو اعتبرنا الجسيم (أ) فى حالة سكون ويرمز لها بالرمز ($ع_{ب أ}$).

متجه السرعة النسبية



نعتبر جسمين أ ، ب وأن $\overleftarrow{ع_أ}$ ، $\overleftarrow{ع_ب}$ هما متجها سرعتيهما بالنسبة لمشاهد (و) على سطح الأرض فإذا فرضنا أن شخصًا موجودًا على الجسم أ متحركًا معه رصد حركة الجسم ب فإن $\overleftarrow{ع_{ب أ}}$ هو متجه سرعة ب بالنسبة إلى أ ولمعرفة العلاقة بين $\overleftarrow{ع_أ}$ ، $\overleftarrow{ع_ب}$ ، $\overleftarrow{ع_{ب أ}}$ نعطى كلاً من الجسمين أ ، ب سرعة إضافية = $-\overleftarrow{ع_أ}$

ليصبح أ ساكنًا ويصبح متجه سرعة الجسم ب بالنسبة للجسم أ = $\overleftarrow{ع_ب} - \overleftarrow{ع_أ}$

$$\therefore \quad \overleftarrow{ع_{ب أ}} = \overleftarrow{ع_ب} - \overleftarrow{ع_أ} \qquad \dots (١)$$

أى أن متجه سرعة ب بالنسبة إلى أ = متجه سرعة ب − متجه سرعة أ

تساوى محصلة متجهى السرعتين $\overleftarrow{ع_ب}$ ، $-\overleftarrow{ع_أ}$

والعلاقة (١) تعطى السرعة النسبية متى عرفت سرعتا الجسمين بالنسبة للمشاهد الساكن على سطح الأرض (و) كما يمكن كتابة هذه العلاقة على الصورة :

$$\overleftarrow{ع_ب} = \overleftarrow{ع_أ} + \overleftarrow{ع_{ب أ}} \qquad \dots (٢)$$

والعلاقة (٢) يمكن بواسطتها حساب $\overleftarrow{ع_ب}$ إذا عرفنا $\overleftarrow{ع_أ}$ ، $\overleftarrow{ع_{ب أ}}$

ملاحظتان :

١ $\overleftarrow{ع_{أ ب}} = -\overleftarrow{ع_{ب أ}}$

٢ إذا كانت سرعة السيارة (أ) هى $ع_أ$ ، سرعة الدراجة (ب) هى $ع_ب$ وكانت سرعة الدراجة (ب) بالنسبة للسيارة (أ) هى $ع_{ب أ}$

أولًا : إذا كان : $\overleftarrow{ع_أ}$ ، $\overleftarrow{ع_ب}$ فى اتجاهين متضادين فإن : $\overleftarrow{ع_{ب أ}}$ لها نفس اتجاه $\overleftarrow{ع_ب}$

ثانيًا : إذا كان : $\overleftarrow{ع_أ}$ ، $\overleftarrow{ع_ب}$ فى نفس الاتجاه فإن :

* $\overleftarrow{ع_{ب أ}}$ لها نفس اتجاه $\overleftarrow{ع_ب}$ إذا كان : $ع_ب > ع_أ$

* $\overleftarrow{ع_{ب أ}}$ لها عكس اتجاه $\overleftarrow{ع_ب}$ إذا كان : $ع_ب < ع_أ$

مثال ١٠

تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٧٥ كم/ س فإذا تحركت على الطريق نفسه دراجة بخارية بسرعة ٤٥ كم/ س **فأوجد سرعتها بالنسبة للسيارة فى كل من الحالتين الآتيتين :**

١ الدراجة تسير فى عكس اتجاه حركة السيارة.

٢ الدراجة تسير فى نفس اتجاه حركة السيارة.

الحـــل

نفرض أن $\overleftarrow{ى}$ هو متجه وحدة فى اتجاه حركة السيارة.

١ الدراجة (ب) تسير فى عكس اتجاه حركة السيارة (أ) :

∴ $\overleftarrow{ع}_{أ} = ٧٥ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب} = -٤٥ \overleftarrow{ى}$

، ∵ $\overleftarrow{ع}_{ب أ} = \overleftarrow{ع}_{ب} - \overleftarrow{ع}_{أ}$

∴ $\overleftarrow{ع}_{ب أ} = -٤٥ \overleftarrow{ى} - ٧٥ \overleftarrow{ى} = -١٢٠ \overleftarrow{ى}$

أى أن الدراجة تبدو لراكب السيارة وكأنها متحركة نحوه بسرعة مقدارها ١٢٠ كم/س.

٢ الدراجة (ب) تسير فى نفس اتجاه حركة السيارة (أ) :

∵ $\overleftarrow{ع}_{أ} = ٧٥ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب} = ٤٥ \overleftarrow{ى}$

، ∵ $\overleftarrow{ع}_{ب أ} = \overleftarrow{ع}_{ب} - \overleftarrow{ع}_{أ}$

∴ $\overleftarrow{ع}_{ب أ} = ٤٥ \overleftarrow{ى} - ٧٥ \overleftarrow{ى} = -٣٠ \overleftarrow{ى}$

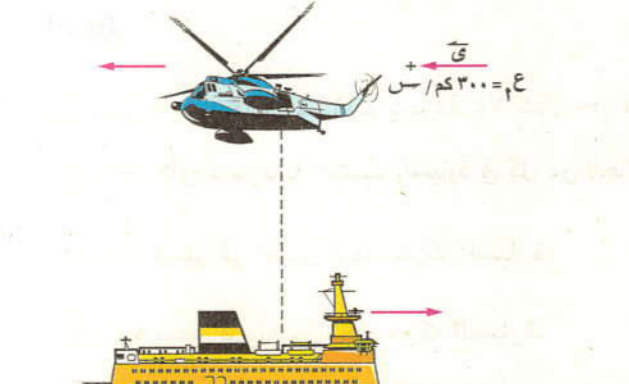
أى أن الدراجة تبدو لراكب السيارة وكأنها تتقهقر بسرعة مقدارها ٣٠ كم/س.

مثال ١١

تتحرك باخرة فى خط مستقيم نحو ميناء ما ولما أصبحت على بعد ١٠٠ كم منه مرت فوقها طائرة تطير فى الاتجاه المضاد بسرعة ٣٠٠ كم/س ورصدت حركة الباخرة فبدت لها متحركة بسرعة ٣٥٠ كم/س

احسب كم من الوقت يمضى من لحظة الرصد حتى وصول الباخرة إلى الميناء.

الحــل



نفرض أن $\vec{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة الطائرة (أ)

∴ $\vec{ع}_{أ} = ٣٠٠ \, \vec{ى}$ ، $\vec{ع}_{ب أ} = -٣٥٠ \, \vec{ى}$

، ∵ $\vec{ع}_{ب أ} = \vec{ع}_{ب} - \vec{ع}_{أ}$

∴ $-٣٥٠ \, \vec{ى} = \vec{ع}_{ب} - ٣٠٠ \, \vec{ى}$

∴ $\vec{ع}_{ب} = -٥٠ \, \vec{ى}$

∴ سرعة الباخرة = ٥٠ كم/س نحو الميناء

، ∵ $ن = \frac{ف}{ع}$

∴ زمن وصول الباخرة إلى الميناء = $\frac{١٠٠}{٥٠}$ = ٢ ساعة.

مثال ١٢

قامت سيارة الشرطة (أ) التى تتحرك فى خط مستقيم بقياس السرعة النسبية لسيارة (ب) بالنسبة لها قادمة فى الاتجاه المضاد فوجدتها ١٢٠ كم/س ولما خفضت السيارة (أ) سرعتها إلى النصف وأعادت القياس وجدت أن السرعة النسبية للسيارة (ب) أصبحت ١٠٠ كم/س فما هى السرعة الفعلية لكل من السيارتين ؟

الحــل



نفرض أن $\vec{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة السيارة (أ)

، ∵ $\vec{ع}_{ب أ} = -١٢٠ \, \vec{ى}$

∴ $\vec{ع}_{ب} - \vec{ع}_{أ} = -١٢٠ \, \vec{ى}$ (١)

، عندما خفضت السيارة (أ) سرعتها إلى النصف

∴ متجه السرعة النسبية يصبح $-١٠٠ \, \vec{ى}$

∴ $\vec{ع}_{ب} - \frac{١}{٢} \vec{ع}_{أ} = -١٠٠ \, \vec{ى}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\vec{ع}_{أ} = ٤٠ \, \vec{ى}$ ، $\vec{ع}_{ب} = -٨٠ \, \vec{ى}$

∴ $ع_{أ}$ = ٤٠ كم/س ، $ع_{ب}$ = ٨٠ كم/س فى الاتجاه المضاد.

ملاحظـة :

إذا كان (أ) طرادًا سرعته $ع_{أ}$

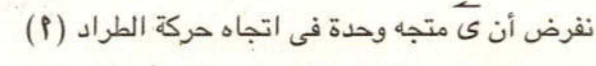
أطلق منه طوربيد (ب) بسرعة ما

∴ سرعة الطوربيد $ع_{ب}$ = سرعة الطراد ($ع_{أ}$) + السرعة التى أطلق بها الطوربيد. $\vec{ع}_{ب}$ ⟵ $\vec{ع}_{أ}$

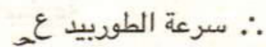
مثال ١٣

يتحرك طراد وسفينة على مسار مستقيم واحد بحيث كان كل منهما يتحرك نحو الآخر وقد راقب الطراد حركة السفينة وعندما كانت على بُعد ٤٠ كم منه كانت سرعة السفينة ٥٠ كم/س وسرعة الطراد ٦٤ كم/س وعندئذ أطلق الطراد عليها طوربيدًا بسرعة ١٢٦ كم/س احسب الزمن الذى يمضى من لحظة إطلاق الطوربيد حتى لحظة إصابة السفينة.

الحل

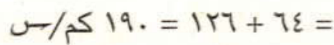


نفرض أن $\overline{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة الطراد (٢)



∴ سرعة الطوربيد $ع_{ح}$

= سرعة الطراد + السرعة التى أطلق بها الطوربيد



= ٦٤ + ١٢٦ = ١٩٠ كم/س

∴ متجه سرعة الطوربيد بالنسبة للسفينة $\overline{ع}_{حب} = \overline{ع}_{ح} - \overline{ع}_{ب} = ١٩٠\,\overline{ى} - (-٥٠)\,\overline{ى} = ٢٤٠\,\overline{ى}$

أى $ع_{حب}$ = ٢٤٠ كم/س فى اتجاه حركة الطراد.

∴ الزمن الذى يستغرقه الطوربيد حتى إصابة السفينة = $\frac{ف}{ع_{حب}} = \frac{٤٠}{٢٤٠} = \frac{١}{٦}$ ساعة

$= \frac{١}{٦} \times ٦٠$ دقيقة = ١٠ دقائق

مثال ١٤

مر قطار طوله ١٥٠ مترًا ويتحرك بسرعة ٧٢ كم/س إلى جوار قطار آخر طوله ١٠٠ متر على شريط موازٍ.

أوجد الزمن اللازم لكى يمر القطار الأول بالكامل من القطار الثانى إذا كان القطار الثانى :

١ ساكنًا.

٢ يتحرك بسرعة ٤٥ كم/س فى نفس اتجاه حركة القطار الأول.

٣ يتحرك بسرعة ٤٥ كم/س فى عكس اتجاه حركة القطار الأول.

الحل

بفرض أن متجه سرعة القطار الأول = $\overline{ع}_{١}$ وأن متجه سرعة القطار الثانى = $\overline{ع}_{ب}$

وأن $\overline{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة القطار الأول.

١ $\overline{ع}_{١} = ٧٢\,\overline{ى}$ ، $\overline{ع}_{ب} = \overline{٠}$ ∴ $\overline{ع}_{١ب} = \overline{ع}_{١} - \overline{ع}_{ب} = ٧٢\,\overline{ى} - \overline{٠} = ٧٢\,\overline{ى}$

ولكى يمر القطار الأول بالكامل من القطار الثانى يجب أن يقطع مسافة

١٥٠ + ١٠٠ = ٢٥٠ مترًا وبسرعة مقدارها ٧٢ كم/س = $٧٢ \times \frac{٥}{١٨} = ٢٠$ متر/ث

∴ الزمن الذى يستغرقه = $\frac{٢٥٠}{٢٠}$ = ١٢,٥ ثانية

٢ $\overleftarrow{ع_م} = ٧٢ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع_ب} = ٤٥ \overleftarrow{ى}$ ∴ $\overleftarrow{ع_{مب}} = \overleftarrow{ع_م} - \overleftarrow{ع_ب} = ٧٢ \overleftarrow{ى} - ٤٥ \overleftarrow{ى} = ٢٧ \overleftarrow{ى}$

∴ لكى يمر القطار الأول بالكامل من القطار الثانى يجب أن يقطع مسافة ٢٥٠ مترًا

بسرعة ٢٧ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٧,٥ متر/ث

∴ الزمن الذى يستغرقه = $\frac{٢٥٠}{٧,٥}$ = $٣٣\frac{١}{٣}$ ثانية

٣ $\overleftarrow{ع_م} = ٧٢ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع_ب} = -٤٥ \overleftarrow{ى}$

∴ $\overleftarrow{ع_{مب}} = \overleftarrow{ع_م} - \overleftarrow{ع_ب} = ٧٢ \overleftarrow{ى} - (-٤٥ \overleftarrow{ى}) = ١١٧ \overleftarrow{ى}$

∴ لكى يمر القطار الأول بالكامل من القطار الثانى يجب أن يقطع مسافة ٢٥٠ مترًا بسرعة

١١٧ × $\frac{٥}{١٨}$ = $\frac{٦٥}{٢}$ متر/ث

∴ الزمن الذى يستغرقه = ٢٥٠ ÷ $\frac{٦٥}{٢}$ = ٢٥٠ × $\frac{٢}{٦٥}$ ≃ ٧,٧ ثانية

مثال ١٥

يتحرك قطار بسرعة ٨٤ كم/س لحق بقطار آخر طوله ١٢٠ مترًا يتحرك بسرعة ٦٠ كم/س على شريط موازٍ فمر عليه بالكامل فى ٤٥ ثانية. أوجد طول القطار الأول ثم أوجد الزمن الذى يستغرقه فى المرور على كوبرى طوله ٥٢٠ مترًا علمًا بأن القطار الثانى يسير فى نفس اتجاه القطار الأول.

الحل

نفرض أن متجه سرعة القطار الأول = $\overleftarrow{ع_م}$ وأن طوله = ف مترًا

وأن متجه سرعة القطار الثانى = $\overleftarrow{ع_ب}$ وأن $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة القطارين.

∴ $\overleftarrow{ع_م} = ٨٤ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع_ب} = ٦٠ \overleftarrow{ى}$ ∴ $\overleftarrow{ع_{مب}} = \overleftarrow{ع_م} - \overleftarrow{ع_ب} = ٨٤ \overleftarrow{ى} - ٦٠ \overleftarrow{ى} = ٢٤ \overleftarrow{ى}$

∴ القطار الأول يقطع مسافة (ف + ١٢٠) مترًا بسرعة مقدارها ٢٤ كم/س

= ٢٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = $\frac{٢٠}{٣}$ متر/ث فى زمن قدره ٤٥ ثانية

∴ ف + ١٢٠ = $\frac{٢٠}{٣}$ × ٤٥ = ٣٠٠ ∴ ف (طول القطار الأول) = ٣٠٠ − ١٢٠ = ١٨٠ مترًا

ولكى يمر القطار الأول على الكوبرى يجب أن يقطع مسافة (١٨٠ + ٥٢٠) = ٧٠٠ متر

بسرعة ٨٤ كم/س أى بسرعة ٨٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = $\frac{٧٠}{٣}$ متر/ث

∴ الزمن الذى يستغرقه لعبور الكوبرى = ٧٠٠ ÷ $\frac{٧٠}{٣}$ = ٧٠٠ × $\frac{٣}{٧٠}$ = ٣٠ ثانية

تمـارين 1 على الحركة المستقيمة

اختبر نفسك

من أسئلة الكتاب المدرسى • تذكر • فهـم • تطبيق • مستويات عليا

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) قذفت كرة رأسيًا لأعلى فوصلت إلى ارتفاع ٣ متر ثم عادت إلى نقطة القذف مرة أخرى فإن مقدار الإزاحة الحادثة يساوى ....

(أ) ٣ متر (ب) ٦ متر (جـ) صفر (د) ٩ متر

(٢) عندما يتحرك جسيم فإن مقدار الإزاحة .... المسافة المقطوعة.

(أ) $<$ (ب) $\leq$ (جـ) $>$ (د) $\geq$

(٣) إذا تحرك جسيم فى خط مستقيم ٩ متر شرقًا ثم عاد فقطع ٣ متر غربًا فإن : الإزاحة الحادثة = ...

(أ) ١٢ متر فى اتجاه الشرق. (ب) ١٢ متر فى اتجاه الغرب.

(جـ) ٦ متر فى اتجاه الشرق. (د) ٦ متر فى اتجاه الغرب.

(٤) تحرك جسيم مسافة ٤٨ متر شرقًا ثم غير اتجاهه وسار ٢٠ متر شمالاً. فإن الإزاحة التى تحركها الجسيم = ...

(أ) ٦٨ متر فى اتجاه الشمال الشرقى.

(ب) ٥٢ متر فى اتجاه الشمال الشرقى.

(جـ) ٦٨ متر فى اتجاه ١٢ً ٣٧َ ٢٢° شمال الشرق.

(د) ٥٢ متر فى اتجاه ٤٨ً ٢٢َ ٦٧° شرق الشمال.

(٥) تحرك راكب دراجة ٦ كم غربًا ثم تحرك بعد ذلك ٨ كم بزاوية قياسها ٦٠° جنوب الغرب فإن مقدار الإزاحة التى قطعها راكب الدراجة = ... كم

(أ) ١٤ (ب) $٢\sqrt{٣٧}$ (جـ) $٧\sqrt{٣}$ (د) ١٢,١

(٦) فى الشكل المقابل :

إذا كانت كل من $\overline{ءحـ}$ ، $\overline{أب}$ عمودية على $\overline{بحـ}$

وإذا تحرك جسيم من النقطة أ إلى النقطة ب ثم حـ

وتوقف عند ء فإن (المسافة المقطوعة + مقدار الإزاحة الحادثة) = ... سم

ء
٣سم
ب ١٢سم هـ حـ
٨سم
٩سم
أ

(أ) ٣٥ (ب) ٧٠ (جـ) ٢٥ (د) ٦٠

⑦ فى الشكل المقابل :

مضمار للسباق طوله بالكامل ١٤٠ متر وهو يتكون من نصفى دائرة وقطعتين مستقيمتين فإذا تحرك متسابق من نقطة أ إلى نقطة ب فإن

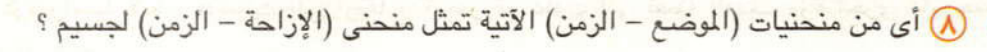
أ

ب

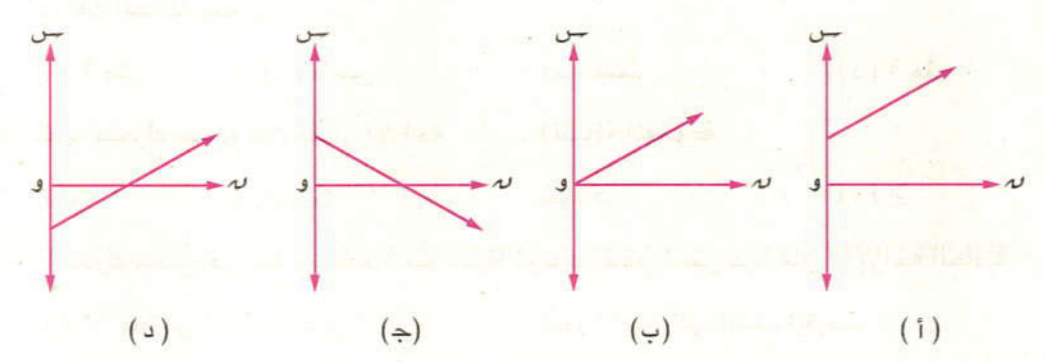
٤٨ متر

مقدار الإزاحة = ... متر $\left(\pi = \frac{٢٢}{٧}\right)$

(أ) ٧٠ (ب) ٩٢ (جـ) ٥٠ (د) ٥٨



⑧ أى من منحنيات (الموضع – الزمن) الآتية تمثل منحنى (الإزاحة – الزمن) لجسيم ؟



(أ) (ب) (جـ) (د)

⑨ متجه الموضع لجسيم يتحرك يعطى بالعلاقة $\overrightarrow{ر} = (ن^٢ - ٩)\ \overrightarrow{س} + ن\ \overrightarrow{ص}$

فإن متجه الإزاحة $\overrightarrow{ف}$ = ...

(أ) $ن^٢\ \overrightarrow{س} + ن\ \overrightarrow{ص}$ (ب) $٩\ \overrightarrow{س} + ن\ \overrightarrow{ص}$

(جـ) $(ن^٢ - ٩)\ \overrightarrow{س} + ن\ \overrightarrow{ص}$ (د) $-ن^٢\ \overrightarrow{س} - ن\ \overrightarrow{ص}$

⑩ فى النظام الاحداثى المتعامد إذا كان $\overrightarrow{أ} = (-٢ ، ٣)$ ، $\overrightarrow{ب} = (١ ، -١)$ متجهًا موضع النقطتين أ ، ب فإن متجه الإزاحة من ب إلى أ = ...

(أ) $٣\ \overrightarrow{س} + ٤\ \overrightarrow{ص}$ (ب) $-٣\ \overrightarrow{س} + ٤\ \overrightarrow{ص}$

(جـ) $٣\ \overrightarrow{س} - ٤\ \overrightarrow{ص}$ (د) $-\overrightarrow{س} + ٢\ \overrightarrow{ص}$

⑪ يتحرك جسيم بحيث أن متجه موضعه $\overrightarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ بالعلاقة $\overrightarrow{ر} = (٦ن - ٣)\ \overrightarrow{س} + (٨ن + ١)\ \overrightarrow{ص}$ فإن متجه الإزاحة حتى اللحظة ن = ٣ هو ....

(أ) $١٨\ \overrightarrow{س} + ٢٤\ \overrightarrow{ص}$ (ب) $١٥\ \overrightarrow{س} + ٢٥\ \overrightarrow{ص}$

(جـ) $١٤\ \overrightarrow{س} + ١٨\ \overrightarrow{ص}$ (د) $١٥\ \overrightarrow{س} + ٢٤\ \overrightarrow{ص}$

(١٢) إذا كان متجه موضع جسيم يتحرك فى خط مستقيم من نقطة (و) يعطى كدالة فى الزمن ن بالثانية بالعلاقة $\overrightarrow{ر} = (٢ ن^٢ + ٣) \overrightarrow{ى}$ فإن معيار متجه الإزاحة $\overrightarrow{ف}$ بعد ثانيتين يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١١

(١٣) إذا كانت : $\overrightarrow{ف} = ٤ ن \overrightarrow{س} - ٣ ن \overrightarrow{ص}$ وكان $\overrightarrow{ر}_. = \overrightarrow{ص} - ٣ \overrightarrow{س}$ فإن : $\overrightarrow{ر} =$ .... عندما ن = ١

(أ) ٥ $\overrightarrow{س}$ − ٦ $\overrightarrow{ص}$ (ب) $\overrightarrow{س}$ − ٤ $\overrightarrow{ص}$

(جـ) $\overrightarrow{س}$ − ٢ $\overrightarrow{ص}$ (د) −٧ $\overrightarrow{س}$ − ٢ $\overrightarrow{ص}$

(١٤) يتحرك جسيم بحيث أن متجه موضعه $\overrightarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ بالعلاقة $\overrightarrow{ر} = \left(جا \left(\frac{\pi}{٢} ن\right)\right) \overrightarrow{س} + \left(جتا \left(\frac{\pi}{٢} ن\right)\right) \overrightarrow{ص}$ فإن معيار متجه الإزاحة $\overrightarrow{ف}$ حتى اللحظة ن = ١ ثانية هو ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) $\sqrt{٢}$ (د) $\sqrt{٥}$

(١٥) إذا تحرك جسيم ٨٠ م فى اتجاه الشمال ثم ٦٠ م فى اتجاه الشرق فإن النسبة بين المسافة التى قطعها الجسيم ومعيار الإزاحة الحادثة هى ....

(أ) ١ : ١ (ب) ٤ : ٣

(جـ) ٥ : ٧ (د) ٧ : ٥

(١٦) الشكل المقابل يمثل حركة جسيم انتقل من أ إلى ب ثم من ب إلى حـ وتوقف عند حـ

إذا كانت : $\|\overrightarrow{أب}\| = ٨$ متر ، $\|\overrightarrow{ب حـ}\| = ٥$ متر

، ق(∠ أ ب حـ) = ٦٠°

فإن : (المسافة المقطوعة − معيار الإزاحة الحادثة) = ... متر.

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ١٣ (د) ٢٥

(١٧) ٢٠ م/ث = ... كم/س

(أ) $\frac{٥٠}{٩}$ (ب) ٧٢ (جـ) ٠,١٨ (د) ٢٠

(١٨) ٤٥ كم/دقيقة = ... م/ث

(أ) ٧٥٠ (ب) ١٢,٥ (جـ) ١٦٢ (د) ٠,٧٥

(١٩) ١٥٠ سم/ث = ... م/س

(أ) ٥٤٠٠ (ب) ٥٤٠ (جـ) ٥٤ (د) ٥,٤

(٢٠) ٦ م/س = ... مم/دقيقة.

(أ) ١٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ١٠٠٠ (د) ١٠٠٠٠

(٢١) إذا تحركت سيارة بسرعة منتظمة مقدارها ٧٥ كم/س لمدة ٢٠ دقيقة فإن المسافة المقطوعة بالكيلومتر تساوى ....

(أ) ١٥ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٥ (د) ٣٠

(٢٢) الزمن بالساعة الذى تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ٢٠ م/ث فى قطع مسافة ١٨٠ كم يساوى ....

(أ) $1\frac{1}{2}$ (ب) ٢ (جـ) $2\frac{1}{2}$ (د) ٣

(٢٣) إذا كان الضوء يصل من الشمس إلى الأرض فى ٨,٣ دقيقة وكان بُعد الشمس عن الأرض $1,494 \times 10^{11}$ متر فإن سرعة الضوء تساوى .... كم/ث.

(أ) $1,8 \times 10^{10}$ (ب) ٣٠٠ (جـ) ٣٠٠٠٠٠ (د) 3×10^{8}

(٢٤) قطعت سيارة مسافة قدرها ١٨٠ كم خلال فترة زمنية مدتها ١٢٠ دقيقة فإن سرعتها المتوسطة تساوى .... كم/ساعة.

(أ) ٩٠ (ب) ١,٥ (جـ) ١٨٠ (د) ٢٥

(٢٥) متى تكون السرعة المتوسطة هى نفسها السرعة اللحظية ؟

(أ) عندما تتزايد السرعة بمعدل ثابت فقط. (ب) عندما تكون السرعة ثابتة.

(جـ) دائمًا. (د) لا يمكن أبدًا.

(٢٦) الشكل المقابل يمثل العلاقة بين القياس الجبرى للإزاحة والزمن لجسم يتحرك فى خط مستقيم فإن السرعة المتوسطة للجسم خلال الرحلة كلها تساوى .... م/ث

ف بالمتر: ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٣٥
ن بالثانية: ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠

(أ) ٣,٥ (ب) ٤

(جـ) ٤,٥ (د) ٥

(٢٧) فى الشكل المقابل دراجة تتحرك من النقطة (و) فى خط مستقيم فإن :

الإزاحة (ف) بالمتر: ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٧٠ ، ٨٠ ، ٩٠ ، ١٠٠
الزمن (ن) بالثوانى: و ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠

أولًا : معيار متجه السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها = ... م/ث

(أ) ٢ (ب) ٤

(جـ) ١٤ (د) ١٦

ثانيًا : السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها = ... م/ث

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٤ (د) ١٦

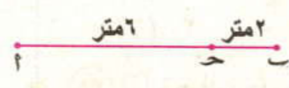
(٢٨) **فى الشكل المقابل :**

سيارتان أ ، ب تتحركان فى خط مستقيم واحد وكانت

سرعتاهما $ع_أ$ ، $ع_ب$ على الترتيب فإن $\frac{ع_أ}{ع_ب}$ = ...

(أ) ١ : ٣	(ب) ١ : ٢
(جـ) ٣ : ١	(د) ٢ : ١

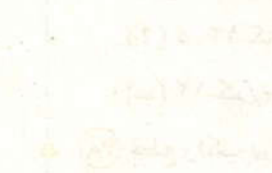
(٢٩) **فى الشكل المقابل :**



تحرك رجل من نقطة أ إلى نقطة ب فى زمن قدره ٤ ث ثم عاد للخلف إلى نقطة حـ فى زمن قدره ١ ث فإن متجه السرعة المتوسطة يساوى ....

(أ) ٢ م/ث فى اتجاه $\overleftarrow{أب}$	(ب) ١,٢ م/ث فى اتجاه $\overleftarrow{أب}$
(جـ) ٢ م/ث فى اتجاه $\overleftarrow{ب حـ}$	(د) ١,٢ م/ث فى اتجاه $\overleftarrow{ب حـ}$

(٣٠) **بالاستعانة بالشكل المقابل :**



أى المواقف الآتية يكون فيها القياس الجبرى لمتجه السرعة المتوسطة سالبًا ؟

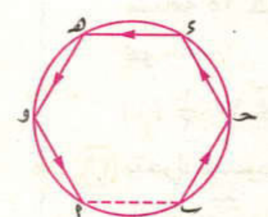
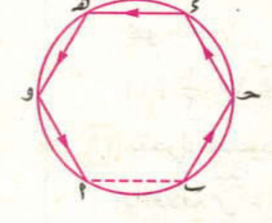
(أ) جسم تحرك من أ إلى ء

(ب) جسم تحرك من أ إلى حـ ثم عاد إلى ب

(جـ) جسم تحرك من ب إلى ء ثم عاد إلى ب

(د) جسم تحرك من حـ إلى ء ثم عاد إلى أ

(٣١) **فى الشكل المقابل :**

جسيم يتحرك على أضلاع سداسى منتظم طول ضلعه ٢٤ متر من ب إلى حـ إلى ء إلى هـ إلى و إلى أ بسرعة ١٠م/ث. فإن متجه سرعته المتوسطة هو ....

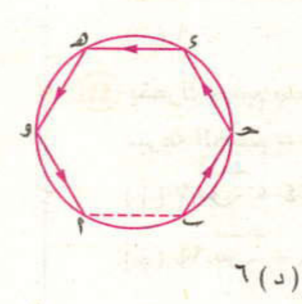
(أ) ١٢ م/ث فى اتجاه $\overleftarrow{أب}$

(ب) ١٠ م/ث فى اتجاه $\overleftarrow{ب أ}$

(جـ) ٢,٤ م/ث فى اتجاه $\overleftarrow{أب}$

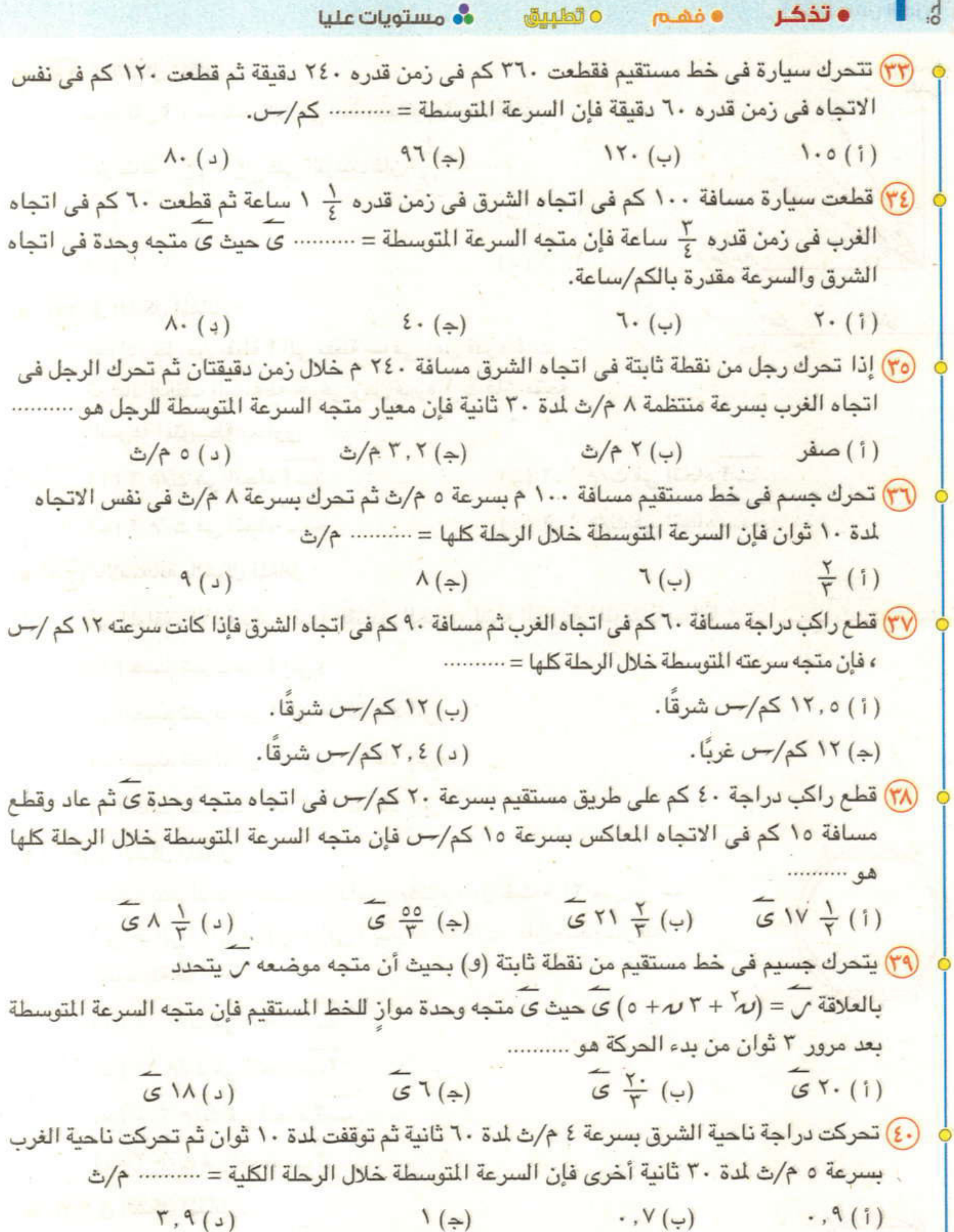
(د) ٢ م/ث فى اتجاه $\overleftarrow{ب أ}$

(٣٢) **فى الشكل المقابل :**



جسيم يتحرك على أضلاع سداسى منتظم طول ضلعه ٢٤ متر من ب إلى حـ فى ٢ ثانية ، من حـ إلى ء فى ٣ ثوانى ، من ء إلى هـ فى ٤ ثوانى ، من هـ إلى و فى ٥ ثوانى ، من و إلى أ فى ٦ ثوانى ، فإن سرعته المتوسطة خلال رحلته من ب إلى أ تساوى .... م/ث

(أ) ١,٢	(ب) ٢,٤	(جـ) ٣	(د) ٦



(٣٣) تتحرك سيارة فى خط مستقيم فقطعت ٣٦٠ كم فى زمن قدره ٢٤٠ دقيقة ثم قطعت ١٢٠ كم فى نفس الاتجاه فى زمن قدره ٦٠ دقيقة فإن السرعة المتوسطة = ... كم/س.

(أ) ١٠٥ (ب) ١٢٠ (جـ) ٩٦ (د) ٨٠

(٣٤) قطعت سيارة مسافة ١٠٠ كم فى اتجاه الشرق فى زمن قدره $١\frac{١}{٤}$ ساعة ثم قطعت ٦٠ كم فى اتجاه الغرب فى زمن قدره $\frac{٣}{٤}$ ساعة فإن متجه السرعة المتوسطة = ... $\overleftarrow{ى}$ حيث $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه الشرق والسرعة مقدرة بالكم/ساعة.

(أ) ٢٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٤٠ (د) ٨٠

(٣٥) إذا تحرك رجل من نقطة ثابتة فى اتجاه الشرق مسافة ٢٤٠ م خلال زمن دقيقتان ثم تحرك الرجل فى اتجاه الغرب بسرعة منتظمة ٨ م/ث لمدة ٣٠ ثانية فإن معيار متجه السرعة المتوسطة للرجل هو ....

(أ) صفر (ب) ٢ م/ث (جـ) ٣,٢ م/ث (د) ٥ م/ث

(٣٦) تحرك جسم فى خط مستقيم مسافة ١٠٠ م بسرعة ٥ م/ث ثم تحرك بسرعة ٨ م/ث فى نفس الاتجاه لمدة ١٠ ثوان فإن السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها = ... م/ث

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٩

(٣٧) قطع راكب دراجة مسافة ٦٠ كم فى اتجاه الغرب ثم مسافة ٩٠ كم فى اتجاه الشرق فإذا كانت سرعته ١٢ كم/س ، فإن متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها = ...

(أ) ١٢,٥ كم/س شرقًا. (ب) ١٢ كم/س شرقًا.

(جـ) ١٢ كم/س غربًا. (د) ٢,٤ كم/س شرقًا.

(٣٨) قطع راكب دراجة ٤٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ٢٠ كم/س فى اتجاه متجه وحدة $\overleftarrow{ى}$ ثم عاد وقطع مسافة ١٥ كم فى الاتجاه المعاكس بسرعة ١٥ كم/س فإن متجه السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها هو ....

(أ) $١٧\frac{١}{٢}$ $\overleftarrow{ى}$ (ب) $٢١\frac{٢}{٣}$ $\overleftarrow{ى}$ (جـ) $\frac{٥٥}{٣}$ $\overleftarrow{ى}$ (د) $٨\frac{١}{٣}$ $\overleftarrow{ى}$

(٣٩) يتحرك جسيم فى خط مستقيم من نقطة ثابتة (و) بحيث أن متجه موضعه $\overleftarrow{ر}$ يتحدد بالعلاقة $\overleftarrow{ر}$ = (ن^{٢} + ٣ن + ٥) $\overleftarrow{ى}$ حيث $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة موازٍ للخط المستقيم فإن متجه السرعة المتوسطة بعد مرور ٣ ثوان من بدء الحركة هو ....

(أ) ٢٠ $\overleftarrow{ى}$ (ب) $\frac{٢٠}{٣}$ $\overleftarrow{ى}$ (جـ) ٦ $\overleftarrow{ى}$ (د) ١٨ $\overleftarrow{ى}$

(٤٠) تحركت دراجة ناحية الشرق بسرعة ٤ م/ث لمدة ٦٠ ثانية ثم توقفت لمدة ١٠ ثوان ثم تحركت ناحية الغرب بسرعة ٥ م/ث لمدة ٣٠ ثانية أخرى فإن السرعة المتوسطة خلال الرحلة الكلية = ... م/ث

(أ) ٠,٩ (ب) ٠,٧ (جـ) ١ (د) ٣,٩

(٤١) يتحرك جسم بسرعة منتظمة مقدارها ٥٠ م/ث من نقطة أ (٢ ، ١) إلى نقطة ب (٩ ، ٢٥) فإن متجه سرعة الجسم = ...

(أ) ٧ $\overleftarrow{س}$ + ٢٤ $\overleftarrow{ص}$ (ب) ٨ $\overleftarrow{س}$ + ٢٤ $\overleftarrow{ص}$

(جـ) ١٤ $\overleftarrow{س}$ + ٤٨ $\overleftarrow{ص}$ (د) ٥٠ $\overleftarrow{س}$

(٤٢) إذا تحرك جسم بسرعة $\overleftarrow{ع}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ − ٢ $\overleftarrow{ص}$ من النقطة أ (١ ، ٧) فوصل للنقطة ب بعد ثانيتين. أوجد إحداثيات النقطة ب

(أ) (٧ ، ٣)　　(ب) (٤ ، ٥)　　(جـ) (٥ ، −١١)　　(د) (٢ ، −٩)

(٤٣) إذا كان : $\overleftarrow{ع}_{أ}$ = ١٢٠ $\overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = −٨٠ $\overleftarrow{ى}$ فإن : $\overleftarrow{ع}_{ب أ}$ = ...

(أ) ٤٠ $\overleftarrow{ى}$　　(ب) −٤٠ $\overleftarrow{ى}$　　(جـ) ٢٠٠ $\overleftarrow{ى}$　　(د) −٢٠٠ $\overleftarrow{ى}$

(٤٤) يتحرك راكب دراجة أ على طريق مستقيم بسرعة ١٥ كم/س ويتحرك فى نفس الاتجاه راكب آخر ب بسرعة ١٢ كم/س فإن القياس الجبرى لمتجه سرعة ب بالنسبة إلى أ يساوى .... كم/س

(أ) ٣　　(ب) −٣　　(جـ) ٢٧　　(د) −٢٧

(٤٥) تتحرك سيارتان أ ، ب على طريق مستقيم واحد فى اتجاهين متضادين بالسرعتين ١٢٥ كم/س ، ٧٥ كم/س على الترتيب. فإن مقدار سرعة السيارة ب بالنسبة إلى السيارة أ = ... كم/س.

(أ) ٥٠　　(ب) −٥٠　　(جـ) ٢٠٠　　(د) ٧٥

(٤٦) إذا كان : $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = ١٥ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أ}$ = ٣٥ $\overleftarrow{س}$ فإن : $\overleftarrow{ع}$ = ...

(أ) −٥٠ $\overleftarrow{س}$　　(ب) −٢٠ $\overleftarrow{س}$　　(جـ) ٢٠ $\overleftarrow{س}$　　(د) ٥٠ $\overleftarrow{س}$

(٤٧) أ ، ب جسمان يتحركان فى اتجاهين متضادين ، معيار سرعة أ ضعف معيار سرعة ب فإن السرعة النسبية للجسم أ بالنسبة للجسم ب = ...

(أ) ١,٥ $ع_{أ}$　　(ب) ٢ $ع_{أ}$　　(جـ) ٢,٥ $ع_{أ}$　　(د) ٣ $ع_{أ}$

(٤٨) طائرتان حربيتان المسافة بينهما ١٠ كم ولهما نفس السرعة فإذا أطلقت الطائرة الخلفية صاروخًا بسرعة ١٥٠ كم/س فإنه يصيب الطائرة الأمامية بعد زمن قدره = ... دقيقة.

(أ) ١　　(ب) ٢　　(جـ) ٣　　(د) ٤

(٤٩) يتحرك جسمان أ ، ب فى خط مستقيم فى الاتجاه $\overleftarrow{ب أ}$ بالسرعتين ١٠٠٠ م/د ، ١٢٠ كم/س على الترتيب فإذا كانت المسافة بينهما ٣٠ كم فإنهما يتقابلان على بعد .... كم من نقطة بداية حركة الجسم ب

(أ) ٣٠　　(ب) ٦٠　　(جـ) ٢٠　　(د) ٤٠

(٥٠) مدينتان أ ، ب على الطريق الساحلى المسافة بينهما ١٢٠ كم ، تحركت سيارة من المدينة أ متجهه إلى المدينة ب بسرعة ٨٨ كم/س وفى نفس اللحظة قامت سيارة أخرى من المدينة ب متجهة إلى المدينة أ بسرعة ٧٢ كم/س. فإن السيارتان تتقابلان على بُعد .... كم من المدينة أ

(أ) ٥٤　　(ب) ٩٠　　(جـ) ٨٢　　(د) ٦٦

(٥١) دراجة بخارية تسير بسرعة ٤٠ كم/س فى اتجاه متجه وحدة ثابت $\overleftarrow{ى}$ ، لاحظ راكبها أن سيارة تسير فى الاتجاه المضاد تتحرك بسرعة ١٠٥ كم/س فإن متجه سرعة السيارة هو ....

(أ) ١٥٥ $\overleftarrow{ى}$　　(ب) −٦٥ $\overleftarrow{ى}$　　(جـ) ٦٥ $\overleftarrow{ى}$　　(د) −١٥٥ $\overleftarrow{ى}$

(٥٢) تتحرك سيارة مراقبة على الطريق السريع بسرعة ٢٥ كم/س رصدت سيارة نقل فبدت لها تتحرك بسرعة ١٠٠ كم/س فإن السرعة الفعلية لسيارة النقل هى .... كم/س. (علمًا بأن السيارتان تتحركان فى نفس الاتجاه).

(أ) ١٧٥ (ب) ٧٥ (جـ) ١٢٥ (د) ٢٢٥

(٥٣) قطاران أ ، ب طول كل منهما ٥٠ متر يتحركان فى اتجاهين متضادين بسرعتين ١٠ م/ث ، ١٥ م/ث فإن زمن عبور كل منهما للآخر = ... ثانية.

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

(٥٤) قطاران أ ، ب طول كل منهما ٥٠ متر يتحركان فى نفس الاتجاه بسرعتين ١٠ م/ث ، ١٥ م/ث بحيث كان القطار (ب) خلف القطار (أ) فإن زمن عبور القطار (ب) للقطار (أ) = ... ثانية.

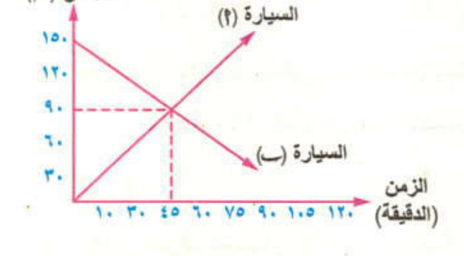
(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

(٥٥) تسير سيارتان أ ، ب على طريق مستقيم فى نفس الاتجاه وكانت سرعتاهما $ع_أ$ ، $ع_ب$ على الترتيب وكانت $ع_{أب}$ هى القياس الجبرى لسرعة أ بالنسبة لـ ب وزادت سرعة السيارة أ بمقدار ٣ وحدات فإن $ع_{أب}$ ....

(أ) تزيد بمقدار ٣ وحدات سرعة. (ب) تنقص بمقدار ٣ وحدات سرعة.

(جـ) تتضاعف ثلاث مرات. (د) تظل كما هى لا تتغير.

(٥٦) فى الشكل المقابل :



سيارتان أ ، ب تتحركان فى خط مستقيم واحد ، وكان $ع_أ$ سرعة إحداهما من المدينة الأولى إلى المدينة الثانية ، $ع_ب$ سرعة الأخرى من المدينة الثانية فى اتجاه المدينة الأولى فإن $ع_{أب}$ = ... كم/س

(أ) ٤٠ (ب) ٨٠

(جـ) ١٢٠ (د) ٢٠٠

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ قطعت سيارة المسافة بين القاهرة والإسماعيلية وقدرها ١٢٠ كم على مرحلتين : الأولى ومسافتها ٤٠ كم بسرعة ٨٠ كم/س والثانية ومسافتها ٨٠ كم بسرعة ٦٠ كم/س فإذا اعتبرنا أن السيارة تتحرك طوال الوقت فى خط مستقيم وأن السيارة توقفت بعد قطع المرحلة الأولى لمدة ١٠ دقائق. فأوجد متجه سرعتها المتوسطة خلال الرحلة كلها.

«٦٠ كم/س فى اتجاه الحركة من القاهرة إلى الإسماعيلية»

---

٢ قطع راكب دراجة على طريق مستقيم مسافة ٢٧ كم بسرعة ١٨ كم/س ثم قطع مسافة ٣٦ كم بسرعة ١٢ كم/س.

أوجد السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها إذا كانت :

(١) الإزاحتان فى اتجاه واحد. «١٤ كم/س فى اتجاه الإزاحتين»

(٢) الإزاحتان فى اتجاهين متضادين. «٢ كم/س فى اتجاه الإزاحة الثانية»

٣ إذا كان الجسيم عند لحظتين زمنيتين ٢ ، ٦ ثانية من بدء حركته عند الموضعين أ (٣ ، ٥) ، ب (٧ ، ٢٥) على الترتيب أوجد متجه السرعة المتوسطة للجسيم خلال هذه الفترة الزمنية ثم أوجد معيار واتجاه هذه السرعة المتوسطة.

«س + ٥ ص ، √٢٦ وحدة طول/ثانية ، ٢٤ ً ٤١ َ ٧٨° مع و س»

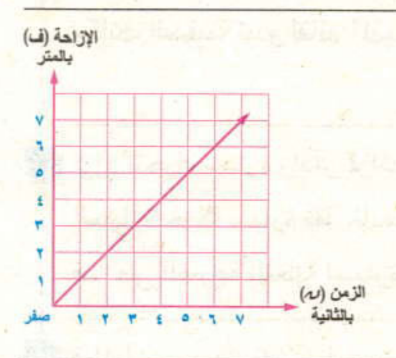
---

٤ دخل قطار طوله ١٥٠ مترًا نفقًا مستقيمًا طوله ف متر فاستغرق عبوره بالكامل من النفق زمن قدره ١٥ ثانية. أوجد طول النفق إذا كانت سرعة القطار منتظمة وتساوى ٩٠ كم/س.

«٢٢٥ متر»

---

٥ الشكل المقابل : يمثل بيانيًا منحنى (الإزاحة – الزمن) لفأر يهرب من قط أعد رسم هذا الشكل إذا هرب الفأر من القط بضعف سرعته.



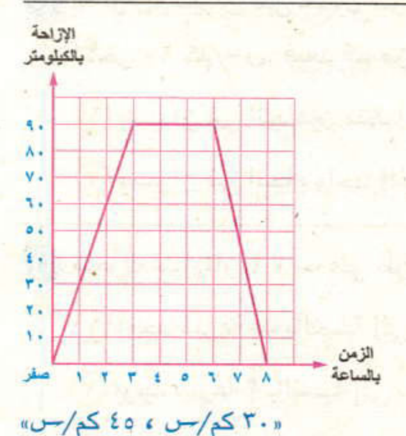
---

٦ الشكل المقابل : يمثل العلاقة بين الإزاحة بالكيلومتر والزمن بالساعة لمسار دراجة بخارية تتحرك بين مدينتين. أجب عما يلى :

(١) ما مقدار متجه السرعة المتوسطة للدراجة فى أثناء الذهاب ؟

(٢) ما مقدار متجه السرعة المتوسطة للدراجة فى أثناء العودة ؟

(٣) ما دلالة القطعة المستقيمة الأفقية فى الشكل.



«٣٠ كم/س ، ٤٥ كم/س»

---

٧ يوضح الشكل المقابل مسار حركة كل من أحمد وعمرو فى قطع المسافة بين قريتين ، أحدهما فى القرية الأولى ، والآخر فى القرية الثانية.

(١) هل بدأ أحمد وعمرو الحركة فى توقيت واحد ؟ فسر إجابتك.

(٢) بعد كم دقيقة التقى أحمد وعمرو ؟

(٣) ما الزمن الذى استغرقه أحمد فى قطع المسافة ؟

(٤) أوجد سرعة عمرو.

(٥) إذا بدأ عمرو التحرك الساعة ٣٠ : ٩ صباحًا فمتى يصل إلى القرية الأخرى.

«نعم ، ٣٠ دقيقة ، ٨٠ دقيقة ، ٠,١٨ كم/ دقيقة ، ٢٠ : ١٠ صباحًا»

٨ تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٨٠ كم/ساعة فإذا تحركت على نفس الطريق دراجة بخارية بسرعة ٣٠ كم/ساعة. **أوجد السرعة النسبية للدراجة بالنسبة للسيارة فى كل من الحالتين الآتيتين :**

(١) الدراجة تتحرك فى نفس اتجاه حركة السيارة.

(٢) الدراجة تتحرك عكس اتجاه حركة السيارة. «٥٠ كم/س ، ١١٠ كم/س»

---

٩ تتحرك مدمرة وسفينة معادية فى خط مستقيم فإذا كانت المدمرة تطارد السفينة بسرعة ثابتة ٦٠ كم/س وكانت السفينة تبدو لقائد المدمرة أنها متحركة نحوه بسرعة ٢٠ كم/س فأوجد السرعة الفعلية للسفينة.

«٤٠ كم/س فى نفس اتجاه المدمرة»

---

١٠ تتحرك سيارة رادار لمراقبة السرعة على الطريق الصحراوى بسرعة ٤٠ كم/س ، راقبت هذه السيارة حركة سيارة نقل قادمة فى الاتجاه المضاد ، فبدت وكأنها تتحرك بسرعة ١٢٠ كم/س فما هى السرعة الفعلية لسيارة النقل ؟ «٨٠ كم/س»

---

١١ قطاران يسيران على خطين متوازيين والمسافة بينهما ٣,٥ كم فإذا كانت سرعة أحدهما ٥٠ كم/س وسرعة الآخر ٢٠ كم/س. **فبعد كم من الزمن يتجاوران ؟ إذا كانا :**

(١) يسيران فى اتجاهين متضادين وجهًا لوجه.

(٢) يسيران فى اتجاه واحد (الأسرع فى الخلف). «بعد ٣ دقائق ، بعد ٧ دقائق»

---

١٢ تتحرك سيارتان أ ، ب على طريق مستقيم بالسرعتين ٦٠ كم/س ، ٩٠ كم/س وفى اتجاه $\overleftarrow{\text{ب أ}}$

(١) أوجد سرعة ب بالنسبة إلى أ

(٢) أوجد سرعة أ بالنسبة إلى ب

(٣) إذا كانت المسافة بينهما ١٠ كم فبعد كم دقيقة يمكن أن يلتقيا ؟

«٣٠ كم/س فى اتجاه $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ، ٣٠ كم/س فى اتجاه $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، ٢٠ دقيقة»

---

١٣ تتحرك سيارتان على نفس الطريق المستقيم فى اتجاهين متضادين فإذا كانت المسافة بينهما ٤ كم وسرعة إحدى السيارتين ٧٠ كم/س وتقابلتا بعد دقيقتين. فما هى السرعة الفعلية للسيارة الأخرى ؟ «٥٠ كم/س»

---

١٤ تتحرك طائرتان بنفس السرعة فى مسار مستقيم ، بحيث تتابع إحداهما الأخرى والمسافة بينهما ٥٠٠ متر وفى لحظة ما أطلقت الطائرة الخلفية صاروخًا على الطائرة الأمامية فأصابها بعد مرور ثانيتين من إطلاقه. فما هى سرعة دفع الصاروخ ؟ «٢٥٠ م/ث»

---

١٥ طائرة مقاتلة تلاحق قاذفة قنابل ويسيران على نفس الخط المستقيم ولهما نفس السرعة والاتجاه. فإذا كانت المسافة بينهما ٢٠ كم عندما أطلقت المقاتلة صاروخًا والذى كانت سرعته الكلية ١٢٠٠ كم/س فأصاب القاذفة بعد ٤ دقائق فما هى سرعة كل من الطائرة والقاذفة ؟ «٩٠٠ كم/س»

١٦ قامت سيارة (أ) تتحرك على طريق مستقيم بقياس السرعة النسبية لسيارة (ب) قادمة فى الاتجاه المضاد فوجدتها ١٢٠ كم/س ، لما ضاعفت السيارة (أ) سرعتها وأعادت القياس وجدت أن سرعة (ب) أصبحت ١٨٠ كم/س. أوجد السرعة الفعلية لكل من السيارتين. «٦٠ كم/س ، ٦٠ كم/س»

---

١٧ سيارة (أ) متحركة على طريق مستقيم رصدت سرعة سيارة أخرى (ب) قادمة فى الاتجاه المضاد فوجدتها ١٣٠ كم/س ، ولما خفضت السيارة (أ) سرعتها إلى النصف وأعادت رصد السيارة (ب) فوجدت أن سرعتها ١١٠ كم/س. فما هى السرعة الفعلية لكل من السيارتين. «٤٠ كم/س ، ٩٠ كم/س»

---

١٨ أثناء حركة سيارة الشرطة (أ) على طريق مستقيم راقبت السيارة (ب) المتحركة فى الاتجاه المضاد فبدت وكأنها تتحرك بسرعة مقدارها ١٤٠ كم/ساعة وفى نفس اللحظة راقبت سيارة الشرطة (أ) عربة النقل (حـ) المتحركة فى نفس الاتجاه فبدت وكأنها تتحرك بسرعة مقدارها ٦٠ كم/ساعة.

احسب سرعة عربة النقل (حـ) بالنسبة إلى السيارة (ب) «٢٠٠ كم/س فى اتجاه سيارة الشرطة»

---

١٩ قامت سيارة شرطة متحركة بسرعة منتظمة على طريق أفقى بقياس السرعة النسبية لشاحنة تتحرك أمامها وفى نفس الاتجاه فوجدتها ٦٠ كم/س ولما زيدت سرعة سيارة الشرطة إلى الضعف وأعادت القياس فبدت الشاحنة وكأنها ساكنة.

أوجد السرعة الفعلية لكل من سيارة الشرطة والشاحنة. «٦٠ كم/س ، ١٢٠ كم/س»

---

٢٠ عندما كانت سيارة الشرطة (أ) تتحرك على طريق مستقيم بسرعة ٤٢ كم/س شاهدت سيارة أخرى (ب) ودراجة (حـ) تسيران على نفس الطريق فبدت لها السيارة (ب) كما لو كانت قادمة فى الاتجاه المضاد بسرعة ١٣٢ كم/س وبدت لها الدراجة (حـ) كما لو كانت تتقهقر بسرعة ١٢ كم/س. أوجد السرعة الفعلية لكل من السيارة (ب) والدراجة (حـ).

«٩٠ كم/ س عكس اتجاه حركة سيارة الشرطة ، ٣٠ كم/ س فى نفس اتجاه حركة سيارة الشرطة»

---

٢١ يتحرك طراد وسفينة على مسار مستقيم واحد بحيث كان كل منهما يتحرك نحو الآخر وقد راقب الطراد حركة السفينة وعندما كانت على بُعد ٢٠ كم منه كانت سرعة السفينة ٤٠ كم/ساعة وسرعة الطراد ٥٢ كم/ساعة وعندئذ أطلق الطراد عليها طوربيدًا بسرعة ١٠٨ كم/ساعة. احسب الزمن الذى يمضى من لحظة إطلاق الطوربيد حتى لحظة إصابة السفينة. «٦ دقائق»

---

٢٢ مر قطار أ طوله ٨٠ مترًا يتحرك بسرعة ١٢٠ كم/س بقطار آخر ب طوله ١٢٠ مترًا

أوجد الزمن اللازم لكى يمر القطار أ بالكامل من القطار ب إذا كان القطار ب :

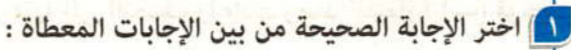
(١) ساكنًا. (٢) متحركًا بسرعة ٧٠ كم/س فى نفس اتجاه حركة القطار أ

(٣) متحركًا بسرعة ٨٠ كم/س فى عكس اتجاه حركة القطار أ «٦ ثوانٍ ، ١٤,٤ ثانية ، ٣,٦ ثانية»

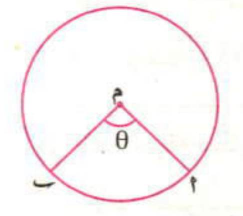
٢٣ يتحرك قطار أ بسرعة ١٠٠ كم/س ، لحق بقطار آخر ب طوله ١٩٠ مترًا يتحرك بسرعة ٦٠ كم/س على شريط موازٍ فمر عليه بالكامل فى ٢٧ ثانية.

أوجد طول القطار أ والزمن الذى يستغرقه فى عبور كوبرى طوله ٩٠ مترًا. «١١٠ أمتار ، ٧,٢ ثانية»

ثالثًا مسائل تقيس مهارات التفكير



١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



① فى الشكل المقابل :

جسيم تحرك من نقطة أ إلى نقطة ب على دائرة طول نصف قطرها نق فإن الإزاحة الحادثة = ...

(أ) نق θ° (ب) ٢ نق θ° (جـ) نق جا θ (د) ٢ نق جا $\frac{\theta}{2}$

② إذا تحرك جسم مسافة (ف) بسرعة ($ع_1$) ثم تحرك فى نفس الاتجاه مسافة (ف) بسرعة ($ع_2$) فإن السرعة المتوسطة تكون ....

(أ) $\frac{1}{2}$ ($ع_1$ + $ع_2$) (ب) $\frac{1}{2}$ ف $\left(\frac{1}{ع_1} + \frac{1}{ع_2}\right)$

(جـ) $\frac{2\,ع_1\,ع_2}{ع_1 + ع_2}$ (د) $\frac{2}{ف}$ ($ع_1$ + $ع_2$)

③ وُجد أنه لو تحرك جسم بسرعة ١٤ كم/س بدلًا من ١٠ كم/س لقطع مسافة أكثر بمقدار ٢٠ كم فإن المسافة التى يقطعها الجسم بالسرعة ١٤ كم/س هى .... كم.

(أ) ٥٠ (ب) ٥٦ (جـ) ٧٠ (د) ٨٠

④ قطاران لهما نفس الطول يسيران فى نفس الاتجاه فى خطين متوازيين الأول بسرعة ٤٦ كم/س والثانى بسرعة ٣٦ كم/س فإذا لحق القطار السريع القطار البطىء وتخطاه بالكامل فى ٣٦ ثانية فإن طول كل قطار = ... متر.

(أ) ٢٥ (ب) ٥٠ (جـ) ٧٥ (د) ١٠٠

⑤ متسابق يلف مضمار ثابت عبارة عن خطين متوازيين طول كل منهما ٩٦ متر وتتصل نهايتى كل طرف بنصف دائرة طول نصف قطرها ٤٩ متر إذا أتم المتسابق دورة كاملة فى ١٠٠ ثانية فإن مقدار متجه السرعة المتوسطة = ... م/ث ($\pi = \frac{22}{7}$)

(أ) ٢,٥ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) صفر

⑥ قطار متحرك بسرعة منتظمة مقدارها ١٥ م/ث يعبر رجل ساكن فى ٢٧ ثانية فإن المدة الزمنية التى يعبر بها نفس القطار بالكامل رصيف طوله ١٥٠ متر تساوى .... ثانية.

(أ) ٢٧ (ب) ٣٠ (جـ) ٣٧ (د) ٤٢

⑦ تحركت سيارة مسافة ٣٠ كم بسرعة منتظمة ٣٠ كم/س ثم تحركت فى نفس الاتجاه مسافة ٩٠ كم بسرعة (ع) فإذا كانت سرعتها المتوسطة خلال الرحلة كلها هى ٤٠ كم/س

فإن : ع = ... كم/س

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٤٥ (د) ١٢٠

⑧ قطاران يسيران فى اتجاهين متضادين يعبران رجل ساكن على الرصيف فى زمنين ٢٧ ثانية ، ١٧ ثانية على الترتيب ويعبران بعضهما فى ٢٣ ثانية فإن النسبة بين سرعتيهما ....

(أ) ١ : ٣ (ب) ١ : ١٢ (جـ) ٣ : ٢ (د) ٣ : ٤

---

٢ طائرة هليوكوبتر تطير فى خط مستقيم بسرعة ١٢٦ كم/س فوق قطار يتحرك فى نفس الاتجاه فوصلت الطائرة من مؤخرة القطار إلى مقدمته خلال ١٥ ثانية ولما خفض قائد الطائرة سرعتها إلى النصف أصبحت الطائرة فوق مؤخرة القطار خلال ٢٠ ثانية. أوجد طول القطار بالمتر. «١٥٠ مترًا»

---

٣ يتحرك رجل على كوبرى $\overline{أب}$ ، وعندما قطع $\frac{٣}{٨}$ طول الكوبرى من جهة أ سمع صوت صفير قطار يتحرك خلفه بسرعة منتظمة مقدارها ٦٠ كم/س نحو نقطة أ فإذا تحرك الرجل نحو القطار فإن القطار سيصدمه عند نقطة أ مباشرة.

أوجد السرعة المنتظمة التى يتحرك بها الرجل قبل أن يصدمه القطار مباشرة عند نقطة ب «١٥ كم/س»



الدرس

2

الحركة منتظمة التغير فى خط مستقيم

إذا تحرك جسيم بحيث يتغير متجه سرعته من لحظة لأخرى فى المقدار أو الاتجاه أو فى كليهما فإنه يقال أن الجسيم يتحرك حركة متغيرة أو أنه يتحرك بعجلة (تسارع).

تعريف متجه العجلة

هو المعدل الزمنى للتغير فى متجه السرعة أ، هو التغير فى متجه السرعة فى وحدة الزمن.

فإذا كان : $\overleftarrow{ع}_{١}$ ، $\overleftarrow{ع}_{٢}$ متجهى سرعة جسيم عند لحظتين متتاليتين $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ على الترتيب

فإن : متجه العجلة المتوسطة $\overleftarrow{حـ}_{م} = \frac{\overleftarrow{ع}_{٢} - \overleftarrow{ع}_{١}}{ن_{٢} - ن_{١}}$

وفى حالة أن الفترة الزمنية $(ن_{٢} - ن_{١})$ تكون متناهية فى الصغر فإن متجه العجلة فى هذه الحالة يعرف بمتجه العجلة اللحظية (التسارع اللحظى) ويرمز له بالرمز $(\overleftarrow{حـ})$

أنواع الحركة فى خط مستقيم

الحركة المنتظمة هى حركة بسرعة ثابتة مقدارًا واتجاهًا بمرور الزمن.

الحركة المتغيرة هى حركة تتغير فيها سرعة الجسيم بمرور الزمن.

الحركة المنتظمة التغير هى حركة تتغير فيها سرعة الجسيم بمعدل زمنى ثابت.

أى أن فى حالة الحركة المنتظمة التغير متجه عجلة الجسيم يكون ثابتًا مقدارًا واتجاهًا بمرور الزمن.

* من المعروف أن اتجاه السرعة دائمًا فى نفس اتجاه الحركة لجسيم أما اتجاه العجلة فإنه قد يكون :

١ فى نفس اتجاه الحركة وهنا فإن سرعة الجسيم تتزايد بمرور الزمن وتكون حـ لها نفس إشارة ع فى القياس الجبرى لمتجهى العجلة والسرعة.

[٢] فى عكس اتجاه الحركة وهنا فإن سرعة الجسيم تتناقص بمرور الزمن وتكون ح لها عكس إشارة ع فى القياس الجبرى لمتجهى العجلة والسرعة.

وحدات قياس مقدار العجلة

∵ وحدة قياس مقدار متجه العجلة = $\frac{\text{وحدة قياس مقدار متجه السرعة}}{\text{وحدة قياس الزمن}}$

∴ يمكن قياس مقدار العجلة بالوحدات الآتية :

سم/ ث / ث (وتكتب سم/$ث^2$) أ، متر/ ث/ث (وتكتب متر/ $ث^2$)

أ، كم/ س/س (وتكتب كم/$س^2$) أ، كم/س/ ث أ، متر/ ث/دقيقة ... إلخ.

مثال ①

حول عجلة مقدارها ١ كم/ س/ ث إلى :

[١] متر/$ث^2$. [٢] سم/$ث^2$. [٣] كم/$س^2$. [٤] متر/ث/دقيقة.

الحل

[١] ١ كم/س/ ث = $\frac{\text{١ كم}}{\text{س × ث}} = \frac{\text{١٠٠٠ متر}}{\text{٦٠ × ٦٠ ث × ث}} = \frac{٥}{١٨}$ متر/$ث^2$

[٢] ١ كم/س/ ث = $\frac{\text{١ كم}}{\text{س × ث}} = \frac{\text{١٠٠٠ × ١٠٠ سم}}{\text{٦٠ × ٦٠ ث × ث}} = \frac{٢٥٠}{٩}$ سم/$ث^2$

[٣] ١ كم/س/ ث = $\frac{\text{١ كم}}{\text{س × ث}} = \frac{\text{١ كم}}{\text{س} \times \frac{١}{٦٠ \times ٦٠}\text{س}} =$ ٣٦٠٠ كم/$س^2$

[٤] ١ كم/س/ ث = $\frac{\text{١ كم}}{\text{س × ث}} = \frac{\text{١٠٠٠ متر}}{\text{٦٠ دقيقة × ث}} = \frac{٥٠}{٣}$ متر/ث/دقيقة

ماذا يعنى قولنا بأن :

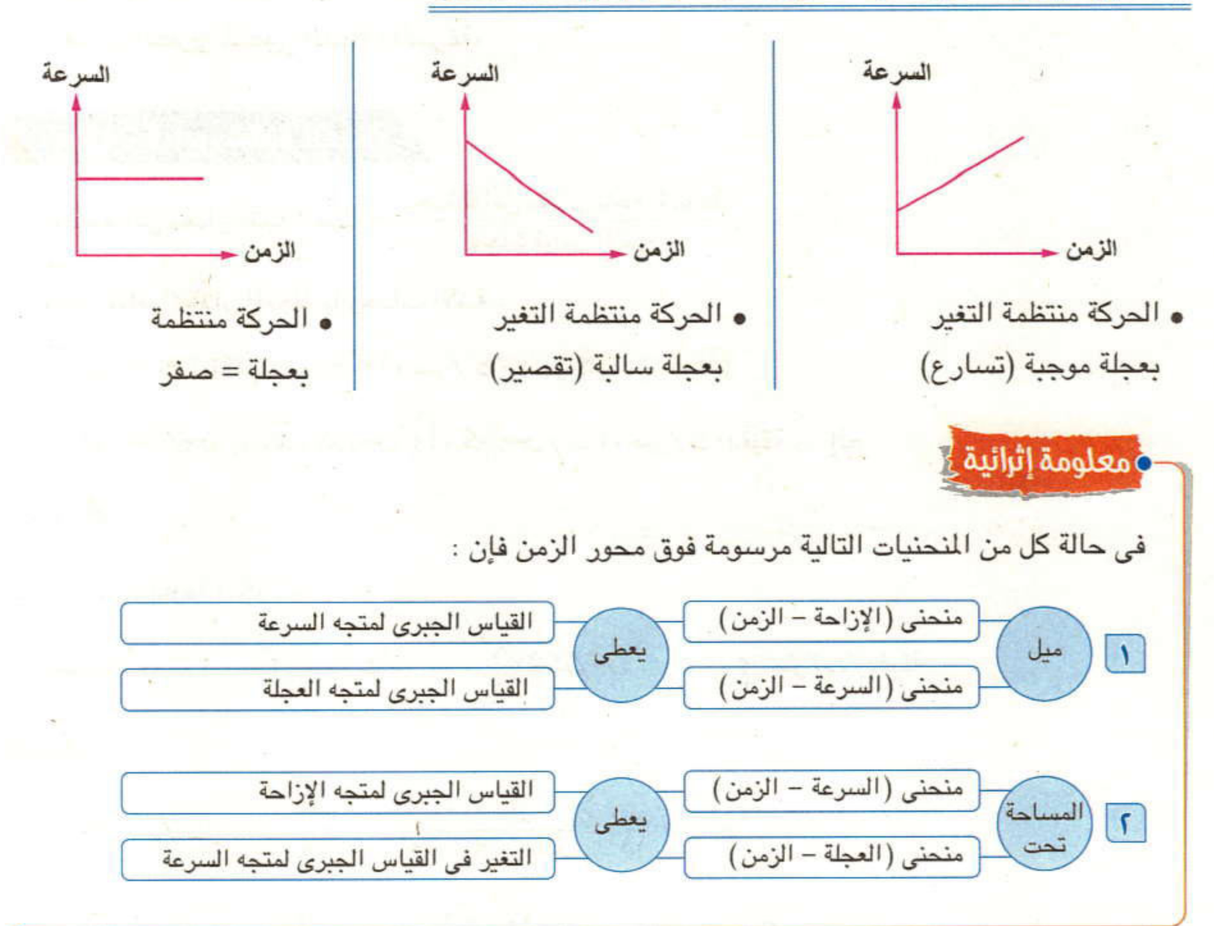
[١] جسيمًا يتحرك فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٦ سم/$ث^2$ فى اتجاه حركته ؟

– ذلك يعنى أن مقدار سرعة هذا الجسيم يزداد أثناء حركته زيادة منتظمة بمعدل ٦ سم/ث كل ثانية.

[٢] جسيمًا يتحرك فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٨ كم/ س/دقيقة فى عكس اتجاه حركته ؟

– ذلك يعنى أن مقدار سرعة هذا الجسيم يتناقص بانتظام أثناء حركته بمعدل ٨ كم/س كل دقيقة.

*** التمثيل البيانى لمنحنى السرعة - الزمن لحركة جسيم فى خط مستقيم :**



معادلات الحركة منتظمة التغير فى خط مستقيم

وسوف ندرس الآن معادلات الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة (الحركة منتظمة التغير).

وقد سبق دراسة هذه المعادلات فى مادة الفيزياء بالصف الأول الثانوى وهناك رموز سوف نستخدمها فى هذه القوانين نلخصها فيما يلى :

الرمز	ما يدل عليه
$\overleftarrow{ع_\cdot}$	متجه سرعة الجسيم عند بدء قياس الزمن.
$\overleftarrow{ع}$	متجه سرعة الجسيم فى نهاية الفترة الزمنية (ن).
$\overleftarrow{ف}$	متجه الإزاحة التى طرأت على الجسيم خلال الفترة الزمنية ن.
$\overleftarrow{ح}$	متجه العجلة.

المعادلة الأولى «العلاقة بين السرعة والزمن فى حالة الحركة المستقيمة بعجلة منتظمة»

نفرض أن جسيمًا يتحرك فى خط مستقيم حركة منتظمة التغير وأن متجه العجلة الثابتة له = $\overleftarrow{ج}$ ومتجه سرعته عند بدء قياس الزمن = $\overleftarrow{ع_{\cdot}}$ ومتجه سرعته بعد فترة زمنية مقدارها (ن) = $\overleftarrow{ع}$

$\therefore \overleftarrow{ج} = \dfrac{\overleftarrow{ع} - \overleftarrow{ع_{\cdot}}}{ن}$ $\qquad$ $\therefore \overleftarrow{ع} - \overleftarrow{ع_{\cdot}} = \overleftarrow{ج}\, ن$

$\therefore \overleftarrow{ع} = \overleftarrow{ع_{\cdot}} + \overleftarrow{ج}\, ن$

وبأخذ القياسات الجبرية للمتجهات $\overleftarrow{ع}$ ، $\overleftarrow{ع_{\cdot}}$ ، $\overleftarrow{ج}$ يكون $\boxed{ع = ع_{\cdot} + ج\, ن}$

المعادلة الثانية «العلاقة بين الإزاحة والزمن فى حالة الحركة المستقيمة بعجلة منتظمة»

إذا تحرك جسيم بعجلة منتظمة فإن متجه سرعته المتوسطة $\overleftarrow{ع_{م}}$ خلال فترة زمنية معينة يساوى نصف مجموع متجهى سرعته عند بداية ونهاية هذه الفترة الزمنية

أى أن $\boxed{\overleftarrow{ع_{م}} = \frac{1}{2}\left(\overleftarrow{ع_{\cdot}} + \overleftarrow{ع}\right)}$

وباستخدام القياسات الجبرية يكون : $ع_{م} = \frac{1}{2}(ع_{\cdot} + ع)$ ولكن من القانون الأول :

$ع = ع_{\cdot} + ج\, ن$ $\qquad$ $\therefore ع_{م} = \frac{1}{2}(ع_{\cdot} + ع_{\cdot} + ج\, ن)$

$\therefore ع_{م} = \frac{1}{2}(2\, ع_{\cdot} + ج\, ن)$ $\qquad$ $\therefore ع_{م} = ع_{\cdot} + \frac{1}{2} ج\, ن$

، $\because$ الإزاحة = متجه السرعة المتوسطة × الزمن $\qquad$ $\therefore ف = ع_{م} \times ن$

$\therefore ف = \left(ع_{\cdot} + \frac{1}{2} ج\, ن\right) \times ن$ $\qquad$ $\therefore \boxed{ف = ع_{\cdot}\, ن + \frac{1}{2} ج\, ن^{2}}$

طريقة أخرى لاستنتاج المعادلة السابقة

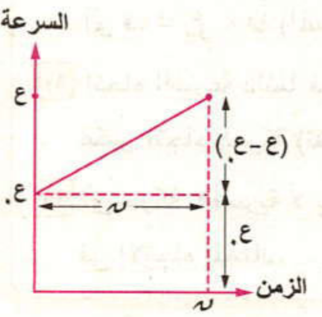
المساحة أسفل منحنى (السرعة – الزمن) تساوى القياس الجبرى لمتجه الإزاحة الحادثة للجسيم وإذا كانت حركة جسيم منتظمة التغير (بعجلة منتظمة) مبتدءاً الحركة بسرعة ابتدائية $ع_{\cdot}$ وبعد مرور زمن قدره ن أصبحت سرعته ع ممثلة بالشكل المقابل فإن القياس الجبرى لمتجه الإزاحة ف = مساحة الجزء تحت الخط البيانى

= مساحة المستطيل + مساحة المثلث = $ع_{\cdot}\, ن + \frac{1}{2} ن (ع - ع_{\cdot})$

وبالتعويض من المعادلة الأولى

$\therefore ف = ع_{\cdot}\, ن + \frac{1}{2} ن (ع_{\cdot} + ج\, ن - ع_{\cdot})$

$\therefore \boxed{ف = ع_{\cdot}\, ن + \frac{1}{2} ج\, ن^{2}}$



المعادلة الثالثة «العلاقة بين السرعة والإزاحة فى حالة الحركة المستقيمة بعجلة منتظمة»

∵ $ع = ع_. + حـ ن$ (١)

، $ف = ع_. ن + \frac{1}{2} حـ ن^2$ (٢)

∴ بحذف ن من المعادلتين (١) ، (٢) كما يلى :

بتربيع (١) :

∴ $ع^2 = ع_.^2 + 2 ع_. حـ ن + حـ^2 ن^2$

∴ $ع^2 = ع_.^2 + 2 حـ (ع_. ن + \frac{1}{2} حـ ن^2)$

وبالتعويض من (٢) :

∴ $ع^2 = ع_.^2 + 2 حـ ف$

ملاحظـات :

١ المعادلات السابقة تربط بين أربعة مجاهيل يمكن إيجاد احداها بمعلومية الثلاثة الآخرين.

٢ إشارة كل من ع ، ع. ، حـ ، ف تتحدد متى حددنا اتجاه متجه الوحدة $\overleftarrow{ى}$

٣ عند بدء الحركة لجسيم يكون : $ن = صفر$

٤ إذا بدأ الجسيم حركته من السكون فإن : $ع_. = صفر$

٥ إذا وصل الجسيم إلى أقصى بعد (أو إذا سكن الجسيم) فإن : $ع = صفر$

٦ إذا تحرك الجسيم بسرعة منتظمة فإن : $حـ = صفر$

٧ إذا تحرك الجسيم بأقصى سرعة له فإن : $حـ = صفر$

٨ إذا عاد الجسيم إلى موضعه الأصلى فإن : $ف = صفر$

٩ فى حالة معرفة ع. ، ع ، ن فإنه ليس من الضرورى إيجاد العجلة حـ

لحساب الإزاحة ف حيث يمكن استخدام المعادلة $ف = \frac{ع + ع_.}{2} \times ن$

أى $ف = ع_م \times ن$ (المستخدمة فى إثبات المعادلة الثانية)

١٠ اتجاه السرعة دائمًا فى اتجاه الحركة أما اتجاه العجلة فقد يكون فى اتجاه الحركة (تسارع) أو فى عكس اتجاه الحركة (تقصير).

١١ أى حركة تقصيرية لا يمكن أن تستمر إلا لفترة محدودة من الزمن ثم تنقلب بعدها إلى حركة متسارعة فى الاتجاه المضاد.

مثال ٢

تتحرك سيارة فى خط مستقيم مبتدئة من السكون بعجلة منتظمة مقدارها $\frac{١}{٢}$ م/ث٢ فى نفس اتجاه حركة السيارة

أوجد :

١ سرعة السيارة بعد دقيقة واحدة بالكم/س

٢ الزمن بالثوانى الذى تستغرقه السيارة حتى تصبح سرعتها ٩٠ كم/س

الحل

نفرض أن الاتجاه الموجب هو اتجاه حركة السيارة

∴ ع. = صفر ، حـ = $\frac{١}{٢}$ م/ث٢ ، ن = ٦٠ ثانية

١ ∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ع = صفر + $\frac{١}{٢}$ × ٦٠ = ٣٠ م/ث

∴ ع = ٣٠ × $\frac{١٨}{٥}$ = ١٠٨ كم/س

٢ ∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ٩٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = صفر + $\frac{١}{٢}$ × ن

∴ ٢٥ = $\frac{١}{٢}$ ن ∴ ن = ٥٠ ثانية

مثال ٣

بدأ جسيم حركته فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٥ سم/ث٢ وبسرعة ابتدائية ٢٠ سم/ث فى عكس اتجاه العجلة

أوجد سرعته وإزاحته بعد :

١ ٣ ثوانٍ. ٢ ٤ ثوانٍ. ٣ ٦ ثوانٍ. ٤ ٩ ثوانٍ.

الحل

نعتبر أن اتجاه السرعة الابتدائية هو الاتجاه الموجب

∴ ع. = ٢٠ سم/ث ، حـ = −٥ سم/ث٢

١ ع = ع. + حـ ن = ٢٠ + (−٥) × ٣ = ٥

∴ السرعة بعد ٣ ثوانٍ = ٥ سم / ث فى نفس اتجاه ع.

، ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن٢ = ٢٠ (٣) + $\frac{١}{٢}$ (−٥) (٣)٢ = ٣٧$\frac{١}{٢}$ سم

٢ ع = ع. + حـ ن = ٢٠ + (−٥) × ٤ = صفر

∴ الجسيم يسكن لحظيًا بعد ٤ ثوانٍ.

، ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن٢ = ٢٠ (٤) + $\frac{١}{٢}$ (−٥) (٤)٢ = ٤٠ سم

٣ ع = ع. + حـ ن = ٢٠ + (−٥) × ٦ = −١٠

∴ السرعة بعد ٦ ثوانٍ = ١٠ سم/ث فى عكس اتجاه ع.

، ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن٢ = ٢٠ (٦) + $\frac{١}{٢}$ (−٥) (٦)٢ = ٣٠ سم

٤ $ع = ع_. + حـ ن = ٢٠ + (-٥) × ٩ = -٢٥$

∴ السرعة بعد ٩ ثوانٍ = ٢٥ سم/ث فى عكس اتجاه $\overline{ع_.}$

، $ف = ع_. ن + \frac{1}{2} حـ ن^٢ = ٢٠ × ٩ + \frac{1}{2} × (-٥) × ٩^٢ = -٢٢,٥$

أى أن الجسيم تخطى المكان الذى بدأ منه حركته بمسافة ٢٢,٥ متر فى عكس اتجاه $\overline{ع_.}$

مثال ٤

يتحرك جسيم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٢ سم /ث^٢ فى اتجاه حركته وبعد أن قطع مسافة ٢,٢٥ متر أصبحت سرعته ٥٠ سم/ث فما هى سرعته الابتدائية ؟

الحـــل

نفرض أن الاتجاه الموجب هو اتجاه حركة الجسيم ، حـ = ٢ سم /ث^٢

، ف = ٢٢٥ سم ، ع = ٥٠ سم/ث

، ∵ $ع^٢ = ع_.^٢ + ٢ حـ ف$ ∴ $(٥٠)^٢ = ع_.^٢ + ٢ × ٢ × ٢٢٥$

∴ $ع_.^٢ = ٢٥٠٠ - ٩٠٠ = ١٦٠٠$ ∴ $ع_. = ± ٤٠$ سم/ث

، ∵ $ع_.$ فى الاتجاه الموجب ∴ $ع_.$ (السرعة الابتدائية للجسيم) = ٤٠ سم/ث

السرعة المتوسطة المقطوعة خلال الثانية النونية للحركة منتظمة التغير

١ لإيجاد المسافة التى قطعها الجسيم خلال الثانية النونية نوجد المسافة التى يكون قد قطعها خلال (ن) ثانية الأولى والمسافة التى يكون قد قطعها خلال (ن - ١) ثانية الأولى والفرق بينهما هو المسافة المقطوعة خلال الثانية النونية.

أى أن المسافة المقطوعة خلال الثانية النونية = $ف_{ن} - ف_{ن-١}$

فمثلًا : المسافة المقطوعة خلال الثانية الخامسة = $ف_٥ - ف_٤$

، المسافة المقطوعة خلال الثانيتين الثامنة والتاسعة = $ف_٩ - ف_٧$

٢ السرعة المتوسطة لجسيم خلال فترة زمنية ما = سرعته اللحظية فى منتصف هذه الفترة

فمثلًا : السرعة المتوسطة خلال الثانية الخامسة = $ع_. + ٤,٥$ حـ

، السرعة المتوسطة خلال الثانيتين التاسعة والعاشرة = $ع_. + ٩$ حـ

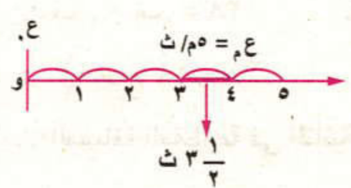
٣ المسافة = السرعة المتوسطة × الزمن

فمثلًا : المسافة المقطوعة خلال الثانية الخامسة = $(ع_. + ٤,٥$ حـ$) × ١$

، المسافة المقطوعة خلال الثانيتين التاسعة والعاشرة = $(ع_. + ٩$ حـ$) × ٢$

فمثلًا :

١ إذا قطع جسيم مسافة ٥ أمتار خلال الثانية الرابعة (١ ثانية)

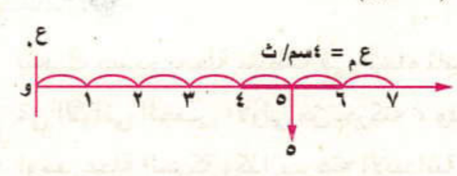


فإن سرعته المتوسطة = $\frac{٥}{١}$ = ٥ متر/ث

وتكون مساوية لسرعة الجسيم بعد $٣\frac{١}{٢}$ ثانية من بدء الحركة

∴ ٥ = ع. + $٣\frac{١}{٢}$ حـ

٢ إذا قطع جسيم مسافة ٨ سم خلال الثانيتين الخامسة والسادسة (٢ ثانية)

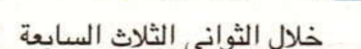


فإن سرعته المتوسطة = $\frac{٨}{٢}$ = ٤ سم / ث

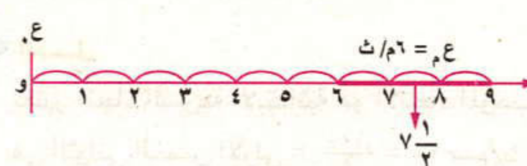
وتكون مساوية لسرعة الجسيم بعد ٥ ثوانٍ

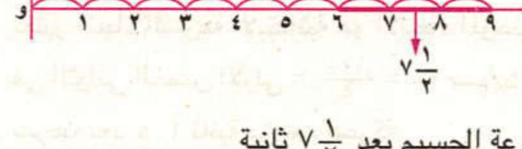
∴ ٤ = ع. + ٥ حـ

٣ إذا قطع جسيم مسافة ١٨ مترًا



خلال الثوانى الثلاث السابعة





والثامنة والتاسعة (٣ ثوانٍ)

∴ سرعته المتوسطة = $\frac{١٨}{٣}$ = ٦ م/ث وتكون مساوية لسرعة الجسيم بعد $٧\frac{١}{٢}$ ثانية

∴ ٦ = ع. + $٧\frac{١}{٢}$ حـ

مثال ٥

بدأ جسيم حركته من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع مسافة ٣٨ سم فى الثانية العاشرة من حركته.
أوجد مقدار عجلته والمسافة التى قطعها فى الثانية الخامسة من حركته.

الحل



السرعة المتوسطة خلال الثانية العاشرة

= $\frac{٣٨}{١}$ = ٣٨ سم/ث

وهى تساوى سرعة الجسيم فى منتصف

الثانية العاشرة أى بعد ٩,٥ ثانية من بدء الحركة.

، ∵ ع = ع. + ن حـ ∴ ٣٨ = ٠ + ٩,٥ حـ ∴ حـ = $\frac{٣٨}{٩,٥}$ = ٤ سم/ث^{٢}.

ولإيجاد المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة نقول :

السرعة المتوسطة خلال الثانية الخامسة = السرعة فى منتصف الثانية الخامسة

= السرعة بعد ٤,٥ ثانية من بدء الحركة

، ∵ ع = ع. + ن حـ ∴ $ع_{م}$ = ٠ + ٤ × ٤,٥ = ١٨ سم/ث.

، ∵ ف = $ع_{م}$ × ن ∴ ف = ١٨ × ١ = ١٨ سم

∴ المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة = ١٨ سم

حل آخر :

∵ $ف_{١٠} - ف_{٩} = ٣٨$ ∴ (صفر + $\frac{1}{2}$ ح × ١٠٠) − (صفر + $\frac{1}{2}$ ح × ٨١) = ٣٨

∴ $\frac{1}{2}$ ح × ١٩ = ٣٨ ∴ ح = ٤ سم/ث^2

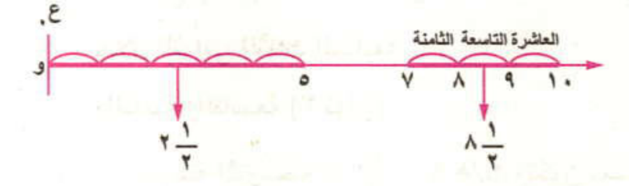
∴ المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة = $ف_{٥} - ف_{٤}$ = (صفر + $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٢٥) − (صفر + $\frac{1}{2}$ × ٤ × ١٦)

= ٥٠ − ٣٢ = ١٨ سم

مثال ٦

يتحرك جسيم بعجلة منتظمة فى اتجاه ثابت هو نفس اتجاه سرعته الابتدائية فإذا قطع الجسيم مسافة ١٠٠ سم فى الثوانى الخمس الأولى من حركته ، وقطع مسافة ٩٠ سم فى الثوانى الثامنة والتاسعة والعاشرة من حركته.
أوجد عجلة الحركة وكذا سرعته الابتدائية.

الحل



نعتبر اتجاه السرعة الابتدائية هو الاتجاه الموجب $ع_م$ فى الثوانى الخمس الأولى = $\frac{١٠٠}{٥}$ = ٢٠ سم/ث وهى سرعته بعد ٢,٥ ثانية من بدء الحركة

، ∵ ع = ع. + ن ح ∴ ٢٠ = ع. + ٢,٥ ح (١)

، $ع_م$ فى الثوانى الثامنة والتاسعة والعاشرة = $\frac{٩٠}{٣}$ = ٣٠ سم/ث

وهى سرعته بعد ٨,٥ ثانية من بدء الحركة

، ∵ ع = ع. + ن ح ∴ ٣٠ = ع. + ٨,٥ ح (٢)

من (١) ، (٢) بالطرح : ∴ ١٠ = ٦ ح ∴ ح = $\frac{٥}{٣}$ سم/ث^2

وبالتعويض فى (١) : ∴ ٢٠ = ع. + $\frac{٥}{٢}$ × $\frac{٥}{٣}$ ∴ ع. = ١٥$\frac{٥}{٦}$ سم/ث

مثال ٧

يتحرك جسيم فى اتجاه ثابت بسرعة ابتدائية ٢٠ سم/ث وعجلة منتظمة ٨ سم/ث^2 فى اتجاه سرعته

أوجد : ١ المسافة التى يكون الجسيم قد قطعها خلال الثانية الخامسة فقط.

٢ المسافة التى يكون الجسيم قد قطعها خلال الثانيتين السابعة والثامنة معًا.

الحل

١ نعتبر اتجاه السرعة الابتدائية هو الاتجاه الموجب ، ع. = ٢٠ سم/ث ، ح = ٨ سم/ث^2

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ ح ن^2

∴ $ف_{٥}$ (خلال ٥ ثوانى الأولى) = ٢٠ × ٥ + $\frac{1}{2}$ (٨) (٥)^2 = ٢٠٠ سم

، $ف_{٤}$ (خلال ٤ ثوانى الأولى) = ٢٠ × ٤ + $\frac{1}{2}$ (٨) (٤)^2 = ١٤٤ سم

∴ المسافة التى قطعها الجسيم خلال الثانية الخامسة فقط = ٢٠٠ − ١٤٤ = ٥٦ سم

حل آخر :

السرعة المتوسطة خلال الثانية الخامسة

= السرعة فى منتصف الثانية الخامسة

= السرعة بعد ٤,٥ ثانية من بدء الحركة

، ∵ ع = ع. + حـ ن ∴ $ع_م$ = ٢٠ + ٨ × ٤,٥ = ٥٦ سم/ث

∴ المسافة المقطوعة خلال الثانية الخامسة = $ع_م$ × الزمن = ٥٦ × ١ = ٥٦ سم

٢ المسافة التى قطعها الجسيم خلال الثانيتين السابعة والثامنة معًا

= $ف_٨ - ف_٦$ = ٢٠ × ٨ + $\frac{١}{٢}$ (٨) $(٨)^٢$ − [٢٠ × ٦ + $\frac{١}{٢}$ (٨) $(٦)^٢$] = ١٥٢ سم

حل آخر :

السرعة المتوسطة خلال الثانيتين السابعة والثامنة معًا

= السرعة بعد ٧ ثوانٍ من بدء الحركة

، ∵ ع = ع. + حـ ن ∴ $ع_م$ = ٢٠ + ٨ × ٧ = ٧٦ سم/ث

∴ المسافة المقطوعة خلال الثانيتين السابعة والثامنة معًا = $ع_م$ × الزمن = ٧٦ × ٢ = ١٥٢ سم

مثال ٨

كرة صغيرة تم دفعها فى عكس اتجاه الرياح بسرعة ٥ متر/ث فتحركت فى خط مستقيم بتقصير منتظم ٢ متر/$ث^٢$ أوجد الزمن الذى يمضى من لحظة الدفع حتى تصبح الكرة على بُعد ٦ أمتار من مكان القذف.

الحـــل

نعتبر الاتجاه الموجب هو اتجاه سرعة الدفع ع.

∴ ع. = ٥ متر/ث

، حـ = −٢ متر/$ث^٢$ وعندما تكون الكرة على بُعد ٦ أمتار من مكان الدفع (و) فإن :

ف = + ٦ أ، ف = −٦ حيث ف الموجبة تعنى أن الكرة تقع عند أ فى جهة الإزاحة الموجبة أى فى الجانب الذى دفعت ناحيته ، ف السالبة تعنى أن الكرة تقع عند ب فى جهة الإزاحة السالبة أى فى الجانب الآخر بالنسبة لمكان الدفع (و).

١ إذا كانت : ف = + ٦ :

∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ $ن^٢$ ∴ ٦ = ٥ ن − $\frac{١}{٢}$ × ٢ $ن^٢$ ∴ $ن^٢$ − ٥ ن + ٦ = ٠

∴ (ن − ٢) (ن − ٣) = ٠ ∴ ن = ٢ ثانية أ، ن = ٣ ثوانٍ

∴ الكرة تكون على بُعد ٦ أمتار من مكان الدفع وفى الجهة التى دفعت ناحيتها مرتين بعد مرور ثانيتين وهى متحركة فى الاتجاه الموجب وبعد مرور ٣ ثوانٍ وهى متحركة فى الاتجاه السالب بعد أن تكون قد وصلت إلى حالة السكون اللحظى عند هـ وغيرت اتجاه حركتها.

٢ إذا كانت : ف = −٦ :

∵ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ حـ ن٢ ∴ −٦ = ٥ ن − $\frac{1}{2}$ × ٢ ن٢ ∴ ن٢ − ٥ ن − ٦ = ٠

∴ (ن − ٦) (ن + ١) = ٠ ∴ ن = ٦ ثوانٍ

∴ الكرة تكون على بُعد ٦ أمتار من مكان الدفع وفى الجهة الأخرى وهى جهة الإزاحة السالبة بالنسبة لنقطة الدفع بعد مرور ٦ ثوانٍ من لحظة الدفع.

مثال ٩

أطلقت رصاصة أفقيًا على كتلة خشبية بسرعة ١٠٠ متر/ث فغاصت فيها مسافة ٥٠ سم حتى سكنت. أوجد العجلة التى تحركت بها الرصاصة إذا علم أنها عجلة منتظمة ، وإذا تم إطلاقها على كتلة خشبية أخرى مماثلة للأولى سمكها ١٨ سم. فما هى السرعة التى تخرج بها الرصاصة من الكتلة الخشبية ؟

الحل

نفرض أن الاتجاه الموجب هو اتجاه حركة الرصاصة.

- **بالنسبة للكتلة الخشبية الأولى :**

ع.=١٠٠متر/ث ، حـ ، ع=٠ ، ٥٠ سم

ع. = ١٠٠ م/ث ، ع = ٠ ، ف = $\frac{1}{2}$ متر

، ∵ ع٢ = ع.٢ + ٢ حـ ف ∴ ٠ = (١٠٠)٢ + ٢ حـ × $\frac{1}{2}$

∴ حـ (العجلة المنتظمة للرصاصة) = − ١٠٠٠٠ م/ث٢ أى فى عكس اتجاه إطلاق الرصاصة

- **بالنسبة للكتلة الخشبية الثانية :**

ع.=١٠٠متر/ث ، حـ ، ع=؟ ، ١٨ سم

ع. = ١٠٠ م/ث ، حـ = −١٠٠٠٠ م/ث٢

، ف = ١٨ سم = ٠,١٨ متر.

، ∵ ع٢ = ع.٢ + ٢ حـ ف ∴ ع٢ = ١٠٠٠٠ − ٢ × ١٠٠٠٠ × ٠,١٨

∴ ع٢ = ١٠٠٠٠ − ٣٦٠٠ = ٦٤٠٠ ∴ ع = ± ٨٠ م/ث

، ∵ السرعة التى تخرج بها الرصاصة فى نفس اتجاه إطلاق الرصاصة أى فى الاتجاه الموجب

∴ ع سرعة خروج الرصاصة من الكتلة الخشبية الثانية = ٨٠ متر/ث

مثال ١٠

تتحرك سيارة بسرعة منتظمة ١٤٤ كم/س ، مرت بسيارة شرطة ساكنة فبدأت سيارة الشرطة فى متابعتها بعد ١٠ ثوان من مرورها ، متحركة بعجلة منتظمة لمسافة ٢٠٠ متر حتى بلغت سرعتها ١٨٠ كم/س ، ثم سارت بهذه السرعة حتى لحقت بالسيارة الأولى.

أوجد الزمن الذى استغرقته سيارة الشرطة من بدء حركتها حتى لحاقها بالسيارة.

الحـــل

نعتبر الاتجاه الموجب هو اتجاه حركة السيارة وأن السيارة مرت بسيارة الشرطة عند أ وأن سيارة الشرطة لحقتها عند ب وأن الزمن الذى استغرقته سيارة الشرطة من بدء حركتها حتى لحقت بالسيارة = ن ثانية

• **السيارة قطعت المسافة أب بسرعة منتظمة** = ١٤٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٤٠ متر/ث

فى زمن قدره (ن + ١٠) ثانية ∴ أب = ٤٠ (ن + ١٠) مترًا ... (١)

• **سيارة الشرطة تحركت مسافتين أحـ ، حـب :**

أولًا : تحركت المسافة أحـ وقدرها ٢٠٠ متر بعجلة منتظمة حيث ع. = ٠

، ع = ١٨٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٥٠ متر/ث

، ∵ ع^٢ = ع.^{٢} + ٢ حـ ف

∴ (٥٠)^٢ = ٠ + ٢ حـ × ٢٠٠

∴ حـ = $\frac{٢٥}{٤}$ متر/ث^٢

، ∵ ع = ع. + ن حـ

∴ ٥٠ = ٠ + $\frac{٢٥}{٤}$ ن

∴ ن (زمن قطع المسافة أحـ) = ٨ ثوان

ثانيًا : المسافة حـب تحركتها سيارة الشرطة بسرعة منتظمة ٥٠ متر/ث فى زمن قدرة (ن − ٨) ثانية.

∴ المسافة حـب = ٥٠ (ن − ٨) ، ∵ أب = أحـ + حـب

∴ أب = ٢٠٠ + ٥٠ (ن − ٨) ... (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ ٤٠ (ن + ١٠) = ٢٠٠ + ٥٠ (ن − ٨)

∴ ٤٠ ن + ٤٠٠ = ٢٠٠ + ٥٠ ن − ٤٠٠

∴ ١٠ ن = ٦٠٠

∴ ن = ٦٠ ثانية وهو الزمن الذى استغرقته سيارة الشرطة حتى لحقت بالسيارة الأخرى.

مثال ⑪

ترام يسير فى خط مستقيم بين محطتين أ ، ب المسافة بينهما ٧٠٠ متر حيث يبدأ من المحطة أ من السكون بعجلة منتظمة ٢ متر/ث^٢ لمدة ١٠ ثوانٍ ثم يسير بعد ذلك بسرعة منتظمة فترة من الزمن ثم يقطع مسافة ٦٠ مترًا الأخيرة من حركته بتقصير منتظم حتى يقف فى المحطة ب

أوجد الزمن الذى يستغرقه فى قطع المسافة بين المحطتين.

الحــل

نعتبر الاتجاه الموجب هو اتجاه حركة الترام

• باعتبار حركة الترام بين أ ، هـ :

$ع_{.} = ٠$ ، $ح = ٢$ م/ث^{٢} ، $ن = ١٠$ ثوانٍ

∵ $ف = ع_{.} ن + \frac{١}{٢} ح ن^{٢}$ ∴ $ف = ٠ + \frac{١}{٢} \times ٢ \times ١٠٠$ ∴ $ف = ١٠٠$ متر

∴ أهـ = ١٠٠ متر وهى المسافة التى قطعها الترام فى الثوانى العشر الأولى من حركته

، ∵ $ع = ع_{.} + ح ن$ ∴ $ع = ٠ + ١٠ \times ٢$ ∴ $ع = ٢٠$ متر/ث

∴ سرعة الترام فى نهاية الثوانى العشر الأولى = ٢٠ متر/ث فى الاتجاه الموجب وهى نفسها السرعة المنتظمة التى يسير بها الترام خلال قطع المسافة هـ ء وهى أيضًا السرعة الابتدائية بالنسبة لحركة الترام بين ء ، ب

• باعتبار حركة الترام بين ء ، ب :

$ع_{.} = ٢٠$ متر/ث ، $ع = ٠$ ، $ف = ٦٠$ مترًا

∵ $ع^{٢} = ع_{.}^{٢} + ٢ ح ف$ ∴ $٠ = (٢٠)^{٢} + ٢ \bar{ح} \times ٦٠$

∴ $\bar{ح} = -\frac{٤٠٠}{١٢٠} = -\frac{١٠}{٣}$ متر/ث^{٢}

، ∵ $ع = ع_{.} + \bar{ح} ن$ ∴ $٠ = ٢٠ - \frac{١٠}{٣} ن$ ∴ $ن = ٢٠ \times \frac{٣}{١٠} = ٦$ ثوانٍ

∴ زمن قطع مسافة ٦٠ مترًا الأخيرة = ٦ ثوانٍ

• باعتبار حركة الترام بين هـ ، ء :

أهـ + ءب = ١٠٠ + ٦٠ = ١٦٠ مترًا ∴ هـ ء = ٧٠٠ − ١٦٠ = ٥٤٠ مترًا

∵ الحركة منتظمة السرعة ∴ $ف = ع \times ن$ ∴ $٥٤٠ = ٢٠ ن$

∴ $ن = \frac{٥٤٠}{٢٠} = ٢٧$ ثانية وهو زمن قطع هـ ء ∴ الزمن كله = ١٠ + ٢٧ + ٦ = ٤٣ ثانية.

تمارين 2 على الحركة منتظمة التغير فى خط مستقيم

اختبر نفسك

من أسئلة الكتاب المدرسى • تذكر • فهم • تطبيق • مستويات عليا

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) ١٨٠ مترًا/ساعة / ث = ... سم/ث^{٢}

(أ) $\frac{١}{٢٠}$ (ب) ٥ (جـ) ٣٠ (د) ٣٠٠

(٢) عند بدء الحركة لجسيم فإن .... = صفر دائمًا.

(أ) $ع_٠$ (ب) ع (جـ) ن (د) ح

(٣) إذا تحرك جسيم بسرعة منتظمة فإن : ح = ...

(أ) عدد موجب. (ب) عدد سالب. (جـ) صفر (د) ع

(٤) إذا تحرك جسيم فى خط مستقيم ثم عاد إلى موضعه الابتدائى ، فإن ....

(أ) ع = $ع_٠$ (ب) ح = ٠ (جـ) ف = ٠ (د) ع = ٠

(٥) عندما يصل جسيم إلى أقصى بُعد فإن ....

(أ) ح = ٠ (ب) ع = ٠ (جـ) ن ع = ف (د) ع = $ع_٠$

(٦) القياس الجبرى لعجلة الجسم المتحرك يمكن حسابها بيانيًا بواسطة ....

(أ) ميل منحنى السرعة – الزمن. (ب) المساحة تحت منحنى السرعة – الزمن.

(جـ) ميل منحنى الإزاحة – الزمن. (د) المساحة تحت منحنى الإزاحة – الزمن.

(٧) إذا كان منحنى السرعة يمثل بقطعة مستقيمة أفقية فى العلاقة بين السرعة والزمن فإن الجسم ....

(أ) يتحرك بعجلة صفرية. (ب) يتحرك بعجلة ثابتة غير صفرية.

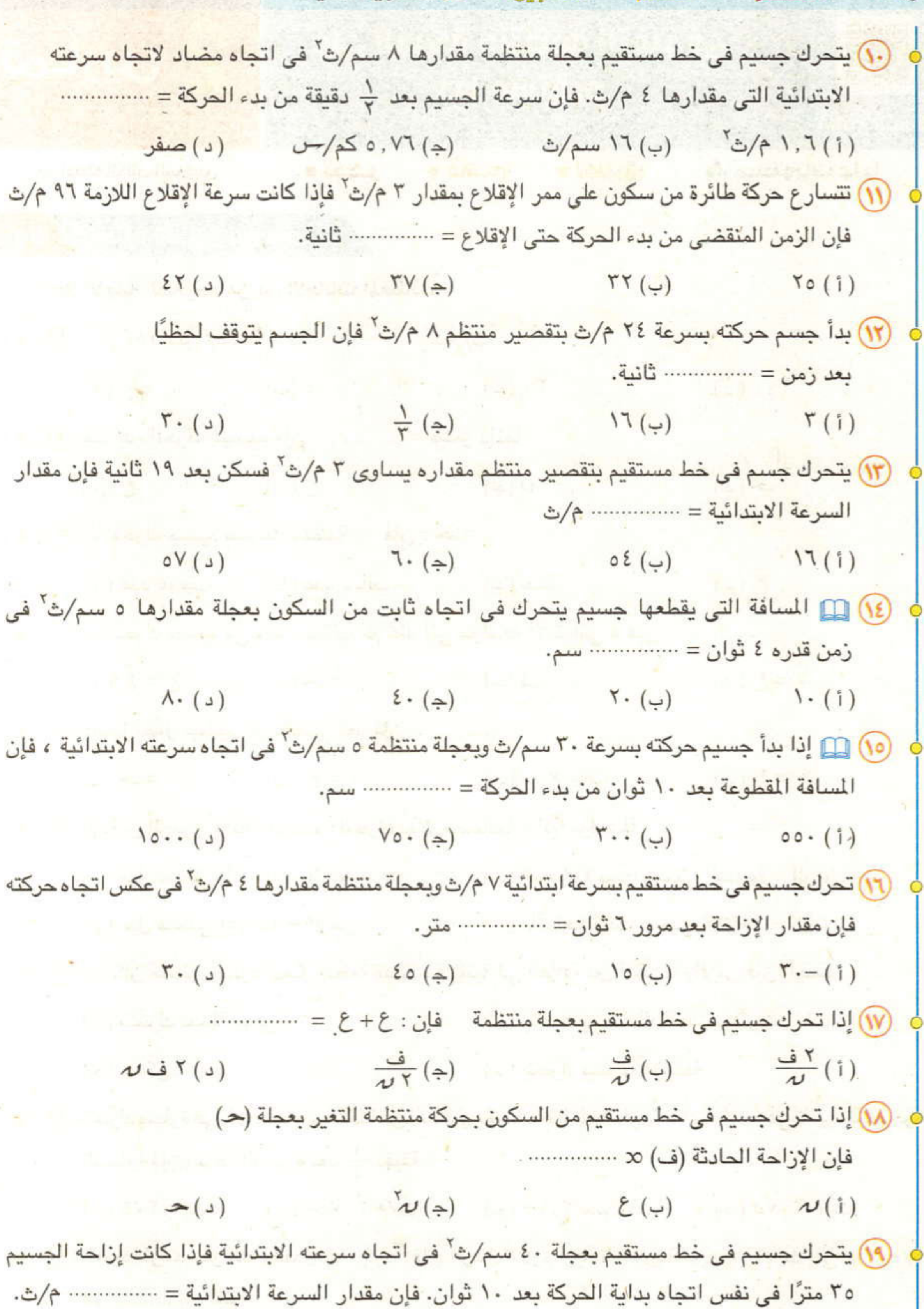
(جـ) ساكن. (د) يتحرك بسرعة تزايدية.

(٨) تتحرك سيارة فى خط مستقيم مبتدئة من السكون بعجلة منتظمة مقدارها ٢٥ سم/ث^{٢} فى نفس اتجاه حركة السيارة فإن سرعة السيارة بعد $\frac{١}{٤}$ دقيقة = ...

(أ) ٣٧٥ م/ث (ب) −٣,٧٥ م/ث (جـ) ٣,٧٥ سم/ث (د) ٣,٧٥ م/ث

(٩) طائرة تتزايد سرعتها بمعدل ١٥ م/ث^{٢} فإن الزمن اللازم لزيادة السرعة من ١٠٠ م/ث إلى ١٦٠ م/ث هو .... ثانية.

(أ) ١٧ (ب) ٠,٠٥ (جـ) ٤ (د) ١,٢٥



(١٠) يتحرك جسيم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة مقدارها ٨ سم/ث^{٢} فى اتجاه مضاد لاتجاه سرعته الابتدائية التى مقدارها ٤ م/ث. فإن سرعة الجسيم بعد $\frac{١}{٢}$ دقيقة من بدء الحركة = ...

(أ) ١,٦ م/ث^{٢} (ب) ١٦ سم/ث (جـ) ٥,٧٦ كم/س (د) صفر

(١١) تتسارع حركة طائرة من سكون على ممر الإقلاع بمقدار ٣ م/ث^{٢} فإذا كانت سرعة الإقلاع اللازمة ٩٦ م/ث فإن الزمن المنقضى من بدء الحركة حتى الإقلاع = ... ثانية.

(أ) ٢٥ (ب) ٣٢ (جـ) ٣٧ (د) ٤٢

(١٢) بدأ جسم حركته بسرعة ٢٤ م/ث بتقصير منتظم ٨ م/ث^{٢} فإن الجسم يتوقف لحظيًا بعد زمن = ... ثانية.

(أ) ٣ (ب) ١٦ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ٣٠

(١٣) يتحرك جسم فى خط مستقيم بتقصير منتظم مقداره يساوى ٣ م/ث^{٢} فسكن بعد ١٩ ثانية فإن مقدار السرعة الابتدائية = ... م/ث

(أ) ١٦ (ب) ٥٤ (جـ) ٦٠ (د) ٥٧

(١٤) المسافة التى يقطعها جسيم يتحرك فى اتجاه ثابت من السكون بعجلة مقدارها ٥ سم/ث^{٢} فى زمن قدره ٤ ثوان = ... سم.

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٤٠ (د) ٨٠

(١٥) إذا بدأ جسيم حركته بسرعة ٣٠ سم/ث وبعجلة منتظمة ٥ سم/ث^{٢} فى اتجاه سرعته الابتدائية ، فإن المسافة المقطوعة بعد ١٠ ثوان من بدء الحركة = ... سم.

(أ) ٥٥٠ (ب) ٣٠٠ (جـ) ٧٥٠ (د) ١٥٠٠

(١٦) تحرك جسيم فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٧ م/ث وبعجلة منتظمة مقدارها ٤ م/ث^{٢} فى عكس اتجاه حركته فإن مقدار الإزاحة بعد مرور ٦ ثوان = ... متر.

(أ) −٣٠ (ب) ١٥ (جـ) ٤٥ (د) ٣٠

(١٧) إذا تحرك جسيم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فإن : ع + ع. = ...

(أ) $\frac{\text{٢ ف}}{\text{ن}}$ (ب) $\frac{\text{ف}}{\text{ن}}$ (جـ) $\frac{\text{ف}}{\text{٢ ن}}$ (د) ٢ ف ن

(١٨) إذا تحرك جسيم فى خط مستقيم من السكون بحركة منتظمة التغير بعجلة (حـ) فإن الإزاحة الحادثة (ف) ∝ ....

(أ) ن (ب) ع (جـ) ن^{٢} (د) حـ

(١٩) يتحرك جسيم فى خط مستقيم بعجلة ٤٠ سم/ث^{٢} فى اتجاه سرعته الابتدائية فإذا كانت إزاحة الجسيم ٣٥ مترًا فى نفس اتجاه بداية الحركة بعد ١٠ ثوانٍ. فإن مقدار السرعة الابتدائية = ... م/ث.

(أ) ١,٥ (ب) ١٥٠ (جـ) ٢,٥ (د) ٢

(٢٠) يتحرك جسيم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٤٠ سم/ث^{٢} وبسرعة ابتدائية ٣٦ كم/س فى نفس اتجاه متجه عجلته. فإنه يصبح على بُعد ٤٣,٢ متر من نقطة الابتداء بعد مرور .... ثانية.

(أ) ٢,٧ (ب) ٣,٨ (جـ) ٤ (د) ٣,٥

(٢١) يتحرك جسيم من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع ٢٤ مترًا فى الثوانى الأربع الأولى من حركته ، فإن مقدار عجلته = ... م/ث^{٢}

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) $\frac{٣}{٢}$

(٢٢) قذفت كرة أفقيًا فى عكس اتجاه الرياح بسرعة ابتدائية ع. = ١٥ سم/ث فتحركت بتقصير منتظم ٥ سم/ث^{٢} فإن الزمن الذى تستغرقه الكرة حتى تعود إلى نقطة البداية = ... ثوان.

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦

(٢٣) بدأ جسيم حركته من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٣ سم/ث^{٢} فقطع مسافة ٢٤ سم فإن سرعته فى نهاية تلك المسافة = ... سم/ث.

(أ) ١٤٤ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٧٢

(٢٤) بدأ جسم حركته بسرعة ١٢٦ كم/ساعة وتوقف بعد أن قطع مسافة ١٢٢,٥ متر فإن عجلة الحركة للجسم = ... م/ث^{٢}.

(أ) −٥ (ب) ٥ (جـ) $\frac{٣٢٤}{٥}$ (د) $\frac{-٣٢٤}{٥}$

(٢٥) سيارة تتحرك فى خط مستقيم وعندما كانت سرعتها ٧٢ كم/س استخدمت الفرامل فتحركت حركة تقصيرية منتظمة التغير وأصبحت سرعتها ٥٤ كم/س بعد مسافة قدرها ١٤٠ مترًا فإن عجلة الحركة = ... م/ث^{٢}.

(أ) $-\frac{١}{٢}$ (ب) $-\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{-٥}{٨}$ (د) −١,٤

(٢٦) انطلقت سيارة من السكون بتسارع مقداره ٤ م/ث^{٢} فإن المسافة التى قطعتها السيارة عندما تصبح سرعتها ٢٤ م/ث هى .... متر.

(أ) ٧٢ (ب) ٣٥ (جـ) ٩٦ (د) ٨١

(٢٧) يتحرك قطار فى خط مستقيم بسرعة ٤٥ كم/س وعندما اقترب من المحطة ضغط السائق على الفرامل فتحرك القطار بتقصير منتظم مقداره $١\frac{١}{٤}$ متر/ث^{٢} حتى وقف فى المحطة فإن المسافة التى قطعها القطار من لحظة استخدام الفرامل وحتى وقف = ... متر.

(أ) ٧٨,٢٥ (ب) ٦٢,٥ (جـ) ٩٢ (د) $٩\sqrt{١٠}$

(٢٨) تسير سيارة سباق فى الحلبة بسرعة ٤٤م/ث فى لحظه ما ثم تناقصت سرعتها بمعدل ثابت ، حتى أصبحت ٢٢ م/ث خلال ١١ ثانية فإن المسافة التى قطعتها السيارة خلال هذا الزمن = ... متر.

(أ) ٢٣٨ (ب) ٤١٥ (جـ) ٣٦٣ (د) ٣٤٨

(٢٩) السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية ع. وعجلة منتظمة حـ خلال الثانية السادسة من حركته = ...

(أ) ع. + ٥ حـ (ب) ع. + ٦ حـ (جـ) ع. + $٥\frac{١}{٢}$ حـ (د) ع. + ٣ حـ

(٣٠) السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية ع. وعجلة منتظمة حـ خلال الثوانى السابعة والثامنة والتاسعة = ...

(أ) ع. + $٧\frac{١}{٢}$ حـ (ب) ع. + ٨ حـ (جـ) ع. + $٨\frac{١}{٢}$ حـ (د) ع. + ٩ حـ

(٣١) بدأ جسم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٥ سم/ث وعجلة منتظمة ٤ سم/ث^٢ فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية فإن المسافة التى يكون الجسم قد قطعها فى الثانية السادسة فقط = ... سم

(أ) ٣٢ (ب) ٣٥ (جـ) ٣٩ (د) ٣٧

(٣٢) بدأ جسم حركته فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٥ م/ث وبعجلة منتظمة ٢ م/ث^٢ فى نفس اتجاه السرعة الابتدائية فإن المسافة المقطوعة فى الثوانى السادسة والسابعة والثامنه فقط تساوى .... متر.

(أ) ١٨ (ب) ٥٤ (جـ) ٣٦ (د) ٥٧

(٣٣) بدأ جسم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٠ سم/ث وعجلة منتظمة ٥ سم/ث^٢ فى نفس اتجاه سرعته فإن المسافة التى يكون الجسم قد قطعها فى الثانيتين السابعة والثامنة فقط = ... سم.

(أ) ٥٤ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

(٣٤) استخدم قائد سيارة الفرامل فتوقف خلال ١٥ ثانية بعد أن قطع مسافة ٣٠ متر فإن سرعة السيارة عند بداية استخدام الفرامل = ... م/ث.

(أ) ١٥ (ب) ٨ (جـ) ٤ (د) ٦

(٣٥) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٢٠ سم/ث وبعجلة منتظمة ٢ سم/ث^٢ تعمل فى عكس اتجاه متجه السرعة الابتدائية فإن الزمن الذى يمضى من بدء الحركة حتى تصبح سرعته ٣,٦ كم/س فى عكس الاتجاه الذى بدأ الحركة فيه = ... دقيقة.

(أ) ٦٠ (ب) ٣٥ (جـ) ١ (د) ٦

(٣٦) تحرك جسيم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة قدرها $\frac{١}{٢}$ م/ث^٢ فبلغت سرعته $٣١\frac{١}{٢}$ كم/س فى نفس اتجاه عجلته وذلك بعد مرور ١٢ ثانية من بدء الحركة فإن سرعته الابتدائية = ... م/ث

(أ) ٢,٧٥ (ب) ٣ (جـ) ٢,٢٥ (د) ١,٦

(٣٧) جسيم متحرك فى خط مستقيم بلغت سرعته ١٠٠ سم/ث بعد ٥ ثوانٍ من بدء حركته ، وبلغت ٧٢ سم/ث فى نفس الاتجاه بعد ١٢ ثانية من بدء الحركة فإن سرعته الابتدائية = ... سم/ث

(أ) ٤- (ب) ٨٦ (جـ) ١٢٠ (د) ١٧٢

(٣٨) يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع ٥٢ مترًا فى الثوان الأربع الأولى ثم قطع مسافة ٩٢ مترًا فى الثوان الأربع التالية لها فإن عجلة الحركة = ... م/ث^{2}

(أ) −٢,٥ (ب) ٣ (جـ) ٣,٥ (د) ٢,٥

(٣٩) أطلقت رصاصة بسرعة ٥٠ م/ث على هدف ثابت فسكنت فيه بعد أن غاصت مسافة ٢٥ سم فإن السرعة التى تنفذ بها الرصاصة فى نفس الهدف إذا كان سمكه ١٦ سم على فرض ثبوت العجلة فى الحالتين تساوى .... م/ث

(أ) ٣٠ (ب) ٣٥ (جـ) ٢٥ (د) ٤٠

(٤٠) تتحرك سيارة من السكون بعجلة منتظمة من نقطة أ فمرت على رادار عند نقطة ب فكانت سرعتها ٦٠ كم/س ثم على رادار آخر عند نقطة حـ فكانت سرعتها ١٢٠ كم/س فإذا كان : ب حـ = ٦ كم فإن : أ ب = ... كم

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ٣ (د) ٢

(٤١) إذا تحرك جسيم بسرعة ابتدائية (ع.) وكانت سرعته النهائية هى (ع) وكان : $\frac{ع}{ع.} + \frac{ع.}{ع} = ٢$

فإن : ....

(أ) حـ $<$ ٠ (ب) حـ $>$ ٠ (جـ) حـ = ٠ (د) ١ $<$ حـ $\leq$ ٢

(٤٢) يتحرك جسم بسرعة ابتدائية (ع.) سم/ث وبعجلة منتظمة (حـ) سم/ث^{2} وسرعة نهائية (ع) سم/ث وكان ع − ع. = ١٠ سم/ث ، $\sqrt{حـ\ ف}$ = ٢٠ سم/ث فإن : $\frac{ع}{ع.}$ = ...

(أ) $\frac{١٧}{٩}$ (ب) $\frac{٥}{٤}$ (جـ) $\frac{٩}{٧}$ (د) $\frac{٩}{٥}$

(٤٣) يتحرك راكب دراجة بعجلة ثابته $\frac{١}{٤}$ متر/ث^{2} فى طريق مستقيم طوله ١٠٠ متر فإذا كانت سرعته فى نهاية الطريق أكبر من بدايته بـ ٢ م/ث فإن مقدار سرعته فى نهايه الطريق = ... م/ث

(أ) ١١,٥ (ب) ١٢,٥ (جـ) ١٣ (د) ١٣,٥

(٤٤) تحرك جسيم بسرعة ابتدائية ما فى اتجاه ثابت وبعجلة منتظمة ، فإذا قطع فى الثانية الثالثة من حركته مسافة ٢٠ مترًا ، ثم قطع فى الثانيتين الخامسة والسادسة معًا مسافة ٦٠ مترًا فإن العجلة التى تحرك بها الجسيم = ... م/ث^{2}

(أ) ٤ (ب) ١٠ (جـ) ٣ (د) ٥

(٤٥) بدأ جسيم الحركة بسرعة ابتدائية ع. سم/ث وبعجلة حـ سم/ث^{2} فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية حتى وصلت سرعته النهائية (١٠٠ − ع.) سم/ث بعد أن قطع مسافة ١٠ أمتار فإن الزمن اللازم لذلك = ... ثانية.

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ١٥ (د) ٣٠

(٤٦) جسم يتحرك فى خط مستقيم بعجلة ثابتة فتحرك ١٠ متر فى الثانية الأولى و١٥ متر فى الثانية الثانية فإن المسافة المقطوعة خلال الثانية الثالثة = ... متر.

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٣٠ (د) ٤٥

(٤٧) سيارة تبدأ حركتها من السكون عند أ وتتحرك فى خط مستقيم بعجلة ثابتة لمدة ٢٠ ثانية حتى تصل إلى النقطة (ب) فإذا كانت سرعة السيارة عند النقطة ب هى ٣٠ م/ث فإن سرعة السيارة عند النقطة حـ ≃ .... م/ث حيث أن حـ تقع بين أ ، ب وكانت أ حـ = ٤٠ متر.

(أ) ١٠ (ب) ١١ (جـ) ١٣ (د) ١٥

(٤٨) متسابق يتحرك بعجلة منتظمة يمر بثلاث نقط أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة حيث أ ب = ب حـ = ٢٠ متر فإذا كانت سرعة المتسابق عند أ تساوى ٨ م/ث وسرعته عند ب تساوى ١٢ م/ث فإن سرعته عند حـ هى .... م/ث

(أ) ١٦ (ب) ٢٠ (جـ) ١٤ $\sqrt{٢}$ (د) ٤ $\sqrt{١٤}$

(٤٩) جسمان يتحركان على نفس الخط الأفقى كل منهما فى اتجاه الآخر إذا تحرك الجسم الأول من نقطة أ بسرعة ابتدائية ٨ م/ث وعجلة $\frac{٣}{٤}$ م/ث^{٢} وتحرك الجسم الثانى من نقطة ب بسرعة ابتدائية ٤ م/ث وعجلة $\frac{٥}{٤}$ م/ث^{٢} إذا كان أ ب = ٦٤ متر فإن الجسمان يتصادمان بعد .... ثانية.

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

(٥٠) تحركت سيارة أ بسرعة منتظمة مقدارها ١٥ م/ث وفى نفس اللحظة ومن نفس النقطة تحركت سيارة أخرى ب من السكون بعجلة مقدارها ٣ م/ث^{٢} فى نفس اتجاه حركة السيارة أ فإن السيارة ب تلحق بالسيارة أ بعد .... ثانية.

(أ) ٥ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) ١٥ (د) ١٠

(٥١) طُلب من أحد المهندسين تصميم ممر إقلاع لأحد المطارات فإذا كان أقل تسارع للطائرات التى ستستخدم هذا الممر هو ٣ م/ث^{٢} وسرعة إقلاع الطائرات هو ٦٥ م/ث فإن أقصر طول لممر الإقلاع = ... متر.

(أ) ٧٠٤ $\frac{١}{٦}$ (ب) ٨١٠ $\frac{٥}{٦}$ (جـ) ٤٠٦ $\frac{١}{٤}$ (د) ٧٥٤ $\frac{١}{٦}$

(٥٢) قذفت كرة أفقيًا فى عكس اتجاه الرياح بسرعة ابتدائية ع. = ١٥ سم/ث فتحركت بتقصير منتظم ٥ سم/ث^{٢} فإن المسافة الكلية التى تقطعها الكرة خلال ٥ ثوانى هى ....

(أ) ٢٢,٥ (ب) ١٠ (جـ) ٣٢,٥ (د) ١٢,٥

(٥٣) يتحرك أتوبيس لنقل الركاب فى طريق مستقيم بين محطتين المسافة بينهما ١ كم فإذا بدأ الحركة من المحطة الأولى من السكون بعجلة منتظمة مقدارها ١,٥ م/ث^{٢} إلى أن وصلت سرعته إلى ١٥ م/ث ثم سار بهذه السرعة المنتظمة التى اكتسبها مسافة ما ثم استخدم الفرامل ليتحرك بتقصير منتظم مقداره ١ م/ث^{٢} إلى أن توقف فى المحطة التالية فإن المسافة المقطوعة بالسرعة المنتظمة = ... متر.

(أ) ٧١١,٥ (ب) ٧١٣,٥ (جـ) ١٨٧,٥ (د) ٨١٢,٥

(٥٤) إذا تغيرت سرعة سيارة (أ) تتحرك فى خط مستقيم من ٢٤ كم/س إلى ٣٦ كم/س خلال ٥ ثوان ، وتغيرت سرعة سيارة (ب) تتحرك فى نفس الخط المستقيم فى نفس الاتجاه من ١٢ كم/س إلى ٣٠ كم/س خلال نفس المدة فإن ....

(أ) السيارتان أ ، ب تتحركان بنفس مقدار التسارع.

(ب) السيارتان يصبح لهما نفس السرعة بعد مرور ٥ ثوان آخرى.

(جـ) السيارة أ تتحرك بتسارع أكبر من السيارة ب

(د) سرعة السيارة ب تصبح ضعف سرعة السيارة أ بعد مرور ٧ ثوان من بدء الرصد.

(٥٥) تتحرك سيارة بسرعة منتظمة ٧٢ كم/س فشاهد قائدها اشارة مرور تبعد عنه ٥٠ متر وقد تحولت إلى اللون الأحمر فإذا كان الزمن اللازم لاتخاذ قرار الضغط على الفرامل ٠,٥ ثانيه وعند الضغط على الفرامل تحركت السيارة بتقصير منتظم مقداره ٤ م/ث^{2} فإن ....

(أ) السيارة تتوقف بالكاد عند اشارة المرور.

(ب) السيارة تتوقف قبل الاشارة بمسافة ٢ متر.

(جـ) السيارة تتوقف بعد الاشارة بمسافة ١٠ أمتار.

(د) السيارة تتوقف بعد الاشارة بمسافة ٥ أمتار.

(٥٦) فى الشكل المقابل :

العجلة (حـ) = ... م/ث^{2}

(أ) ٢

(ب) −٢

(جـ) −٣

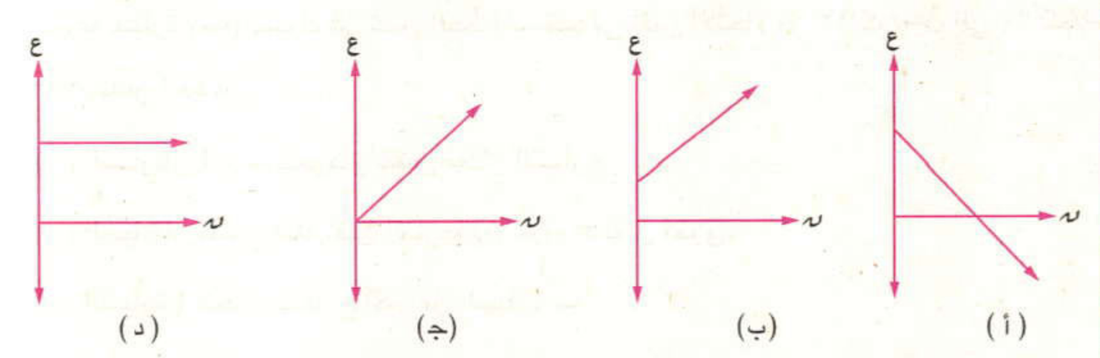
(د) −١

(٥٧) تتساقط قطرات الزيت من إحدى السيارات المتحركة من اليسار إلى اليمين كما بالشكل المقابل بملاحظة قطرات الزيت فإن السيارة تتحرك ....

(أ) بسرعة منتظمة. (ب) بعجلة.

(جـ) بتقصير (د) بتقصير ثم سرعة منتظمة.

(٥٨) أى من منحنيات (متجه السرعة – الزمن) الآتية يمثل حركة جسم بحيث يكون ع. > ٠ ، حـ < ٠ ؟



(٥٩) جسم يتحرك فى الاتجاه الموجب لمحور السينات بعجلة ٢ م/ث^{٢} فإن ذلك يعنى أن ....

(أ) الجسم يتحرك ٢ متر كل ثانية.

(ب) الجسم يتحرك بسرعة ٢ م/ث

(جـ) سرعة الجسم تتناقص بمقدار ٢ م/ث كل ثانية.

(د) سرعة الجسم تتزايد بمقدار ٢ م/ث كل ثانية.

(٦٠) إذا كانت المسافة من أ إلى ب تساوى ٥٠ متر وتحرك جسم من أ فى اتجاه ب من السكون بعجلة ٢ م/ث^{٢} وبعد قطع نصف المسافة توقفت العجلة ، فإن زمن الرحلة من أ إلى ب يساوى .... ثانية.

(أ) ٢,٥　　(ب) ٥　　(جـ) ٧,٥　　(د) ١٠

(٦١) بدأ جسم حركته من السكون وبعجلة ثابتة (حـ) فبلغت سرعته (ع) بعد ن ثانية فإن المسافة التى يقطعها الجسم فى الثانية الأخيرة تساوى ....

(أ) ع + $\frac{١}{٢}$ حـ　　(ب) ع − $\frac{١}{٢}$ حـ　　(جـ) ع^{٢} − ٢ حـ　　(د) $\frac{ع^{٢}}{٢ حـ}$

(٦٢) بدأ جسم حركته من السكون متحركًا بعجلة ثابتة فإن النسبة بين المسافة التى يقطعها الجسم خلال الثانية الخامسة إلى المسافة التى يقطعها الجسم خلال الخمس ثوانى الأولى = ...

(أ) $\frac{١}{٥}$　　(ب) $\frac{٩}{٢٥}$　　(جـ) $\frac{٩}{١٦}$　　(د) $\frac{١٦}{٢٥}$

(٦٣) جسيم يتحرك فى خط مستقيم بعجلة ثابتة وبسرعة ابتدائية ١٠ م/ث وبعد مرور بعض الوقت أصبحت سرعته ٣٠ م/ث فإن سرعته عند منتصف مساره تساوى .... م/ث.

(أ) ١٠　　(ب) ١٠ $\sqrt{٣}$　　(جـ) ١٠ $\sqrt{٥}$　　(د) ٥ $\sqrt{١٠}$

(٦٤) تتحرك سيارة بسرعة ٤٠ كم/س وتتوقف خلال مسافة ٤٠ متر عند الضغط على المكابح فإذا تحركت تلك السيارة بسرعة ٨٠ كم/س فإن المسافة التى تتوقف فيها السيارة عند الضغط على المكابح هى .... متر علمًا بأن التقصير الناتج من استخدام المكابح ثابت فى الحالتين.

(أ) ٥٠　　(ب) ١٠٠　　(جـ) ١٢٠　　(د) ١٦٠

(٦٥) سيارة تقف على مسافة ٢٠٠ متر خلف حافلة متوقفة فإذا تحرك كل من السيارة والحافلة فى نفس الوقت وفى نفس الاتجاه وكانت عجلة الحافلة ٢ م/ث^{٢} وعجلة السيارة ٤ م/ث^{٢} فإن السيارة تلحق بالحافلة بعد فترة زمنية = ... ث

(أ) ٢٠ $\sqrt{٢}$ (ب) ١٠ $\sqrt{٢}$ (جـ) ١٠ $\sqrt{٣}$ (د) ١٥

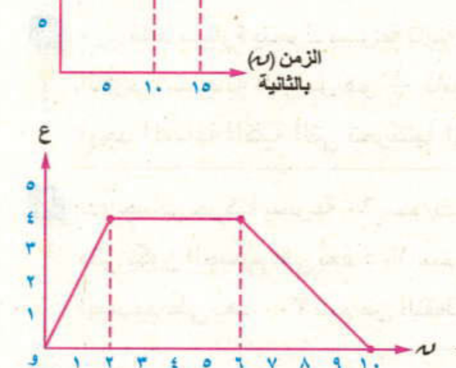
(٦٦) الشكل المقابل يمثل العلاقة بين السرعة (م/ث) والزمن (ن ثانية) لجسم يتحرك فى خط مستقيم لمدة ٥ ثوان فإن الإزاحة التى يقطعها الجسم خلال تلك الفترة الزمنية هى .... متر.

(أ) ٢٥ (ب) ٥٠
(جـ) ٧٥ (د) ١٠٠

(٦٧) الشكل المقابل يمثل منحنى السرعة – الزمن لسيارة تتحرك فى خط مستقيم فإن المسافة المقطوعة خلال أول ١٥ ثانية تساوى .... متر.

(أ) ١٠٠ (ب) ١٥٠
(جـ) ١٧٥ (د) ٢٢٥

(٦٨) الشكل المقابل يمثل منحنى (السرعة – الزمن) لجسيم يتحرك فى خط مستقيم من نقطة الأصل فإن المسافة التى يقطعها الجسيم من نقطة الأصل بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة = ... متر.



(أ) ٢٠ (ب) ١٦
(جـ) ٨ (د) ٤

ثانيًا الأسئلة المقالية

(١) بدأ جسم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٥٤ كم/س وتوقف بعد ٥ ثوان. **أوجد :**

(١) عجلة حركة الجسم. (٢) المسافة المقطوعة خلال هذه الفترة.

«–٣ م/ث^{٢} ، ٣٧,٥ متر»

(٢) يتحرك راكب دراجة بعجلة منتظمة حتى صارت سرعته ٧,٥ م/ث خلال ٤,٥ ثانية فإذا كانت إزاحه الدراجة خلال فترة التسارع تساوى ١٩ مترًا.

أوجد السرعة الابتدائية للدراجة.

«$\frac{١٧}{١٨}$ م/ث»

(٣) بدأ جسم حركته من السكون فى خط مستقيم أفقى بعجلة منتظمة مقدارها ٤ سم/ث^{٢} لمدة ٣٠ ثانية ، ثم تحرك بالسرعة التى اكتسبها لمدة ٤٠ ثانية أخرى فى نفس الاتجاه. أوجد سرعته المتوسطة.

«٩٤ $\frac{٢}{٧}$ سم/ث»

٤ نقصت سرعة سيارة بانتظام من ١٣٢ كم/س إلى ٢٤ كم/س بعد أن قطعت مسافة ١١٧٠ مترًا.
أوجد الزمن الذى قطعت فيه السيارة هذه المسافة وما المسافة التى تقطعها بعد ذلك حتى تسكن.
«٥٤ ثانية ، ٤٠ مترًا»

---

٥ هبط من السكون راكب دراجة من قمة تل منحدرًا بعجلة ثابتة مقدارها ٢ م/ث^2 ، وعندما وصل إلى قاعدة التل بلغت سرعته ١٨ م/ث ثم سار بهذه السرعة لمدة دقيقة واحدة.
أوجد المسافة الكلية التى قطعها راكب الدراجة. «١١٦١ متر»

---

٦ بدأ جسم حركته من السكون بعجلة منتظمة ٢٠ سم/ث^2 وعندما أصبحت سرعته ٨ م/ث تحرك بتقصير منتظم ٢٥ سم/ث^2 حتى سكن. أوجد الزمن الكلى والمسافة المقطوعة. «٧٢ ثانية ، ٢٨٨ مترًا»

---

٧ يتدرب كريم على ركوب الدراجة ، يدفعه والده فيكتسب تسارعًا ثابتًا مقداره $\frac{1}{2}$ م/ث^2 لمدة ٦ ثوان ، وبعد ذلك يقود كريم الدراجة بمفرده بالسرعة التى اكتسبها لمدة ٦ ثوان أخرى قبل أن يسقط أرضًا.
أوجد مقدار المسافة التى يقطعها كريم. «٢٧ متر»

---

٨ قائد سيارة يتحرك بسرعة ثابتة مقدارها ٢٤ م/ث ، شاهد فجأة طفلًا يمر فى الشارع ، فإذا كان الزمن اللازم لاستجابة الفرامل هو $\frac{1}{2}$ ثانية ثم تحركت السيارة بتقصير منتظم مقدارة ٩,٦ م/ث^2 حتى وقفت.
أوجد المسافة الكلية التى تحركتها السيارة قبل أن تقف مباشرة. «٤٢ متر»

---

٩ بدأ جسيم حركته بسرعة ٦٠ سم/ث فى خط مستقيم من نقطة ثابتة (و) وبتقصير منتظم ٧,٥ سم/ث^2. أوجد متى يكون الجسيم على بُعد ١٠٥ سم من النقطة (و) فى نفس الجهة التى بدأ الجسيم حركته ناحيتها ومتى يكون الجسيم على بُعد ٣٠٠ سم من النقطة (و) فى الجهة الأخرى منها. «٢ ، ١٤ ثانية ، ٢٠ ثانية»

---

١٠ تحركت كرة صغيرة بسرعة ١٥٠ سم/ث على مستوى أفقى فى خط مستقيم بتقصير منتظم مقداره ١٥سم/ث^2.
أوجد الزمن الذى يمضى من لحظة تحرك الكرة حتى تصبح على بعد ٧٢٠ سم من نقطة بداية الحركة.
«٨ ، ١٢ ، ٢٤ ثانية»

---

١١ قذفت كرة أفقيًا فى عكس اتجاه الرياح بسرعة ٤٥ سم/ث فتحركت فى خط مستقيم حركة تقصيرية بعجلة ثابتة = ٦ سم/ث^2. **أوجد :**

(١) متى تعود الكرة إلى النقطة التى قذفت منها.

(٢) متى تكون الكرة على بُعد ١٦٢ سم من نقطة القذف. «١٥ ثانية ، ٦ ، ٩ ، ١٨ ثانية»

---

١٢ قذف جسيم فى عكس اتجاه الرياح بسرعة ٤٠ سم/ث ، فتحرك فى خط مستقيم حركة تقصيرية بعجلة منتظمة مقدارها ٨ سم/ث^2. **أوجد سرعة الجسيم عندما يكون على بعد :**

(١) ٨٤ سم من نقطة القذف فى اتجاه القذف.

(٢) ٩٦ سم من نقطة القذف وفى الجهة الأخرى بالنسبة لجهة القذف ، وفسر معنى الأجوبة التى تحصل عليها.

«١٦ سم/ث فى اتجاه القذف ، ١٦ سم/ث فى عكس اتجاه القذف ، ٥٦ سم/ث فى عكس اتجاه القذف»

١٣ يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة على مستوى أفقى أملس فقطع ٢٦ مترًا خلال الثانية الرابعة من بدء الحركة ، ٥٦ مترًا خلال الثانية التاسعة. أوجد سرعته الابتدائية ومقدار عجلته. «٥ م/ث ، ٦ م/ث^2»

---

١٤ يتحرك جسيم بعجلة منتظمة فى اتجاه ثابت. فإذا قطع ٢٠ مترًا خلال الثانية الثالثة من بدء حركته ، ١٥٠ مترًا فى الثوانى الثامنة والتاسعة والعاشرة. احسب العجلة التى يتحرك بها الجسيم والسرعة عند بدء حركته.
«٥ م/ث^2 ، ٧,٥ م/ث»

---

١٥ يتحرك جسيم بعجلة منتظمة فقطع فى الثوانى الأربعة الأولى من حركته مسافة ٢٠٠ متر ثم قطع ٥٠ مترًا فى الثانيتين السابعة والثامنة.

أوجد سرعته الابتدائية والمسافة التى يقطعها منذ بدء حركته حتى يتوقف لحظيًا. «٦٠ م/ث ، ٣٦٠ م»

---

١٦ بدأ جسم حركته بسرعة ٧ م/ث وبعجلة منتظمة ٢ م/ث^2 فقطع مسافة ٣٠ مترًا ثم انقطعت العجلة وسار بسرعة منتظمة مسافة ٥٢ مترًا. أوجد :

(١) الزمن الكلى للحركة.

(٢) المسافة المقطوعة فى الثانية الثالثة. «٧ ثوانٍ ، ١٢ م»

---

١٧ بدأ جسم حركته من سكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٠,٣٦ كم/س/ث. وعندما أصبح سرعته ٨ م/ث تحرك بتقصير منتظم حتى سكن بعد ١١٢ ثانية من بداية الحركة. احسب التقصير المنتظم والمسافة الكلية.
«$-\frac{1}{4}$ متر/ث^2 ، ٤٤٨ متر»

---

١٨ 📖 تحرك جسم من سكون فقطع ١٥٠ م حتى أصبحت سرعته ٥٤ كم/س فإذا انقطعت العجلة عندئذ وسار بالسرعة التى اكتسبها مسافة ٣٠٠ متر ، ثم تحرك بعد ذلك بتقصير منتظم قدرة $\frac{3}{2}$ م/ث^2 حتى سكن.
احسب السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها. «١٠,٥ متر/ث»

---

١٩ تحركت سيارة من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٣ متر/ث^2 وفى اللحظة التى بلغت فيها سرعتها ١١٨,٨ كم/س شاهد سائقها طفلاً يعبر الشارع فضغط على الفرامل فوقفت بعد أن قطعت مسافة ٢٤,٧٥ مترًا.
أوجد المسافة الكلية التى تحركتها السيارة والزمن الكلى لحركتها. «٢٠٦,٢٥ مترًا ، ١٢,٥ ثانية»

---

٢٠ تحرك جسيم من السكون فى اتجاه ثابت بعجلة منتظمة وعند نهاية ٤٠٠ متر كانت سرعته ١٠ متر/ث فسار بهذه السرعة مسافة ٨٠٠ متر ثم تحرك حركة تقصيرية بعجلة منتظمة مسافة ٢٠٠ متر حتى سكن لحظيًا.
أوجد الزمن الذى استغرقه فى قطع المسافة كلها وسرعته المتوسطة خلال قطعها. «٢٠٠ ثانية ، ٧ متر/ث»

٢١ أطلقت رصاصة بسرعة ٢٠٠ م/ث فى اتجاه عمودى على حائط رأسى سمكه ١٤ سم ، فخرجت منه بسرعة ١٥٠ م/ث. أوجد مقدار العجلة ، وإذا أطلقت الرصاصة بنفس السرعة على حائط رأسى آخر له نفس المقاومة ، فأوجد المسافة التى تغوصها حتى تسكن، علمًا بأن العجلة التى تتحرك بها الرصاصة واحدة فى الحالتين. «٦٢٥٠٠ م/ث^2 ، ٣٢ سم»

---

٢٢ تحرك جسم فى خط مستقيم فقطع ٥٢ سم فى ٤ ثوان بعجلة منتظمة ، ثم أوقفت العجلة لمدة ٣ ثوان قطع خلالها الجسم مسافة ٤٨ سم ، ثم تحرك الجسم بعد ذلك بتقصير منتظم يساوى ضعف عجلته الأولى حتى وقف تمامًا.

أوجد السرعة الابتدائية للجسم ثم احسب المسافة الكلية التى قطعها الجسم. «١٠ سم/ث ، $١٤٢\frac{٢}{٣}$ سم»

---

٢٣ تحرك جسيم فى خط مستقيم من السكون فقطع مسافة ١٢٥ مترًا بعجلة منتظمة ١٠ متر/ث^2 ثم انقطعت العجلة فسار بالسرعة التى اكتسبها مسافة أخرى قدرها ٤٠٠ متر ، ثم تحرك حركة تقصيرية بعجلة منتظمة ٥ متر/ث^2 حتى سكن. أوجد الزمن الذى قطع فيه المسافة كلها. «٢٣ ثانية»

---

٢٤ يتحرك جسيم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٣ متر/ث^2 فى اتجاه حركته وبعد أن قطع مسافة ١٥٠ مترًا انقطعت العجلة وسار بالسرعة التى اكتسبها فى نهاية هذه المسافة لمدة ٢٠ ثانية ، فإذا كانت المسافة الكلية التى قطعها الجسيم هى ١١٥٠ مترًا. فأوجد سرعته التى بدأ بها حركته. «٤٠ متر/ث»

---

٢٥ بدأت سيارة الحركة من سكون بعجلة منتظمة ١٨٠ كم/س لكل دقيقة وبعد ٢٤ ثانية أوقفت العجلة فتناقصت السرعة بانتظام بفعل الاحتكاك ومقاومة الهواء بمعدل ٤٥٠ متر/س/ث وبعد ٣٢ ثانية استخدمت فرامل السيارة فأوقفتها فى مدة ٨ ثوانٍ. أوجد المسافة الكلية التى قطعتها السيارة. «٨٨٠ مترًا»

---

٢٦ تتحرك كرة صغيرة فى خط مستقيم بسرعة منتظمة ١٢ سم/ث وبعد ٤ ثوان من مرورها بنقطة معينة تحركت كرة أخرى من هذه النقطة فى نفس اتجاه حركة الكرة الأولى وبسرعة ابتدائية ٤ سم/ث وبعجلة منتظمة ٢ سم/ث^2. أوجد متى وأين تتصادم الكرتان وكم كانت سرعة الكرة الثانية قبل الاصطدام مباشرة.

«١٢ ثانية من بدء تحرك الكرة الثانية ، ١٩٢ سم ، ٢٨ سم/ث»

---

٢٧ مصعد ساكن بقاع منجم ، أخذ المصعد فى الارتفاع بعجلة مقدارها ١٢٠ سم/ث^2 مسافة ٥٤٠ سم ثم بسرعة منتظمة مسافة ٣٦٠ سم ثم بتقصير منتظم مسافة ٧٢٠ سم حتى سكن عند فوهة المنجم.

احسب الزمن الذى استغرقه المصعد فى الصعود من قاع المنجم إلى فوهته. «٨ ثوانٍ»

---

٢٨ قطار يسير فى خط مستقيم بين محطتين المسافة بينهما ٥٢٨٠ مترًا فيبدأ من السكون من إحدى المحطتين ويسير بعجلة منتظمة ٢,٢ متر/ث^2 إلى أن تبلغ سرعته ٤٤ متر/ث فيسير بهذه السرعة فترة من الزمن ثم يسير بعجلة منتظمة فى عكس اتجاه الحركة قدرها ١,١ متر/ث^2 إلى أن يقف فى المحطة الأخرى.

أوجد الزمن الذى يستغرقه فى السير بين المحطتين. «٢,٥ دقيقة»

٢٩ يسير قطار فى خط مستقيم بين محطتين مبتدئًا من السكون بعجلة منتظمة (ح) م/ث^2 لمدة دقيقة واحدة وبعدها يسير بالسرعة التى اكتسبها بانتظام لمدة دقيقتين ثم يسير بعد ذلك بعجلة منتظمة (٢ ح) م/ث^2 فى عكس اتجاه الحركة حتى يسكن. أوجد النسبة بين المسافات الثلاثة التى يتحركها. وإذا كانت المسافة بين المحطتين ٩,٩ كم. فأوجد مقدار ح والسرعة المنتظمة التى تحرك بها. «٢ : ٨ : ١ ، ١ متر/ث^2 ، ٦٠ متر/ث»

---

٣٠ تحرك جسيم فى خط مستقيم حركة متسارعة بعجلة منتظمة مقدارها (ح) سم/ث^2 فقطع مسافة ٤٠٠ سم فى ١٠ ثوان ثم زاد مقدار العجلة فأصبح (٢ ح) سم/ث^2 فقطع الجسيم مسافة أخرى قدرها ٧٠٠ سم فى ١٠ ثوان ، ثم تحرك الجسيم حركة تقصيرية بعجلة مقدارها (٣ ح) سم/ث^2 حتى سكن.

احسب قيمة (ح) والمسافة الكلية التى تحركها الجسيم. «٢ سم/ث^2 ، ١٧٧٥ سم»

---

٣١ سـ ، ص نقطتان على طريق مستقيم أفقى بدأت سيارة أ الحركة من سـ نحو ص من السكون وبعجلة منتظمة ١٠ م/ث^2 وفى نفس اللحظة كانت تتحرك سيارة أخرى ب من ص نحو سـ بسرعة منتظمة مقدارها ٥٤ كم/س ، فإذا كانت السرعة النسبية للسيارة أ بالنسبة للسيارة ب لحظة التقائهما تساوى ١٦٢ كم/س. أوجد الزمن الذى تأخذه كل من السيارتين من لحظة تحركهما معًا حتى لحظة التقائهما. «٣ ثانية»

---

٣٢ كرة صغيرة تم دفعها فى عكس اتجاه الرياح بسرعة أفقية مقدارها ٩ م/ث فتحركت فى خط مستقيم حركة تقصيرية بعجلة منتظمة مقدارها ١,٨ م/ث^2. **أوجد :**

(١) إزاحة الكرة عندما تسكن لحظيًا.

(٢) المسافة التى تقطعها الكرة من بدء الحركة حتى تعود للنقطة التى دُفعت منها.

(٣) إزاحة الكرة بعد زمن قدره ٨ ثوانٍ من بدء الحركة والمسافة التى تكون الكرة قد قطعتها عندئذ.

(٤) سرعة الكرة عندما تكون على بُعد ٤٠ مترًا فى الجهة المضادة للجهة التى بدأت فيها الحركة.

«٢٢,٥ مترًا ، ٤٥ مترًا ، ١٤,٤ مترًا ، ٣٠,٦ مترًا ، ١٥ م/ث فى الاتجاه المضاد»

---

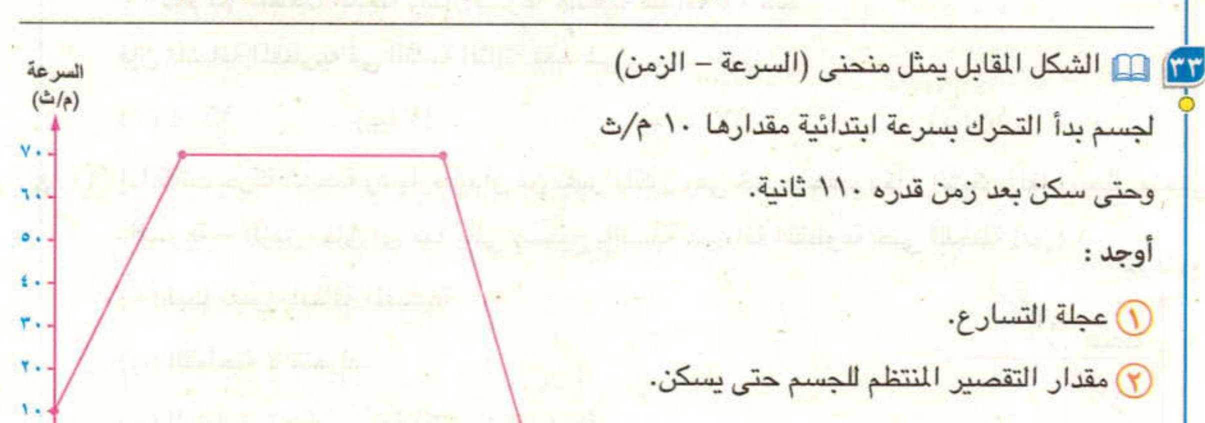
٣٣ الشكل المقابل يمثل منحنى (السرعة – الزمن) لجسم بدأ التحرك بسرعة ابتدائية مقدارها ١٠ م/ث وحتى سكن بعد زمن قدره ١١٠ ثانية.

أوجد :

(١) عجلة التسارع.

(٢) مقدار التقصير المنتظم للجسم حتى يسكن.

(٣) المسافة الكلية التى تحركها الجسم.



«٢م/ث^2 ، ٣,٥ م/ث^2 ، ٦١٠٠ متر»

ثالثًا مسائل تقيس مهارات التفكير

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) أى مما يأتى يكون مستحيل الحدوث لجسم يتحرك فى خط مستقيم ؟

(أ) له سرعة فى اتجاه الشرق وعجلة فى اتجاه الغرب.

(ب) له سرعة فى اتجاه الشرق وعجلة فى اتجاه الشرق.

(جـ) له عجلة ثابتة غير صفرية وسرعة متغيرة.

(د) له سرعة ثابتة غير صفرية وعجلة متغيرة.

(٢) يتحرك جسم من السكون بعجلة منتظمة لمدة ٢٠ ثانية فإذا قطع مسافة ($ف_١$) فى العشر ثوانى الأولى وقطع مسافة ($ف_٢$) فى العشر ثوانى التالية فإن ....

(أ) $ف_٢ = ف_١$ (ب) $ف_٢ = ٢ ف_١$ (جـ) $ف_٢ = ٣ ف_١$ (د) $ف_٢ = ٤ ف_١$

(٣) بدأ قطار حركته من السكون من إحدى المحطات بعجلة ١ م/ث^٢ وفى نفس اللحظة يتحرك رجل بسرعة منتظمة ١٠ م/ث خلف القطار وعلى بُعد ٥٠ متر من آخر باب فى القطار فى نفس اتجاه حركة القطار فإن الزمن اللازم للرجل حتى يلحق بالقطار = ... ثانية.

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

(٤) قطار متحرك بعجلة منتظمة فإذا عبرت مقدمة القطار نقطة ثابتة بسرعة ($ع_١$) وعبرت مؤخرة القطار نفس النقطة الثابتة بسرعة ($ع_٢$) فإن نقطة منتصف القطار تعبر نفس النقطة الثابتة بسرعة ....

(أ) $\frac{ع_١ + ع_٢}{٢}$ (ب) $\frac{ع_١^٢ + ع_٢^٢}{٢}$ (جـ) $\sqrt{ع_١ + ع_٢}$ (د) $\sqrt{\frac{ع_١^٢ + ع_٢^٢}{٢}}$

(٥) بدأ جسم حركته بسرعة ابتدائية ٧ سم/ث فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٤ سم/ث^٢ فقطع مسافة ٣٠ سم ثم انقطعت العجلة وسار بسرعة منتظمة مسافة ٣٤ سم

فإن المسافة المقطوعة فى الثانية الثالثة فقط هى .... سم.

(أ) ١٦,٥ (ب) ١٧ (جـ) ١٧,٥ (د) ١٨

(٦) إذا كانت حركة شاحنة وسيارة يبدأن من نفس المكان وفى خط مستقيم وكان الشكل المقابل يمثل منحنى «السرعة – الزمن» فإن أى مما يأتى صحيح بالنسبة للمسافة المقطوعة حتى اللحظة ($ن_١$) ؟

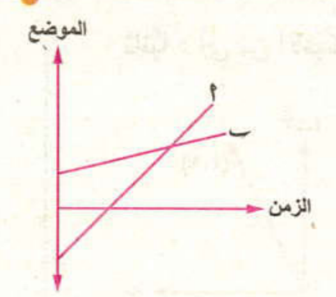
(أ) لهما نفس المسافة المقطوعة.

(ب) الشاحنة لا تتحرك.

(جـ) السيارة تتحرك مسافة أكثر من الشاحنة.

(د) الشاحنة تتحرك مسافة أكثر من السيارة.

⑦ الشكل المقابل يمثل منحنى «الموضع – الزمن»



لجسمين أ ، ب أى مما يأتى يكون صحيح ؟

(أ) كل من أ ، ب يتحرك بسرعة منتظمة متساوية.

(ب) أ يتحرك بتسارع بينما ب يتحرك بتباطؤ.

(جـ) كل من أ ، ب يتحرك بسرعة منتظمة وسرعة أ أكبر من سرعة ب

(د) كل من أ ، ب يتحرك بسرعة منتظمة وسرعة ب أكبر من سرعة أ

⑧ يتحرك الجسمان أ ، ب فى الاتجاه الموجب لمحور السينات بحيث كان الجسم أ خلف الجسم ب بمسافة ٤٠ متر فإذا تحرك الجسم (أ) بسرعة ابتدائية ١٢ م/ث وبعجلة ٤ م/ث^{٢} بينما بدء الجسم (ب) التحرك بسرعة ابتدائية ٤ م/ث وبعجلة ١٢ م/ث^{٢} فإن أقل مسافة بين الجسمين = ... متر.

(أ) ٣٠ (ب) ٣٢ (جـ) ٣٦ (د) ٤٠

⑨ الشكل المقابل يمثل منحنى السرعة – الزمن لسيارة تتحرك فى خط مستقيم من السكون إذا كان و أ : أ ب : ب حـ = ١ : ٣ : ٢ فإن السرعة المتوسطة للسيارة خلال الرحلة = ... كم/س

(أ) ٣٠ (ب) ٣٢

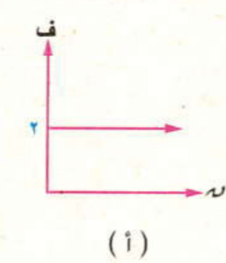
(جـ) ٣٦ (د) ٤٠

⑩ إذا فقدت رصاصة $\frac{١}{١٠}$ سرعتها عندما تنفذ من لوح خشبى فما هو أقل عدد من الألواح الخشبية يكفى لإيقاف الرصاصة ؟ علمًا بأن الرصاصة تتحرك بنفس التقصير فى كل الألواح الخشبية.

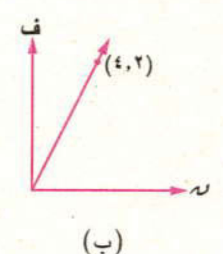
(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

⑪ سيارتان أ ، ب تتحركان فى اتجاه واحد من نقطة بداية واحدة وفى نفس اللحظة انطلقت السيارة الأولى (أ) بسرعة ٤ م/ث بعجلة منتظمة (حـ) م/ث^{٢} وانطلقت السيارة الأخرى (ب) بسرعة ٦ م/ث بنفس العجلة (حـ) م/ث^{٢}

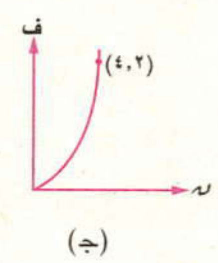
أولًا : أى من الأشكال التالية يوضح المسافة بينهما بعد زمن ن ثانية من بداية الحركة ؟



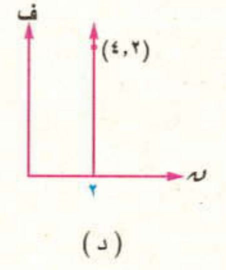
(أ)



(ب)

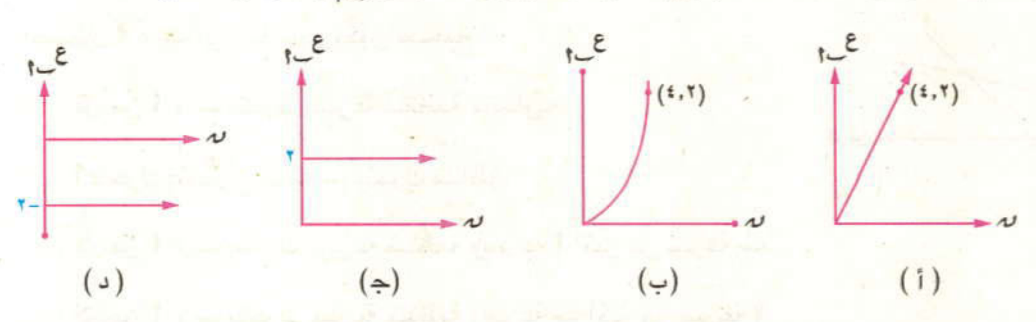


(جـ)



(د)

ثانيًا : أى من الأشكال التالية يبين القياس الجبرى للمتجه $\overleftarrow{ع}_{ب م}$ بعد زمن ن ثانية ؟



---

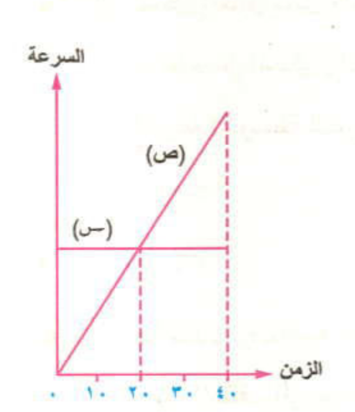
٢ تتحرك سيارة بسرعة منتظمة ٥٤ كم/س ، مرت على سيارة شرطة ساكنة فبدأت سيارة الشرطة فى متابعتها بعد ٣٠ ثانية من مرورها متحركة بعجلة منتظمة مسافة ٢٠٠ متر ، حتى بلغت سرعتها ٧٢ كم/س ثم سارت بهذه السرعة حتى لحقت بالسيارة الأولى. أوجد الزمن الذى استغرقته عملية المطاردة من لحظة تحرك سيارة الشرطة والمسافة التى قطعتها سيارة الشرطة. «١٣٠ ثانية ، ٢٤٠٠ متر»

---

٣ الشكل المقابل يمثل منحنى (السرعة – الزمن) لحركة سيارتين س ، ص بدأتا الحركة من نفس الموضع معًا وفى نفس الاتجاه أوجد :

الزمن الذى تتقابل فيه السيارتان.

(فسر إجابتك). «٤٠ ثانية»





الدرس

3

الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية (السقوط الحر)

كان المعتقد قديمًا أن الأجسام الثقيلة تصل إلى سطح الأرض فى حالة سقوطها من نقطة ترتفع عن سطح الأرض فى زمن أقل من الذى تستغرقه الأجسام الخفيفة إذا سقطت من نفس الارتفاع ، إلى أن أثبت أحد العلماء أن جميع الأجسام ثقيلها وخفيفها تسقط نحو الأرض بنفس العجلة المنتظمة وذلك بالتجربة العملية بأن وضع جنيهًا من الذهب مع ريشة صغيرة بداخل أنبوبة أسطوانية من الزجاج مفرغة من الهواء ثم قلب الأنبوبة فوصل الجنيه والريشة إلى قاع الأنبوبة فى نفس اللحظة وهذا يؤكد أن جميع الأجسام بصرف النظر عن وزنها تتحرك عند سقوطها نحو الأرض سقوطًا حرًا بنفس العجلة المنتظمة.

وقد أمكن حساب عجلة الأجسام الساقطة ولوحظ أنها ثابتة المعيار عند نفس المكان ويختلف معيارها قليلاً باختلاف خط العرض فيقل عند خط الاستواء ويزداد قليلًا كلما اتجهنا نحو أحد القطبين وكذلك ينقص معيارها كلما ارتفعنا عن سطح الأرض.

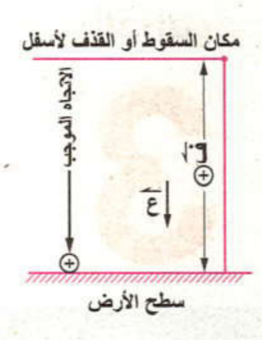
وقد سميت هذه العجلة المنتظمة بعجلة التثاقل أو عجلة الجاذبية الأرضية أو عجلة السقوط الحر وهى تعمل دائمًا نحو مركز الأرض ويرمز لمعيارها بالرمز «ء»

وسوف نعتبر ء = ٩٨٠ سم/ث^{٢} أو ٩,٨ متر/ث^{٢}. ما لم يذكر خلاف ذلك.

قوانين الحركة الرأسية للأجسام

لما كانت الأجسام المتحركة رأسيًا حركة حرة تكون حركتها بعجلة منتظمة معيارها (ء) فهى إذن تخضع لنفس قوانين الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة مع استخدام الرمز (ء) الدال على معيار عجلة الجاذبية الأرضية بدلاً من الرمز (حـ)

أولًا إذا كان الجسيم ساقطًا أو مقذوفًا إلى أسفل



نعتبر الاتجاه الموجب هو الاتجاه الرأسى إلى أسفل فتكون كل من $ع_.$ ، ع ، ف موجبة وعلى ذلك فإن :

١ كلاً من ع ، ف تزداد بازدياد الزمن ن مقيسًا من لحظة السقوط أو القذف إلى أسفل كما أن ع تزداد كلما زادت ف المقيسة من مكان السقوط أو القذف إلى أسفل.

٢ الإزاحة ف فى أى فترة زمنية = المسافة المقطوعة خلال هذه الفترة.

٣ إذا سقط جسيم (أى يبدأ حركته من السكون) فإن : $ع_. = ٠$

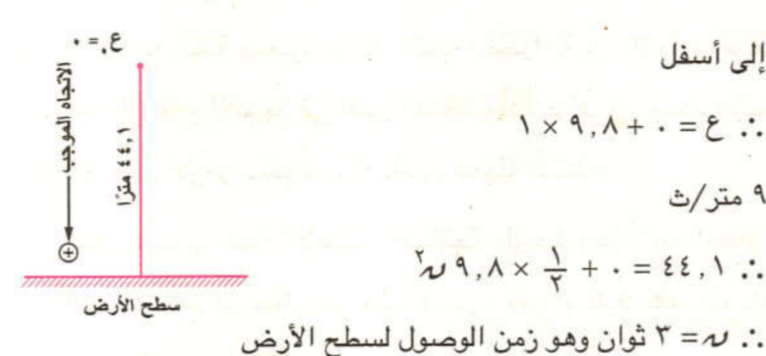
٤ حيث إن عجلة الجاذبية الأرضية للأجسام الساقطة أو المقذوفة رأسيًا لأسفل تكون موجبة (ء) فإن قوانين الحركة المستخدمة فى حركة هذه الأجسام تأخذ الصورة :

$$ع = ع_. + ء ن \quad ، \quad ف = ع_. ن + \frac{١}{٢} ء ن^٢ \quad ، \quad ع^٢ = ع_.^٢ + ٢ ء ف$$

مثال ١

سقط جسيم من ارتفاع ٤٤,١ مترًا نحو سطح الأرض. فما هى سرعة الجسيم بعد ثانية واحدة من لحظة سقوطه ؟ ومتى يصل إلى سطح الأرض ؟ وما هى سرعته عندئذٍ ؟

الحـل



نعتبر الاتجاه الموجب هو الاتجاه الرأسى إلى أسفل

، ∵ $ع = ع_. + ء ن$ ∴ $ع = ٠ + ٩,٨ \times ١$

∴ ع (سرعة الجسيم بعد ١ ثانية) = ٩,٨ متر/ث

، ∵ $ف = ع_. ن + \frac{١}{٢} ء ن^٢$ ∴ $٤٤,١ = ٠ + \frac{١}{٢} \times ٩,٨ ن^٢$

∴ $ن^٢ = \frac{٤٤,١}{٤,٩} = ٩$ ∴ ن = ٣ ثوانٍ وهو زمن الوصول لسطح الأرض

، ∵ $ع = ع_. + ء ن$ ∴ $ع = ٠ + ٩,٨ \times ٣ = ٢٩,٤$ متر/ث

∴ ع (سرعة الجسيم عند وصوله للأرض) = ٢٩,٤ متر/ث

مثال ٢

من قمة برج ارتفاعه ١١٢ مترًا قذف جسيم رأسيًا إلى أسفل بسرعة ٨,٤ متر/ث. **احسب :**

١ المسافة التى يقطعها الجسيم فى الثانية الثالثة من حركته.

٢ زمن وصول الجسيم إلى سطح الأرض.

٣ السرعة التى يصل بها الجسيم لسطح الأرض.

ع. = ٨,٤ م/ث
الاتجاه الموجب
١١٢ مترًا
سطح الأرض

الحــل

نعتبر الاتجاه الموجب هو الاتجاه الرأسى إلى أسفل

١ ∵ السرعة المتوسطة للجسيم خلال الثانية الثالثة

= سرعة الجسيم بعد ٢,٥ ثانية من بدء الحركة

، ع = ع. + ء ن ∴ ع = ٨,٤ + ٩,٨ × $\frac{٥}{٢}$ = ٣٢,٩ متر/ث

∴ ف (وهى المسافة المقطوعة فى الثانية الثالثة) = ع$_م$ × ن = ٣٢,٩ × ١ = ٣٢,٩ مترًا

٢ ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ء ن^٢

∴ ١١٢ = ٨,٤ ن + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ ن^٢ ∴ ٤٩ ن^٢ + ٨٤ ن − ١١٢٠ = ٠

∴ ٧ ن^٢ + ١٢ ن − ١٦٠ = ٠ ∴ (ن − ٤) (٧ ن + ٤٠) = ٠

∴ ن = ٤ ثوانٍ وهى زمن وصول الجسيم لسطح الأرض.

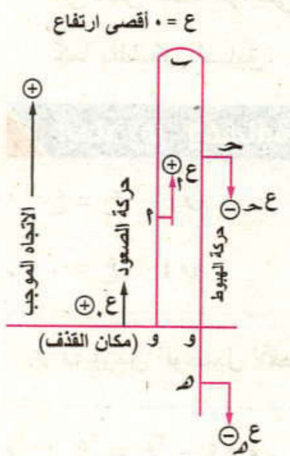
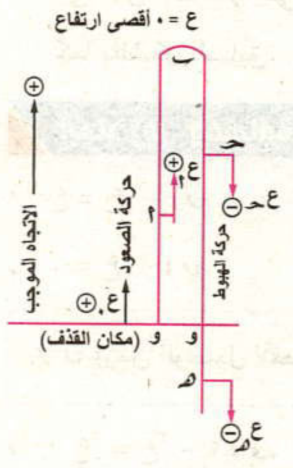
٣ ∵ ع = ع. + ء ن ∴ ع = ٨,٤ + ٩,٨ × ٤ = ٤٧,٦ متر/ث

∴ سرعة وصول الجسيم لسطح الأرض = ٤٧,٦ متر/ث

أ، ∵ ع^٢ = ع.^{٢} + ٢ ء ف ∴ ع^٢ = (٨,٤)^٢ + ٢ × ٩,٨ × ١١٢ = ٢٢٦٥,٧٦

∴ ع = $\sqrt{٢٢٦٥,٧٦}$ = ٤٧,٦ متر/ث

ثانيًا إذا كان الجسيم مقذوفًا إلى أعلى

١ فى هذه الحالة نعتبر الاتجاه الموجب هو الاتجاه الرأسى إلى أعلى وتكون :

ع. موجبة

٢ إذا قذف جسيم من الموضع (و) رأسيًا إلى أعلى فإن سرعته تتناقص حتى تصبح صفرًا عند الموضع (ب) ويقال عندئذٍ أن الجسيم قد وصل إلى أقصى ارتفاع له وهو (و ب) ، بعد ذلك يعود الجسيم هابطًا من السكون وتصبح عجلته موجبة فتعمل على زيادة سرعته حتى يعود مرة أخرى إلى (و). وإذا لم يتوقف عند (و) فإنه يستمر فى الهبوط رأسيًا إلى أسفل كما هو مبين بالشكل الموضح.

٣ • سرعة الجسيم أثناء الصعود تكون موجبة وأثناء الهبوط تكون سالبة

فمثلاً : ع$_أ$ موجبة بينما ع$_ح$ ، ع$_هـ$ سالبتين.

أما السرعة عند أقصى ارتفاع فإنها تساوى صفر فمثلاً ع$_ب$ = صفر

• الإزاحة (ف) تكون موجبة إذا كانت فى الاتجاه الموجب أى أعلى نقطة القذف ، وسالبة إذا كانت أسفل نقطة القذف.

فمثلاً : عندما يصل الجسيم إلى الموضع أ تكون الإزاحة = و أ موجبة.

وعندما يصل إلى ب (أقصى ارتفاع) تكون الإزاحة = و ب موجبة.

وعندما يصل إلى حـ تكون الإزاحة = و حـ موجبة.

وعندما يعود إلى نقطة القذف (و) تكون الإزاحة = صفرًا

وعندما يهبط إلى نقطة هـ أسفل نقطة القذف تكون الإزاحة = و هـ سالبة

٤ حيث إن عجلة الجاذبية الأرضية للأجسام المقذوفة رأسيًا إلى أعلى تكون سالبة (−ء) فإن قوانين الحركة المستخدمة فى حركة هذه الأجسام تأخذ الصورة :

$$ع = ع_. - ء ن \quad ، \quad ف = ع_. ن - \frac{1}{2} ء ن^{2} \quad ، \quad ع^{2} = ع_.^{2} - 2 ء ف$$

٥ الإزاحة فى فترة زمنية ما ليس بالضرورة أن تكون مساوية للمسافة التى قطعها الجسم خلال هذه الفترة.

فمثلاً : الجسيم عندما يصل إلى الموضع حـ تكون الإزاحة ف = و حـ

بينما المسافة المقطوعة = و ب + ب حـ

وعندما يعود الجسيم إلى نقطة القذف تكون الإزاحة = صفرًا

بينما المسافة المقطوعة = و ب + ب و = ٢ و ب

٦ لاحظ أنه عندما يقذف جسيم رأسيًا إلى أعلى فإنه يتحرك فى الخط الرأسى المار بنقطة القذف ويعود أيضًا فى نفس الخط الرأسى إلا أنه عند حل المسائل يستحسن أن نرسم خط الهبوط بجوار خط الصعود للإيضاح كما بالشكل السابق.

إيجاد زمن ومسافة أقصى ارتفاع لجسيم مقذوف رأسيًا إلى أعلى

$\because ع = ع_. - ء ن$ ، $\because ع = 0$ عند أقصى ارتفاع

$\therefore 0 = ع_. - ء ن$ $\qquad \therefore ء ن = ع_.$

$$\therefore ن \text{ (زمن الوصول لأقصى ارتفاع)} = \frac{ع_.}{ء} = \frac{\text{مقدار سرعة القذف}}{\text{مقدار عجلة الجاذبية الأرضية}}$$

، $\because ع^{2} = ع_.^{2} - 2 ء ف$ ، $ع = 0$ عند أقصى ارتفاع

$\therefore 0 = ع_.^{2} - 2 ء ف$ $\qquad \therefore 2 ء ف = ع_.^{2}$

$$\therefore ف \text{ (أقصى ارتفاع)} = \frac{ع_.^{2}}{2 ء} = \frac{\text{مربع مقدار سرعة القذف}}{\text{ضعف مقدار عجلة الجاذبية الأرضية}}$$

قاعـدة

إذا قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى فإن :

١ زمن الصعود إلى أقصى ارتفاع = زمن الهبوط إلى نقطة القذف.

٢ القياس الجبرى للسرعة التى يعود بها الجسيم إلى نقطة القذف = − (سرعة القذف)

البرهـان

عندما يعود الجسيم إلى نقطة القذف تكون الإزاحة ف = صفرًا

، ∵ ف = ع. ن − $\frac{١}{٢}$ ء ن٢   ∴ ٠ = ع. ن − $\frac{١}{٢}$ ء ن٢

∴ ء ن٢ − ٢ ع. ن = ٠   ∴ ن (ء ن − ٢ ع.) = ٠

∴ ن = صفر أ، ن = $\frac{\text{٢ ع.}}{\text{ء}}$

∴ الزمن الذى يستغرقه الجسيم حتى يعود إلى نقطة القذف = $\frac{\text{٢ ع.}}{\text{ء}}$

ولكن زمن الصعود (أى زمن الوصول إلى أقصى ارتفاع) = $\frac{\text{ع.}}{\text{ء}}$

∴ زمن الهبوط (أى زمن العودة من أقصى ارتفاع إلى مكان القذف) = $\frac{\text{٢ ع.}}{\text{ء}}$ − $\frac{\text{ع.}}{\text{ء}}$ = $\frac{\text{ع.}}{\text{ء}}$

∴ زمن الصعود = زمن الهبوط   **(المطلوب أولاً)**

، ∵ ع٢ = ع.٢ − ٢ ء ف ، ف = ٠   ∴ ع٢ = ع.٢   ∴ ع = ± ع.

الإشارة الموجبة لسرعة القذف والإشارة السالبة للسرعة التى يعود بها جسيم لنقطة القذف.   **(المطلوب ثانيًا)**

نشـاط

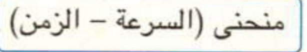
إذا قذفت كرة رأسيًا لأعلى بسرعة أبتدائية مقدارها ١٩,٦ م/ث فإن : حـ = −٩,٨ م/ث٢ (الحركة لأعلى)

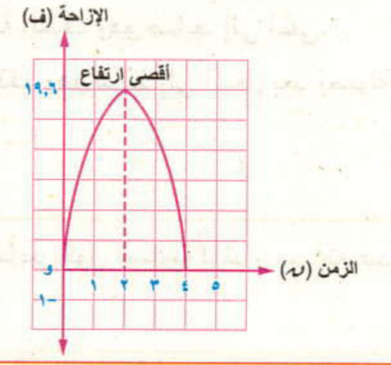
، ع = ١٩,٦ − ٩,٨ ن ، ف = ١٩,٦ ن − ٤,٩ ن٢

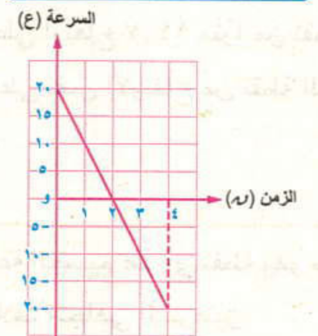
وباستخدام أى برنامج لرسم العلاقات (مسافة – زمن) ، (سرعة – زمن) ، (عجلة – زمن)

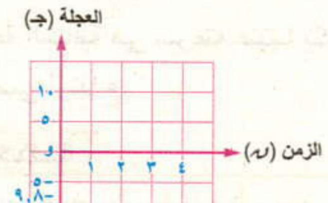
فى الفترة ن ∋ [٠ ، ٤] فإننا نحصل على الأشكال التالية :

منحنى (المسافة – الزمن)   منحنى (السرعة – الزمن)   منحنى (العجلة – الزمن)









مثال ٣

قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ٢٤,٥ متر/ث احسب أقصى ارتفاع يبلغه عن نقطة القذف والزمن الذى يستغرقه فى الوصول إليه. احسب أيضًا الزمن الذى يستغرقه فى العودة من نقطة أقصى ارتفاع إلى مكان القذف وماذا تكون سرعته عندئذٍ ؟

الحــل

نعتبر الاتجاه الموجب هو الرأسى إلى أعلى

∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ - ٢ ء ف$ ∴ $٠ = (٢٤,٥)^٢ - ٢ × ٩,٨ ف$

∴ ف (أقصى ارتفاع) = ٣٠,٦٢٥ مترًا

(يمكن إيجاد أقصى ارتفاع مباشرة من العلاقة $ف = \frac{ع_٠^٢}{٢ء} = \frac{(٢٤,٥)^٢}{٢ × ٩,٨} = ٣٠,٦٢٥$ مترًا)

، ∵ $ع = ع_٠ - ء ن$ ∴ $٠ = ٢٤,٥ - ٩,٨ ن$

∴ ن (زمن الوصول إلى أقصى ارتفاع) = $\frac{٢٤,٥}{٩,٨} = ٢,٥$ ثانية.

(يمكن إيجاد زمن الوصول إلى أقصى ارتفاع مباشرة من العلاقة $ن = \frac{ع_٠}{ء} = \frac{٢٤,٥}{٩,٨} = ٢,٥$ ثانية)

، ∵ زمن الصعود = زمن الهبوط

∴ زمن العودة من نقطة أقصى ارتفاع إلى مكان القذف = ٢,٥ ثانية

، ∵ مقدار السرعة التى يعود بها إلى مكان القذف = مقدار سرعة القذف

∴ سرعة الجسيم عند عودته إلى مكان القذف = ٢٤,٥ متر/ث رأسيًا إلى أسفل.

مثال ٤

قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ١٩,٦ متر/ث. احسب سرعته عندما يكون على ارتفاع ١٤,٧ مترًا فوق نقطة القذف.

الحــل

نعتبر الاتجاه الموجب هو الرأسى إلى أعلى

∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ - ٢ ء ف$ ∴ $ع^٢ = (١٩,٦)^٢ - ٢ × ٩,٨ × ١٤,٧$

∴ ع = ± ٩,٨ متر/ث

والسرعة الموجبة هى سرعته عندما يكون على ارتفاع ١٤,٧ مترًا من نقطة القذف وهو صاعد إلى أعلى.

والسرعة السالبة هى سرعته عندما يكون على نفس الارتفاع من نقطة القذف وهو هابط إلى أسفل بعد وصوله إلى أقصى ارتفاع.

ملاحظة :

من المثال السابق نلاحظ أن مقدار سرعة الجسيم عند أى نقطة وهو صاعد تكون مساوية لمقدار سرعته عند مروره بنفس النقطة وهو هابط مع اختلاف اتجاهى السرعتين.

مثال ٥

قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض فعاد إلى نقطة القذف بعد ٦ ثوانٍ من لحظة قذفه. احسب السرعة التى قذف بها وكذلك أقصى ارتفاع بلغه الجسيم وكذلك سرعته بعد ٤,٥ ثانية من لحظة قذفه.

الحل

نعتبر الاتجاه الموجب هو الرأسى إلى أعلى

∵ الجسم عاد إلى موضع القذف بعد ٦ ثوانٍ من لحظة قذفه

∴ زمن الصعود = زمن الهبوط = $\frac{٦}{٢}$ = ٣ ثوانٍ

∵ زمن الوصول إلى أقصى ارتفاع = $\frac{ع_.}{ء}$ ∴ ٣ = $\frac{ع_.}{٩,٨}$

∴ $ع_.$ (السرعة التى قذف بها الجسيم) = ٩,٨ × ٣ = ٢٩,٤ متر/ث

∵ مسافة أقصى ارتفاع = $\frac{ع_.^٢}{٢ء}$ ∴ أقصى ارتفاع يبلغه الجسيم = $\frac{(٢٩,٤)^٢}{٢ × ٩,٨}$ = ٤٤,١ مترًا

، ∵ ع = $ع_.$ − ء ن ∴ ع = ٢٩,٤ − ٩,٨ × ٤,٥ = − ١٤,٧ متر/ث

∴ سرعة الجسيم بعد ٤,٥ ثانية = ١٤,٧ متر/ث إلى أسفل

مثال ٦

قذف حجر صغير بسرعة ١٩,٦ م/ث رأسيًا إلى أعلى من قمة برج ارتفاعه ١٥٦,٨ م عن سطح الأرض أوجد :

١ الزمن الذى يستغرقه الجسم من لحظة القذف حتى يصل إلى سطح الأرض.

٢ سرعة الجسم عند وصوله إلى سطح الأرض.

الحل

نعتبر الاتجاه الموجب هو الرأسى إلى أعلى عندما يصل الحجر إلى سطح الأرض فإن :



ف = − ١٥٦,٨ متر ، ∵ ف = $ع_.$ ن − $\frac{١}{٢}$ ء $ن^٢$

∴ − ١٥٦,٨ = ١٩,٦ ن − $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ $ن^٢$

∴ $ن^٢$ − ٤ ن − ٣٢ = ٠ ∴ (ن − ٨) (ن + ٤) = ٠

∴ ن (زمن الوصول لسطح الأرض) = ٨ ثوانٍ

، ∵ ع = $ع_.$ − ء ن ∴ ع = ١٩,٦ − ٩,٨ × ٨

∴ ع (سرعة الوصول لسطح الأرض) = −٥٨,٨ متر/ث

أى أن الحجر يصل إلى سطح الأرض بسرعة مقدارها ٥٨,٨ متر/ث لأسفل.

مثال ٧

من مكان يعلو عن سطح الأرض قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ١٩,٦ متر/ث.

عيِّن موضع الجسيم :

١ بعد ٣ ثوانٍ من لحظة قذفه. ٢ بعد ٥ ثوانٍ من لحظة قذفه.

الحــل

نعتبر الاتجاه الموجب هو الرأسى إلى أعلى.

١ ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن٢ ∴ ف = ١٩,٦ × ٣ − ½ × ٩,٨ × ٩ = ١٤,٧ مترًا

، ∵ ف موجبة

∴ الجسيم بعد ٣ ثوانٍ يكون أعلى نقطة القذف بمقدار ١٤,٧ مترًا.

٢ ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن٢ ∴ ف = ١٩,٦ × ٥ − ½ × ٩,٨ × ٢٥ = − ٢٤,٥ مترًا

، ∵ ف سالبة

∴ الجسيم بعد ٥ ثوانٍ يكون أسفل نقطة القذف بمقدار ٢٤,٥ مترًا.

مثال ٨

سقط حجر من السكون من ارتفاع ١٠ أمتار فوق كومة من الرمل فغاص فيها مسافة ١٩٦ سم أوجد العجلة التى تحرك بها داخل الرمل.

الحــل

• **قبل الغوص فى الرمل :**

ع. = ٠ ، ف = ١٠ أمتار ، ء = ٩,٨ م/ث٢ ، ∵ ع٢ = ع.٢ + ٢ ء ف

∴ ع٢ = صفر + ٢ × ٩,٨ × ١٠ = ١٩٦

∴ ع = ١٤ م/ث

• **بعد الغوص فى الرمل :**

ع. = ١٤ م/ث ، ع = ٠ ، ف = ١,٩٦ متر

، ∵ ع٢ = ع.٢ + ٢ حـ ف ∴ صفر = (١٤)٢ + ٢ حـ × ١,٩٦

∴ حـ = − (١٤)٢ / (٢ × ١,٩٦) = − ٥٠ م/ث٢

مثال ٩

قذفت كرة صغيرة رأسيًا إلى أعلى من نافذة أحد المنازل وشوهدت الكرة وهى هابطة أمام النافذة بعد ٨ ثوانٍ من قذفها ثم وصلت إلى الأرض بعد ٩ ثوانٍ من لحظة القذف. أوجد ارتفاع هذه النافذة عن سطح الأرض بالأمتار.

الحل

∵ زمن أقصى ارتفاع = $\frac{٨}{٢}$ = ٤ ثوانٍ

، ∵ $ن = \frac{ع_.}{ء}$ ∴ $ع_. = ءن$ = ٤ × ٩,٨ = ٣٩,٢ م/ث

∴ ف = $ع_. ن - \frac{١}{٢} ء ن^٢$ = ٣٩,٢ × ٩ − $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × $(٩)^٢$ = −٤٤,١ متر

أى أن النافذة تكون على ارتفاع ٤٤,١ مترًا عن سطح الأرض.

حل آخر :

∵ زمن أقصى ارتفاع = $\frac{٨}{٢}$ = ٤ ثوانٍ

، ع = $ع_.$ − ء ن ∴ ٠ = $ع_.$ − ٩,٨ × ٤ ∴ $ع_.$ = ٣٩,٢ م/ث

∴ سرعة الكرة لحظة مرورها بنقطة القذف = ٣٩,٢ م/ث

، ∵ زمن العودة لنقطة القذف = زمن الوصول لأقصى ارتفاع

∴ زمن الوصول من مكان القذف عائدًا لسطح الأرض = ١ ثانية

∴ ف = $ع_. ن + \frac{١}{٢} ء ن^٢$ = ٣٩,٢ × ١ + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × $(١)^٢$ = ٤٤,١ متر

أى أن ارتفاع النافذة عن سطح الأرض = ٤٤,١ متر

مثال ١٠

سقطت كرة رأسيًا إلى أسفل من ارتفاع ٢,٥ مترًا نحو أرض أفقية فاصطدمت بالأرض ثم ارتدت رأسيًا إلى أعلى بسرعة مقدارها يعادل $\frac{٤}{٥}$ مقدار سرعتها قبل الاصطدام. أوجد أقصى ارتفاع بلغته الكرة بعد اصطدامها لأول مرة بالأرض.

الحل

- **فى حالة الهبوط :**

∵ $ع^٢ = ع_.^٢ + ٢ ء ف$ = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٢,٥ = ٤٩

∴ ع (سرعة الكرة قبل الاصطدام بالأرض مباشرة) = ٧ م/ث

- **فى حالة الارتداد :** نعتبر الاتجاه الموجب هو الرأسى إلى أعلى

∴ $ع_.$ = $\frac{٤}{٥}$ × ٧ = ٥,٦ م/ث

∴ أقصى ارتفاع = $\frac{ع_.^٢}{٢ء} = \frac{(٥,٦)^٢}{٢ × ٩,٨}$ = ١,٦ مترًا

تمـارين 3 على الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية (السقوط الحر)



من أسئلة الكتاب المدرسي • تذكر • فهم • تطبيق • مستويات عليا

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا سقط جسيم رأسيًا لأسفل فإن ....

(أ) ع = ع. (ب) ع = صفر (جـ) ع. = ٠ (د) ف = ع ن

② إذا وصل جسيم إلى أقصى ارتفاع فإن : .... = صفر

(أ) ف (ب) ع (جـ) ع. (د) حـ

③ إذا عاد الجسم المقذوف إلى أعلى إلى نقطة القذف فإن : ....

(أ) مقدار ع = مقدار ع. (ب) ف = ٠

(جـ) حـ = ٠ (د) (أ) ، (ب) معًا

④ إذا قذف جسم رأسيًا إلى أعلى بسرعة (ع.) م/ث إلى أقصى ارتفاع (ف) متر فإن زمن الوصول لأقصى ارتفاع (ن) يساوي .... ثانية.

(أ) $\frac{ع.}{٢ د}$ (ب) $\frac{ع.}{د}$ (جـ) $\frac{ع.^٢}{٢ د}$ (د) $\frac{٢ ع.}{د}$

⑤ قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٩٨ م/ث فإن زمن وصوله لأقصى ارتفاع = ... ثانية.

(أ) ١٥ (ب) ١٠ (جـ) ٣ (د) ٢٠

⑥ قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٤٢ م/ث فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم يساوي .... متر.

(أ) ٦٥ (ب) ٩٨ (جـ) ٨٤ (د) ٩٠

⑦ قذف جسم رأسيًا لأعلى من نقطة على سطح الأرض فكان أقصى ارتفاع يمكن أن يصل إليه الجسم هو ٤٤,١ متر فإن السرعة التي قذف بها الجسم = ... م/ث.

(أ) ٤٤,١ (ب) ٢٢,٠٥ (جـ) ١٩,٦ (د) ٢٩,٤

⑧ قذف جسم رأسيًا لأعلى فقطع مسافة ٨٨,٢ م حتى عاد إلى نقطة القذف فإن الزمن اللازم لذلك = ... ثانيه.

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٥,٥ (د) ٣

⑨ قذف جسم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ٢٤,٥ م/ث فإنه يعود إلى نقطة القذف بعد .... ثانية.

(أ) ٢,٥ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) صفر

(١٠) إذا قذف جسم رأسيًا إلى أعلى من سطح الأرض فعاد إلى نقطة القذف بعد ١٢ ثانية

فإن زمن الهبوط = ... ثانية.

(أ) صفر (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ١٢

(١١) إذا قذف جسم رأسيًا إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض فعاد إليها بعد ١٠ ثوان

فإن أقصى ارتفاع يصل إليه = ... متر.

(أ) ١٢٢,٥ (ب) ٢٤٥ (جـ) ٤٩ (د) ٤٩٠

(١٢) أطلقت رصاصة لأعلى ثم عادت لنقطة البداية بعد ١٠ ثوانى

فإن السرعة الابتدائية للرصاصة = ... م/ث.

(أ) ٩,٨ (ب) ٤٩ (جـ) ٢٥ (د) ٩٨

(١٣) قذف جسم لأعلى بسرعة ابتدائية ٧ م/ث

فإن المسافة المقطوعة حتى عودته لنقطة القذف = ... متر.

(أ) صفر (ب) ٥ (جـ) ٧,٥ (د) ١٠

(١٤) إذا سقط جسم من ارتفاع ١٠ أمتار على أرض أفقية

فإن سرعته لحظة اصطدامه بالأرض بوحدة م/ث هى ....

(أ) صفر (ب) ٢٠ (جـ) ١٤ (د) ١٩٦

(١٥) قذف جسيم رأسيًا لأسفل بسرعة ١٥ م/ث من ارتفاع ١٠٠ متر

فإن سرعته بعد مرور ٣ ثوان = ... م/ث.

(أ) ٤٦,٧ (ب) ٢٩,٤ (جـ) ٤٤,٤ (د) ٣٢,٨

(١٦) سقط جسم من حافة بئر فارغ فوصل إلى قاع البئر بعد ثانيتين فإن عمق البئر = ... متر.

(أ) ٧٨,٤ (ب) ١٩,٦ (جـ) ١١,٠٢٥ (د) ١٧,٢

(١٧) سقطت كرة من قمة برج ارتفاعه ١٢٢,٥ متر فإن زمن وصولها لسطح الأرض = ... ثوان.

(أ) ٤ (ب) ٧ (جـ) ٦ (د) ٥

(١٨) قذف جسم رأسيًا لأسفل بسرعة ٢٠,٦ م/ث من قمة برج ارتفاعه ١٠٥,٩ متر

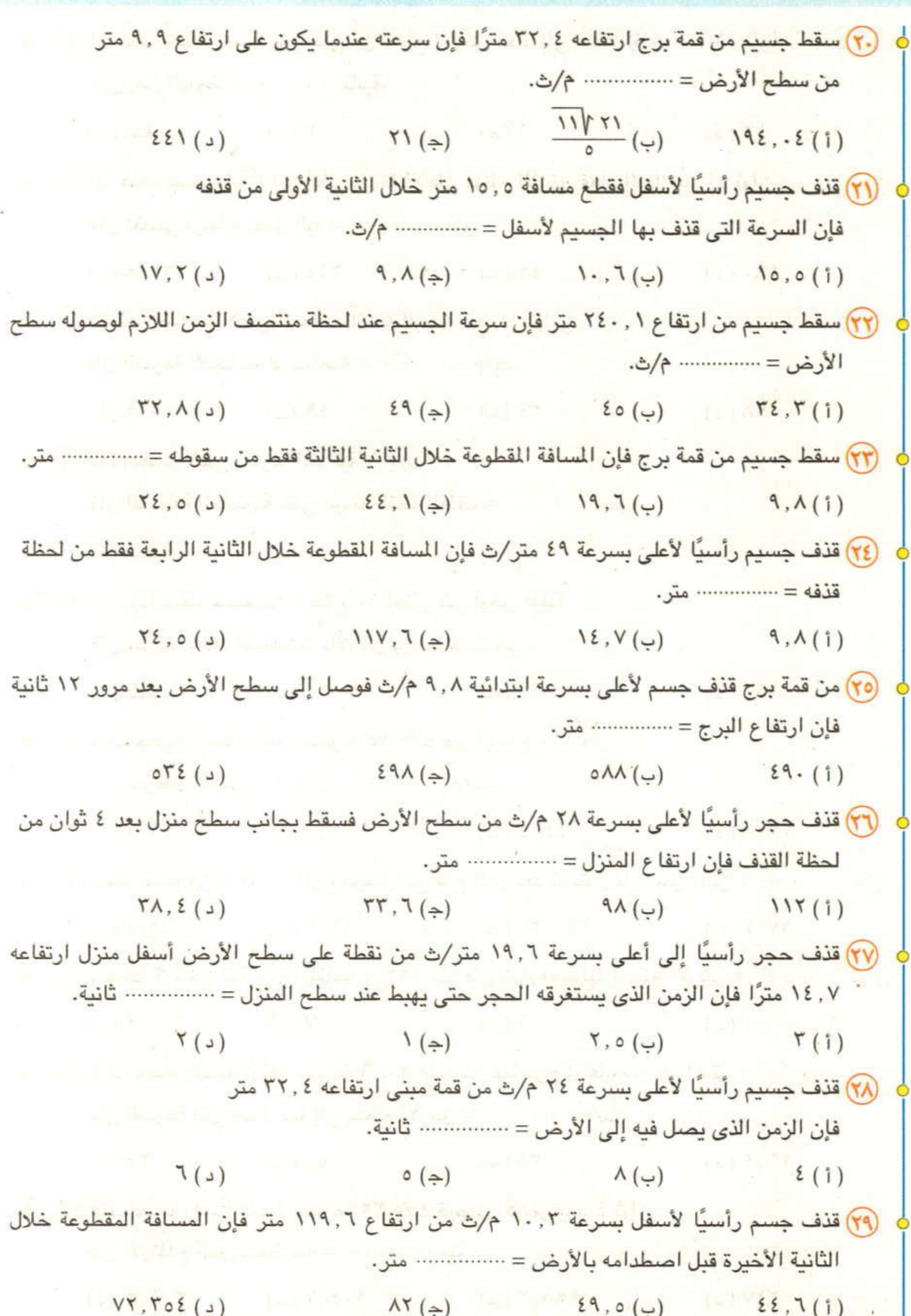
فإن السرعة التى يصل بها إلى سطح الأرض = ... م/ث.

(أ) ٣٥ (ب) ٥٠ (جـ) ٣٨ (د) ٢٩,٤

(١٩) قذف جسم رأسيًا لأسفل بسرعة ٣٢ م/ث فوصل الأرض بعد ٤ ثوان

فإن الارتفاع الذى سقط منه = ... متر.

(أ) ٢٠٦,٤ (ب) ١٠٥,٧ (جـ) ١٩٨,٢ (د) ٢١٧



(٢٠) سقط جسيم من قمة برج ارتفاعه ٣٢,٤ مترًا فإن سرعته عندما يكون على ارتفاع ٩,٩ متر من سطح الأرض = ... م/ث.

(أ) ١٩٤,٠٤ (ب) $\frac{٢١\sqrt{١١}}{٥}$ (جـ) ٢١ (د) ٤٤١

(٢١) قذف جسيم رأسيًا لأسفل فقطع مسافة ١٥,٥ متر خلال الثانية الأولى من قذفه فإن السرعة التى قذف بها الجسيم لأسفل = ... م/ث.

(أ) ١٥,٥ (ب) ١٠,٦ (جـ) ٩,٨ (د) ١٧,٢

(٢٢) سقط جسيم من ارتفاع ٢٤٠,١ متر فإن سرعة الجسيم عند لحظة منتصف الزمن اللازم لوصوله سطح الأرض = ... م/ث.

(أ) ٣٤,٣ (ب) ٤٥ (جـ) ٤٩ (د) ٣٢,٨

(٢٣) سقط جسيم من قمة برج فإن المسافة المقطوعة خلال الثانية الثالثة فقط من سقوطه = ... متر.

(أ) ٩,٨ (ب) ١٩,٦ (جـ) ٤٤,١ (د) ٢٤,٥

(٢٤) قذف جسيم رأسيًا لأعلى بسرعة ٤٩ متر/ث فإن المسافة المقطوعة خلال الثانية الرابعة فقط من لحظة قذفه = ... متر.

(أ) ٩,٨ (ب) ١٤,٧ (جـ) ١١٧,٦ (د) ٢٤,٥

(٢٥) من قمة برج قذف جسم لأعلى بسرعة ابتدائية ٩,٨ م/ث فوصل إلى سطح الأرض بعد مرور ١٢ ثانية فإن ارتفاع البرج = ... متر.

(أ) ٤٩٠ (ب) ٥٨٨ (جـ) ٤٩٨ (د) ٥٣٤

(٢٦) قذف حجر رأسيًا لأعلى بسرعة ٢٨ م/ث من سطح الأرض فسقط بجانب سطح منزل بعد ٤ ثوان من لحظة القذف فإن ارتفاع المنزل = ... متر.

(أ) ١١٢ (ب) ٩٨ (جـ) ٣٣,٦ (د) ٣٨,٤

(٢٧) قذف حجر رأسيًا إلى أعلى بسرعة ١٩,٦ متر/ث من نقطة على سطح الأرض أسفل منزل ارتفاعه ١٤,٧ مترًا فإن الزمن الذى يستغرقه الحجر حتى يهبط عند سطح المنزل = ... ثانية.

(أ) ٣ (ب) ٢,٥ (جـ) ١ (د) ٢

(٢٨) قذف جسيم رأسيًا لأعلى بسرعة ٢٤ م/ث من قمة مبنى ارتفاعه ٣٢,٤ متر فإن الزمن الذى يصل فيه إلى الأرض = ... ثانية.

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٥ (د) ٦

(٢٩) قذف جسم رأسيًا لأسفل بسرعة ١٠,٣ م/ث من ارتفاع ١١٩,٦ متر فإن المسافة المقطوعة خلال الثانية الأخيرة قبل اصطدامه بالأرض = ... متر.

(أ) ٤٤,٦ (ب) ٤٩,٥ (جـ) ٨٢ (د) ٧٢,٣٥٤

(٣٠) من قمة برج قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى وشوهد أمام نقطة القذف وهو هابط بعد ٤ ثوان من لحظة قذفه ووصل سطح الأرض بعد ٣ ثوان آخرى فإن أقصى ارتفاع وصل إليه الجسيم فوق سطح الأرض = ... متر.

(أ) ١٠٢,٩ (ب) ١٢٢,٥ (جـ) ١١٢,٧٥ (د) ١١١,٥

(٣١) سقطت كرة من ارتفاع ٩٠ متر عن سطح الأرض وعند وصولها للأرض ارتدت ثانية إلى أعلى بسرعة تساوى نصف سرعة وصولها إلى الأرض. فإن أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة = ... متر.

(أ) ٤٥ (ب) ١٨ (جـ) ٢٢,٥ (د) ١٩,٦

(٣٢) تتحرك طائرة هليوكوبتر رأسيًا لأعلى بسرعة منتظمة ١٠ م/ث سقط منها رجل المظلات فإن سرعته الإبتدائية = ...

(أ) صفر. (ب) ١٠ م/ث لأسفل. (جـ) ١٠ م/ث لأعلى. (د) ٩,٨ م/ث لأسفل.

(٣٣) يتحرك منطاد رأسيًا لأعلى بسرعة ٢٤,٥ م/ث فسقط منه جسم فوصل سطح الأرض بعد ٨ ثوان فإن ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض لحظة سقوط الجسم = ... متر.

(أ) ١١٧,٦ (ب) ١١٩,٨ (جـ) ١٠٨,٧ (د) ٩٦,٨

(٣٤) قذف جسم رأسيًا لأسفل بسرعة ٢٠ م/ث من طائرة تتحرك لأعلى بسرعة ١٨٠ كم/س فإن السرعة الابتدائية للجسم هى ....

(أ) ١٦٠ م/ث لأسفل. (ب) ٣٠ م/ث لأعلى.

(جـ) ٧٠ م/ث لأعلى. (د) ٣٠ م/ث لأسفل.

(٣٥) سقطت كرة ملساء من يد رجل يقف داخل مصعد كهربائى يتحرك رأسيًا لأسفل بسرعة منتظمة ٥٠ سم/ث فإن سرعة الكرة بعد $\frac{1}{2}$ ثانية هى ....

(أ) ٥٠ سم/ث (ب) ٢٥ سم/ث (جـ) ٥٤,٩ سم/ث (د) ٥,٤ م/ث

(٣٦) إذا قذف جسيم رأسيًا لأعلى.
وكان الشكل المقابل يمثل بيانيًا العلاقة بين الإزاحة والزمن فإن السرعة الابتدائية تكون .... م/ث

ف(متر)
١٢٠ ١٠٠ ٨٠ ٦٠ ٤٠ ٢٠ و −٢٠ −٤٠ −٦٠
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١
ن (ثانية)

(أ) صفر (ب) ٩,٨

(جـ) ٤٩ (د) ٩٨

(٣٧) قذف جسيم رأسيًا لأعلى فإن المسافة التى يقطعها فى كل ثانية أثناء صعوده ....

(أ) تتناقص بمقدار ٤,٩ متر. (ب) تتناقص بمقدار ٩,٨ متر.

(جـ) تتزايد بمقدار ٩,٨ متر. (د) تظل ثابتة.

(٣٨) إذا سقط جسم فإن المسافات التى يقطعها هذا الجسم خلال الثلاث ثوانى الأولى هى على الترتيب ....

(أ) ٩,٨ متر ، ٩,٨ متر ، ٩,٨ متر. (ب) ٤,٩ متر ، ١٤,٧ متر ، ٢٤,٥ متر.

(جـ) ٢٤,٥ متر ، ١٤,٧ متر ، ٤,٩ متر. (د) ٩,٨ متر ، ١٩,٦ متر ، ٢٩,٤ متر.

(٣٩) سقط جسم رأسيًا لأسفل فإذا كانت $ع_١$ ، $ع_٢$ ، $ع_٣$ هى سرعات الجسم فى نهاية الثوان الأولى والثانية والثالثة على الترتيب فإن $ع_١ : ع_٢ : ع_٣$ = ...

(أ) ١ : ١ : ١ (ب) ١ : ٢ : ٣ (جـ) ١ : ٢ : ٤ (د) ٣ : ٢ : ١

(٤٠) قذف جسم رأسيًا لأعلى فقطع فى الثانية الأولى مسافة $ف_١$ وفى الثانية الثانية مسافة $ف_٢$ وفى الثانية الثالثة مسافة $ف_٣$ حتى وصل إلى أقصى ارتفاع بعد ٣ ثوان فإن ....

(أ) $ف_١ = ف_٢ = ف_٣$ (ب) $ف_١ < ف_٢ < ف_٣$

(جـ) $ف_١ + ف_٢ = ف_٣$ (د) $ف_١ + ف_٣ = ٢ ف_٢$

(٤١) سقط جسم من قمة برج فقطع فى الثانية الأخيرة من سقوطه مسافة ١٩,٦ مترًا فإن ارتفاع البرج = ... متر.

(أ) ٣٥ (ب) $٢٧ \frac{٣}{٤}$ (جـ) $٣٠ \frac{٥}{٨}$ (د) $٣٢ \frac{٥}{٧}$

(٤٢) إذا قذف جسم رأسيًا لأعلى فإن المسافة التى يقطعها الجسم فى الثانية الأخيرة قبل أن يصل لأقصى ارتفاع تكون ....

(أ) ثابتة. (ب) تعتمد على سرعة القذف $(ع_.)$

(جـ) تعتمد على وزن الجسم. (د) تعتمد على أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم.

(٤٣) قذف جسمان رأسيًا لأعلى بسرعتين $ع_١$ ، $ع_٢$ الأول وصل لارتفاع $ف_١$ والثانى وصل لارتفاع $ف_٢$ فإن : ....

(أ) $\frac{ف_١}{ف_٢} = \frac{ع_١}{ع_٢}$ (ب) $\frac{ف_١}{ف_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$ (جـ) $\frac{ف_١^٢}{ف_٢^٢} = \frac{ع_١}{ع_٢}$ (د) $ف_١ ع_١ = ف_٢ ع_٢$

(٤٤) يتدرب لاعب الجمباز بالقفز لأعلى مرتين فى المرة الأولى كانت السرعة الابتدائية $(ع_.)$ وفى المرة الثانية زادت سرعته الابتدائية حتى أصبحت $(٤ ع_.)$ فإن :

$\frac{\text{أقصى ارتفاع يصل إليه فى المحاولة الثانية}}{\text{أقصى ارتفاع يصل إليه فى المحاولة الأولى}}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

(٤٥) سقطت كرة من قمة برج ارتفاعه ف متر وتصل إلى الأرض بعد ن ثانية

فإن الكرة بعد $(\frac{1}{3}$ ن$)$ ثانية تكون على ارتفاع .... متر من الأرض.

(أ) $\frac{1}{9}$ ف　　(ب) $\frac{2}{9}$ ف　　(جـ) $\frac{7}{9}$ ف　　(د) $\frac{8}{9}$ ف

(٤٦) قذف جسم رأسيًا بسرعة (ع.) ليصل لأقصى ارتفاع (ف) فإن السرعة التي يجب أن يقذف بها هذا الجسم ليصل لأقصى ارتفاع (٣ ف) هي ....

(أ) ٣ ع.　　(ب) ع.　　(جـ) $\sqrt{3}$ ع.　　(د) ٩ ع.

(٤٧) قذفت كرة رأسيًا لأعلى وأخذت ٣ ثواني حتى تصل لأقصى ارتفاع فإن الزمن اللازم لكي تصل الكرة إلى ٣٩,٢ متر أعلى نقطة القذف = ... ثانية.

(أ) ٢ أ، ٤　　(ب) ٤ أ، ٨　　(جـ) ٤ أ، ٢٥　　(د) ٢ أ، ٦

(٤٨) إذا سقط جسم من ارتفاع $($ف$_1)$ فوق سطح أرض رملية فغاص فيها مسافة $($ف$_2)$

فإن عجلة الحركة داخل الرمل تكون .... عجلة الجاذبية الأرضية.

(أ) $<$　　(ب) $\leq$　　(جـ) $>$　　(د) $=$

(٤٩) إذا سقط جسم من ارتفاع ١٩,٦ متر على أرض رملية فغاص فيها ١٤ سم حتى سكن فإن عجلة حركة الجسم داخل الرمل = ... م/ث^2

(أ) ‎-١٣٧٢　　(ب) ‎-٩,٨　　(جـ) ١٩,٦　　(د) ١٧٣٢

(٥٠) إذا كان حيوان الكانجرو يستطيع أن يقفز إلى ارتفاع ٢,٥ متر فإن السرعة التي يقفز بها الكانجرو ليصل لهذا الارتفاع = ... م/ث

(أ) ٥,٨　　(ب) ٦,٤　　(جـ) ٧　　(د) ٧,٢

(٥١) إذا كان أحد لاعبي كرة السلة يستطيع الوثب ١,٢٩ متر فإن الزمن اللازم لهذا اللاعب حتى يقفز ويرجع إلى نقطة القفز ≃ .... ثانية.

(أ) ٠,٥　　(ب) ١,٠٣　　(جـ) ١,٣٥　　(د) ٢,٧

(٥٢) لتحديد ارتفاع كوبري فوق نهر النيل يُسقط شخص حجر ويقيس زمن وصول الحجر إلى الماء فإذا كان زمن وصول الحجر إلى الماء = ٢,٥ ثانية فإن ارتفاع الكوبري ≃ .... متر.

(أ) ٤٢　　(ب) ٣٣　　(جـ) ٣١　　(د) ٢٩

(٥٣) قذف جسم رأسيًا لأعلى من نقطة على سطح الأرض فقطع مسافة ١٦ متر خلال ن ثانية الأولى وهو صاعد فإن المسافة التي يقطعها خلال ن ثانية الأخيرة وهو هابط تساوي .... متر.

(أ) ٢　　(ب) ٤　　(جـ) ٨　　(د) ١٦

(٥٤) من نقطة على الأرض قذفت كرة رأسيًا لأعلى بسرعة ما ، ولوحظ أنها تمر بنقطة معينة مرتين بعد ٥ ثوان ، ١١ ثانية من بداية القذف فإن أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة = ... متر.

(أ) ٧٨,٤ (ب) ٣١٣,٦ (جـ) ٦٢٧,٢ (د) ١٢٥٤,٤

(٥٥) قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ابتدائية ٣٩,٢ م/ث من قمة مبنى ارتفاعه ٨٠ متر فإن الفترة الزمنية التى يكون عندها ارتفاع الجسم عن الأرض أكبر من ارتفاع المبنى هى .... ثانية.

(أ)]٤ ، ٨[(ب)]٠ ، ٤[(جـ)]٠ ، ٨[(د)]٢ ، ٨[

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ قذف جسيم رأسيًا إلى أسفل من قمة برج ارتفاعه ٢٤٠ مترًا عن سطح الأرض فقطع مسافة ١٥,٥ مترًا خلال الثانية الأولى من سقوطه. احسب الزمن الذى يستغرقه فى الوصول إلى الأرض والسرعة التى يصل بها للأرض. «٦ ثوانٍ ، ٦٩,٤ متر/ث»

---

٢ قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ٣٩,٢ متر/ث أوجد :

(١) الزمن الذى يستغرقه من لحظة قذفه حتى يعود إلى مكان القذف.

(٢) الزمن الذى يمضى حتى يصبح الجسيم على ارتفاع ٣٤,٣ مترًا من نقطة القذف. فسِّر معنى الجوابين.

«٨ ثوانٍ ، ١ ، ٧ ثوانٍ»

---

٣ قذف جسيم من قمة برج رأسيًا إلى أعلى بسرعة مقدارها ٢٤,٥ م/ث فوصل إلى سطح الأرض بعد ٨ ثوانٍ أوجد :

(١) ارتفاع البرج. (٢) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض.

(٣) المسافة التى يقطعها الجسم خلال هذه المدة. «١١٧,٦ متر ، ١٤٨,٢٢٥ متر ، ١٧٨,٨٥ متر»

---

٤ قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى من مكان يرتفع عن سطح الأرض بمقدار ١٤٠ مترًا فوجد أنه قطع فى الثانية الثالثة وهو صاعدًا مسافة ١٠,٥ مترًا. أوجد :

(١) السرعة التى قذف بها الجسيم. (٢) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم عن سطح الأرض.

(٣) الزمن الذى يستغرقه للوصول إلى سطح الأرض. «٣٥ متر/ث ، ٢٠٢,٥ مترًا ، ١٠ ثوانٍ»

---

٥ قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ١٩,٦ متر/ث من نقطة تعلو سطح الأرض بمقدار ٢٣٠,٤ مترًا. أوجد :

(١) أقصى ارتفاع عن سطح الأرض يصله الجسيم.

(٢) موضع الجسيم بالنسبة لنقطة القذف بعد ٥ ثوانٍ من لحظة قذفه.

(٣) أقصى سرعة يكتسبها الجسيم. «٢٥٠ مترًا ، ٢٤,٥ مترًا لأسفل ، ٧٠ متر/ث»

٦ قذف جسم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ١٤ م/ث من نقطة على ارتفاع ٣٥٠ مترًا من سطح الأرض. **أوجد :**

(١) الزمن الذى يأخذه الجسم حتى يصل إلى سطح الأرض.

(٢) المسافة الكلية التى قطعها الجسم حتى وصوله لسطح الأرض. «١٠ ثوان ، ٣٧٠ متر»

---

٧ قذفت كرة رأسيًا لأعلى من قمة برج رأسى بسرعة ٢٤,٥ م/ث. **أوجد :**

(١) متى تصل الكرة إلى ارتفاع ٢٩,٤ متر فوق موضع قذفها.

(٢) متى تصل الكرة إلى بُعد ٢٩,٤ متر تحت موضع قذفها. «٢ ، ٣ ثانية ، ٦ ثانية»

---

٨ قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ٢٤,٥ متر/ث

عيّن موضع الجسيم واتجاه حركته بعد ن ثانية من لحظة قذفه إذا كانت ن تساوى :

(١) ٢ ثانية. (٢) ٤ ثوانٍ. (٣) ٥ ثوانٍ. (٤) ٦ ثوانٍ.

---

٩ من أعلى تل ارتفاعه ٩,٨ مترًا قذف جسم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ٤,٩ م/ث **أوجد :**

(١) سرعة الجسم عند لحظة وصوله إلى أسفل التل.

(٢) الزمن الذى استغرقه للوصول إلى أسفل التل. «١٤,٧ م/ث ، ٢ ثانية»

---

١٠ قذفت كرة رأسيًا إلى أعلى من نافذة فوصلت إليها بعد ٤ ثوانٍ من لحظة القذف ووصلت إلى سطح الأرض بعد ٥ ثوانٍ من لحظة القذف. **أوجد :**

(١) سرعة قذف الكرة. (٢) أقصى ارتفاع وصلت إليه الكرة من نقطة القذف.

(٣) ارتفاع النافذة من سطح الأرض. «١٩,٦ م/ث ، ١٩,٦ متر ، ٢٤,٥ متر»

---

١١ يتدرب طالب على ركل كرة القدم رأسيًا إلى أعلى فى الهواء ، ثم تعود الكرة أثر كل ركلة فتصطدم بقدمه ، فإذا استغرقت الكرة من لحظة ركلها وحتى اصطدامها بقدمه ٠,٣ ثانية. **أوجد :**

(١) السرعة الابتدائية.

(٢) الارتفاع الذى وصلت إليه الكرة بعد أن ركلها الطالب. «١,٤٧ م/ث ، ٠,١١٠٢٥ مترًا»

---

١٢ سقط جسم من ارتفاع ف عن سطح الأرض فقطع فى الثانية الأخيرة من حركته ٣٤,٣ مترًا. **أوجد :**

(١) سرعة وصول الجسم إلى سطح الأرض.

(٢) الارتفاع الذى سقط منه الجسم. «٣٩,٢ م/ث ، ٧٨,٤ متر»

---

١٣ سقط جسم من ارتفاع ف مترًا فقطع فى الثانية الأخيرة $\frac{٩}{٢٥}$ ف مترًا. **أوجد :**

(١) الارتفاع الذى سقط منه.

(٢) سرعة الجسم لحظة الوصول لسطح الأرض. «١٢٢,٥ مترًا ، ٤٩ م/ث»

١٤ سقط جسم رأسيًا إلى أسفل من ارتفاع ما نحو أرض رخوة فغاص فيها مسافة ١٤ سم قبل أن يسكن فإذا كان الجسم يتحرك داخل الأرض بتقصير منتظم مقداره ٦٣ م/ث². فما هو الارتفاع الذى سقط منه الجسيم. «٠,٩ متر»

---

١٥ سقط جسم من ارتفاع ٢٢,٥ مترًا على أرض رملية فغاص فيها مسافة ٢٥ سم. **احسب كلاً من :**

(١) سرعة الجسم عند سطح الأرض.

(٢) العجلة التى تحرك بها الجسم داخل الأرض الرملية. «٢١ م/ث ، −٨٨٢ م/ث²»

---

١٦ سقطت كرة من المطاط من ارتفاع ١٠ أمتار ، فاصطدمت بالأرض وارتدت رأسيًا إلى أعلى مسافة $2\frac{1}{2}$ متر. احسب سرعة الكرة قبل وبعد اصطدامها بالأرض مباشرة. «١٤ م/ث ، ٧ م/ث»

---

١٧ سقطت كرة من ارتفاع ٩٠ متر عن سطح الأرض وعند وصولها للأرض ارتدت ثانية إلى أعلى بسرعة تساوى نصف سرعة وصولها إلى الأرض. أوجد أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة. «٢٢,٥ متر»

---

١٨ من قمة برج يعلو ١٩٦ مترًا عن سطح الأرض قذف جسيمان بسرعة واحدة ١٤,٧ م/ث أحداهما رأسى إلى أسفل والآخر رأسى إلى أعلى. فما هو الزمن الذى يستغرقه كل منهما فى الوصول إلى سطح الأرض ؟

«٥ ، ٨ ثوانٍ»

---

١٩ سقط جسم من ارتفاع ٤٠ مترًا عن سطح الأرض وفى نفس اللحظة ومن سطح الأرض قذف جسم آخر رأسيًا لأعلى بسرعة ٢٠ م/ث فتقابل الجسمان بعد فترة زمنية ن. **أوجد :**

(١) الفترة الزمنية ن

(٢) المسافة التى قطعها كل منهما. «٢ ثانية ، ١٩,٦ مترًا ، ٢٠,٤ مترًا»

---

٢٠ سقط جسم من ارتفاع ٦٠ مترًا من سطح الأرض ، وفى نفس اللحظة قذف جسم آخر رأسيًا لأعلى من سطح الأرض بسرعة ٢٠ م/ث فتقابل الجسمان بعد فترة زمنية. أوجد هذا الزمن ، ثم أوجد المسافة التى قطعها كل من الجسمين خلال هذه الفترة الزمنية ، ثم اذكر هل الجسمان لحظة التقابل متحركان فى اتجاهين متضادين أم فى نفس الاتجاه. «٣ ثوانٍ ، ٤٤,١ متر ، $\frac{٤٤٩}{٤٩٠}$ ٢٤ متر ، فى نفس الاتجاه»

---

٢١ جسم ساكن على ارتفاع ٦,١٢٥ متر من سطح الأرض مربوط بخيط يشد الجسم رأسيًا إلى أعلى بعجلة ٢,٤٥ م/ث² وبعد ثانيتين من بدء الحركة قطع الخيط. **أوجد :**

(١) سرعة الجسم قبل قطع الخيط مباشرة.

(٢) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض.

(٣) سرعة الجسم عند وصوله سطح الأرض. «٤,٩ م/ث ، ١٢,٢٥ متر ، $٤,٩\sqrt{١٠}$ م/ث»

---

٢٢ قذف جسيم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ٤٠ متر/ث من نقطة على سطح الأرض وبعد ثانية قذف جسيم آخر من نفس النقطة وبنفس السرعة الابتدائية للجسيم الأول. بعد كم ثانية وعلى أى ارتفاع يتلاقى الجسيمان (اعتبر عجلة الجاذبية الأرضية ء = ١٠ متر/ث²) ؟ «٤,٥ ثانية ، ٧٨,٧٥ متر»

٢٣ منطاد يتحرك رأسيًا بسرعة ١٤,٧ متر/ث سقط منه جسيم فوصل سطح الأرض بعد ٤ ثوانٍ من لحظة سقوطه.

احسب ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض لحظة سقوط الجسيم منه فى كل من الحالتين الآتيتين :

(١) المنطاد يتحرك رأسيًا إلى أسفل.

(٢) المنطاد يتحرك رأسيًا إلى أعلى. «١٣٧,٢ مترًا ، ١٩,٦ مترًا»

---

٢٤ يرتفع منطاد رأسيًا إلى أعلى بسرعة منتظمة مقدارها ٢٤,٥ م/ث وعندما وصل إلى ارتفاع ٢٤٥ مترًا من سطح الأرض سقط منه جسيم **أوجد :**

(١) أقصى ارتفاع يصل إليه هذا الجسيم بالنسبة لسطح الأرض.

(٢) السرعة التى يصل بها الجسيم للأرض.

(٣) الزمن الذى يستغرقه فى الوصول للأرض.

(٤) ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض لحظة وصول الجسيم لسطح الأرض.

«$\frac{٥}{٨}$ ٢٧٥ مترًا ، ٧٣,٥ متر/ث ، ١٠ ثوانٍ ، ٤٩٠ مترًا»

---

٢٥ منطاد يصعد رأسيًا إلى أعلى بسرعة منتظمة ٢٨ متر/ث قذف منه حجر رأسيًا إلى أسفل بسرعة ١٢,٥ متر/ث فوصل إلى الأرض بعد ٥ ثوانٍ من لحظة قذفه. **أوجد :**

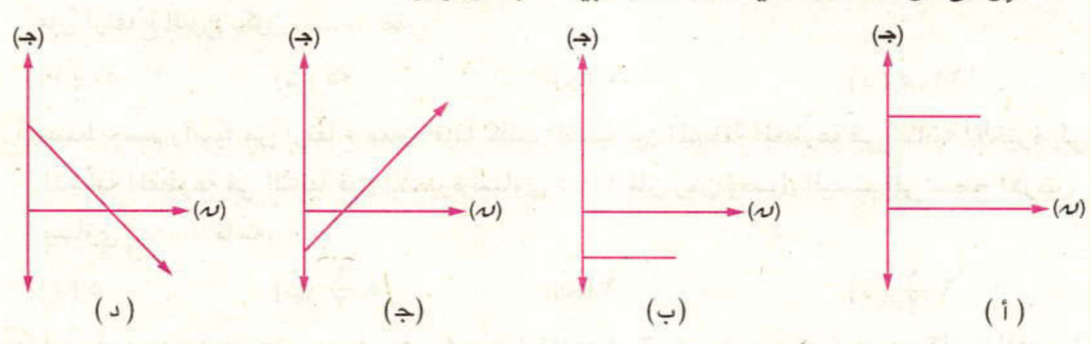
(١) ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض لحظة وصول الحجر لها.

(٢) مقدار واتجاه سرعة الحجر بعد ٤ ثوانٍ من لحظة قذفه. «١٨٥ مترًا ، ٢٣,٧ م/ث لأسفل»

ثالثًا مسائل تقيس مهارات التفكير

١ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

(١) ولد يقف أعلى كوبرى يرمى حجر بيده لأسفل وباعتبار الاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب فإن أى من الأشكال الآتية تمثل العلاقة بين العجلة والزمن ؟



(٢) قذف جسم رأسيًا لأعلى فإن عجلة الجسم عند أقصى ارتفاع تساوى ....

(أ) صفر
(ب) ٩,٨ م/ث^{٢} لأسفل.
(جـ) ٩,٨ م/ث^{٢} لأعلى.
(د) تعتمد على سرعة القذف.

(٣) جسمان كتلتيهما ١٠ كجم ، ٢٠ كجم وقعا من نفس الارتفاع وبإهمال مقاومة الهواء إذا كانت الكتلة ٢٠ كجم تأخذ زمن ($ن$) حتى تصل إلى الأرض فإن الزمن الذى تأخذه الكتلة ١٠ كجم حتى تصل للأرض = ...

(أ) $ن$ (ب) ٢ $ن$ (جـ) $\frac{1}{2}$ $ن$ (د) $\frac{1}{4}$ $ن$

(٤) تم قذف كرتان بنفس السرعة الابتدائية من أعلى منزل إحداهما لأعلى والأخرى لأسفل. قارن بين سرعتى الكرتان قبل الوصول للأرض مباشرة.

(أ) الكرة التى قذفت لأعلى تتحرك أسرع لأن سرعتها الابتدائية لأعلى.

(ب) الكرة التى قذفت لأسفل تتحرك أسرع لأن سرعتها الابتدائية لأسفل.

(جـ) لهما نفس مقدار السرعة.

(د) الكرة التى قذفت لأعلى تتحرك أسرع لأن عجلتها أكبر.

(٥) سقط جسم (أ) من قمة مبنى ثم بعد ١ ثانية سقط جسم آخر (ب) من نفس المبنى بإهمال مقاومة الهواء فإن الفرق بين سرعتيهما مع تقدم الزمن ....

(أ) يزداد. (ب) يقل.

(جـ) يظل ثابت. (د) لا يمكن تحديدها.

(٦) قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٢٤,٥ م/ث فإن المسافة المقطوعة فى الثانية الثالثة = ... متر.

(أ) صفر (ب) ٤,٩ (جـ) ٢,٤٥ (د) ٢٤,٥

(٧) سقط جسم من قمة برج فوصل لسطح الأرض بعد ٨ ثوانى فإن الزمن الذى يستغرقه الجسم منذ لحظة سقوطه لقطع $\frac{1}{4}$ ارتفاع البرج هو .... ثانية.

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

(٨) سقط جسمان من ارتفاعان ف ، ٣ ف على الترتيب فإن النسبة بين سرعتيهما عند وصولهما للأرض هى ....

(أ) ١ : ٣ (ب) ١ : $\sqrt{3}$ (جـ) ١ : ٩ (د) ٣ : ١

(٩) سقط جسم من قمة برج فقطع ٣٦ ٪ من ارتفاع البرج فى الثانية الأخيرة قبل اصطدامه بالأرض فإن ارتفاع البرج يكون .... متر.

(أ) ٥٠ (ب) ٧٥ (جـ) ١٠٠ (د) ١٢٢,٥

(١٠) سقط جسم رأسيًا من ارتفاع معين. فإذا كانت النسبة بين المسافة المقطوعة فى الثانية الأخيرة إلى المسافة المقطوعة فى الثانية قبل الأخيرة تساوى ٥ : ٤ فإن زمن وصول الجسم إلى سطح الأرض يساوى .... ثانية.

(أ) ٥ (ب) ٥ $\frac{1}{2}$ (جـ) ٦ (د) ٦ $\frac{1}{2}$

(١١) إذا وقعت بيضة من عش عصفور فى شجرة ارتفاعه ٢,٥ متر وتوجد بنت تبعد عن قاعدة الشجرة ١٣ متر فتحركت البنت بسرعة منتظمة حتى تصل وتلحق بالبيضة قبل أن تصل للأرض بالكاد فإن سرعة البنت اللازمة لذلك هى .... م/ث

(أ) ١,٣٣ (ب) ٣,٧٥ (جـ) ٩,٨٣ (د) ١٨,٢

(١٢) يهبط أحد جنود المظلات رأسيًا لأسفل بسرعة منتظمة وعندما كان على ارتفاع (ف) متر من سطح الأرض سقط منه عملة معدنية فإذا كانت سرعة الرجل عند وصوله سطح الأرض هى ($ع_١$) وزمن وصول الرجل للأرض منذ لحظة سقوط العملة هو ($ن_١$) وسرعة العملة المعدنية عند وصولها سطح الأرض هى ($ع_٢$) وزمن وصول العملة المعدنية للأرض هى $ن_٢$ فإن :

أولًا : العلاقة بين $ع_١$ ، $ع_٢$ هى ....

(أ) $ع_١ = ع_٢$ (ب) $ع_١ < ع_٢$ (جـ) $ع_١ > ع_٢$ (د) $ع_١ = \frac{١}{٢} ع_٢$

ثانيًا : العلاقة بين $ن_١$ ، $ن_٢$ هى ....

(أ) $ن_١ = ن_٢$ (ب) $ن_١ < ن_٢$ (جـ) $ن_١ > ن_٢$ (د) $ن_٢ = \frac{١}{٢} ن_١$

(١٣) فى الشكل المقابل :

أ
٤,٩ متر
ب
١٤,٧ متر
حـ
٢٤,٥ متر
هـ

جسيم عند (أ) سقط من قمة برج سقوطًا حرًا فإن النسبة بين الأزمنة التى يقطع فيها المسافات أب ، ب حـ ، حـ هـ هى ....

(أ) ١ : ١ : ١ (ب) ١ : ٢ : ٣

(جـ) ١ : ٣ : ٤ (د) ١ : ٤ : ٩

(١٤) من قمة برج ارتفاع ٢٩,٤ متر قذف جسم (أ) رأسيًا لأعلى وفى نفس اللحظة قذف جسم آخر (ب) من سطح الأرض بسرعة ٢٤,٥ م/ث فتقابل الجسمان عند قمة البرج عندما كان اتجاه حركة الجسم (ب) لأسفل فإن السرعة التى قُذف بها الجسم (أ) من قمة البرج = ... م/ث.

(أ) ٩,٨ (ب) ١٤,٧ (جـ) ١٩,٦ (د) ٢٤,٥

(١٥) قذفت كرة رأسيًا لأعلى من قمة برج ارتفاعه (ف) بسرعة (ع) فوصلت للأرض بعد زمن ($ن_١$) وإذا قذفت من قمة نفس البرج لأسفل بسرعة (ع) فإنها تصل إلى الأرض بعد زمن ($ن_٢$)

فإن زمن سقوط الكرة من قمة نفس البرج للأرض = ...

(أ) $\frac{١}{٢}(ن_١ + ن_٢)$ (ب) $ن_١ + ن_٢$ (جـ) $\sqrt{ن_١ ن_٢}$ (د) $ن_١ ن_٢$

---

٢ قذف حجر رأسيًا إلى أعلى بسرعة ٣٤,٣ متر/ث من مقدمة قطار طوله ٦٠ مترًا وقتما بدأ القطار يتحرك من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٢ متر/$ث^٢$

هل يصيب الحجر القطار عندما يعود إلى مكان القذف ؟ وعلى أى بُعد من مؤخرة القطار ؟ «نعم ، ١١ مترًا»



الدرس

4

قانون الجذب العام

علمنا أن أى جسيم يسقط لأسفل أو يتم قذفة لأسفل أو لأعلى فإنه يتحرك بعجلة تسمى بعجلة الجاذبية الأرضية ولكن ما سبب وجود هذه الجاذبية ولماذا تختلف من مكان لآخر فتقل كلما اقتربنا من خط الاستواء وتزداد كلما اقتربنا من أحد القطبين. وهل الجاذبية هذه خاصة بالكرة الأرضية فقط أم موجوده فى باقى الأجرام السماوية وهل الكرة الأرضية نفسها تقع تحت تأثير جاذبية أجرام سماوية أخرى ... وهكذا.

كل هذه الأسئلة يجيب عنها قانون الجذب العام لنيوتن والذى نشره فى بحثه الرياضى «مبادئ الفلسفة الطبيعية» والذى نص على :

كل الأجسام فى الكون تتجاذب مع الأجسام الأخرى بتأثير قوة متبادلة مباشرة تتناسب طرديًا مع كل من كتلتى الجسمين وعكسيًا مع مربع المسافة بين مركزيهما.

أى أن $ق \propto \frac{ك_١ ك_٢}{ف^٢}$ ومنها $ق = ث \times \frac{ك_١ ك_٢}{ف^٢}$

حيث :

- $ق$: قوة الجذب المتبادلة بين الجسمين بالنيوتن.
- $ك_١$ ، $ك_٢$: كتلتا الجسمين بالكجم
- ف : المسافة بين مركزى الجسمين بالمتر.
- ث : ثابت الجذب العام.

ويعرف أيضًا قانون الجذب العام بقانون التربيع العكسى.

تعريف : ثابت الجذب العام

هو قوة الجذب المتبادلة بين كتلتين مقدار كل منهما ١ كيلوجرام والمسافة بين مركزيهما ١ متر ويساوى تقريبًا $٦,٦٧ \times ١٠^{-١١}$ نيوتن. م^٢ / كجم^٢

مثال ١

كرتان كتلة الأولى ١٠ كجم والثانية ٥ كجم وضعا بحيث كانت المسافة بين مركزيهما ٠,٥ متر احسب قوة التجاذب بينهما علمًا بأن ثابت الجذب العام = ٦,٦٧ × ١٠$^{-١١}$ نيوتن.م^{٢} / كجم^{٢}

الحـــل

$\because$ ق = ث × $\frac{ك_١ ك_٢}{ف^٢}$

$\therefore$ قوة الجذب بين الكرتين = ٦,٦٧ × ١٠$^{-١١}$ × $\frac{١٠ \times ٥}{(٠,٥)^٢}$ = ١,٣٣٤ × ١٠$^{-٨}$ نيوتن.

وهى قوة صغيرة جدًا.

ملاحظـــات :

١ عندما تسقط تفاحة مثلًا على الأرض فإن قوة التجاذب بين التفاحة والأرض هى قوة متبادلة حيث أن الأرض تجذب التفاحة والتفاحة بدورها تجذب الأرض.

٢ تقل قوة الجذب بين كتلتين كلما زادت المسافة بين مركزيهما.

٣ تزداد قوة الجذب بين كتلتين كلما قلت المسافة بين مركزيهما.

٤ كل الأجسام حولنا والتى تبدو ساكنة بالنسبة لبعضها البعض يوجد بينها قوى تجاذب متبادلة ولكنها صغيرة بدرجة لا تقوى على تحريك هذه الأجسام.

٥ قوة جذب الأرض لجسم كتلته (ك) كجم = وزن الجسم = ك ء

مثال ٢

احسب قوة التجاذب المتبادلة بين كل من الشمس وكوكب المشترى بفرض أن كتلة الشمس ٢ × ١٠^{٣٠} كجم وكتلة المشترى ١,٨٩ × ١٠^{٢٧} كجم والمسافة بين مركزيهما ٧,٧٣ × ١٠^{١١} متر علمًا بأن ثابت الجذب العام ٦,٦٧ × ١٠$^{-١١}$ نيوتن. م^{٢}/كجم^{٢}

الحـــل

$\because$ ق = ث × $\frac{ك_١ ك_٢}{ف^٢}$

$\therefore$ قوة التجاذب المتبادلة = ٦,٦٧ × ١٠$^{-١١}$ × $\frac{٢ \times ١٠^{٣٠} \times ١,٨٩ \times ١٠^{٢٧}}{(٧,٧٣ \times ١٠^{١١})^٢}$ ≃ ٤,٢٢ × ١٠^{٢٣} نيوتن.

مثال ٣

قمر صناعى كتلته ١٥٠٠ كجم يدور على ارتفاع ٥٤٠ كم من سطح الأرض التى كتلتها ٦ × ١٠^{٢٤} كجم ونصف قطرها ٦٣٦٠ كم. أوجد قوة جذب الأرض للقمر بالنيوتن علمًا بأن ثابت الجذب العام يساوى ٦,٦٧ × ١٠$^{-١١}$ نيوتن. م^{٢}/كجم^{٢}

الحـــل

ف = ٦٣٦٠ + ٥٤٠ = ٦٩٠٠ كم = ٦٩٠٠٠٠٠ متر

، ∵ $ق = ث \times \frac{ك_1 ك_2}{ف^2}$

∴ قوة جذب الأرض للقمر = ٦,٦٧ × ١٠^-١١^

$\times \frac{1500 \times 6 \times 10^{24}}{(6900000)^2} \simeq 1,26 \times 10^4$ نيوتن.

لاحظ أن

تم اهمال نصف قطر القمر الصناعى لصغره جدًا بالنسبة لنصف قطر الأرض

مثال ٤

إذا كانت قوة جذب الأرض للقمر هى : $3,11 \times 10^{24}$ نيوتن وكانت كتلة الأرض 6×10^{24} كجم وكتلة القمر 7×10^{22} كجم فأوجد المسافة بين مركزيهما إذا كان ثابت الجذب العام $6,67 \times 10^{-11}$ نيوتن.متر^2/كجم^2

الحـــل

∵ $ق = ث \times \frac{ك_1 ك_2}{ف^2}$

∴ $3,11 \times 10^{24} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{6 \times 10^{24} \times 7 \times 10^{22}}{ف^2}$

∴ $ف \simeq 3 \times 10^6$ متر

معلومة إثرائية

إذا كان هناك قوى تجاذب هائلة بين الأجرام السماوية وبعضها البعض كالأرض والقمر والأرض والشمس ... وهكذا. فلماذا لا يقترب القمر من الأرض إلى أن يصطدم بها وكذلك الأرض والشمس وباقى الأجرام السماوية ؟ يرجع ذلك لسبب أن الأرض مثلًا تدور حول الشمس فى مسار شبه دائرى بسرعة تكسبها ما يسمى بقوة الطرد المركزية وهذه القوة تتوازن مع قوة الجذب مما يحافظ على وجود كل جرم سماوى فى مداره.

مثال ٥

احسب كتلة الأرض بالكجم إذا علمت أن طول نصف قطرها ٦٣٦٠ كم وبأن ثابت الجذب العام $6,67 \times 10^{-11}$ نيوتن.م^2/كجم^2 ، وعجلة الجاذبية الأرضية $ء = 9,8$ م/ث^2

الحـــل

بفرض أن جسمًا كتلته $ك_1$ موضوع على سطح الأرض وليكن كتلتها $ك_2$

، ∵ وزن الجسم هو قوة جذب الأرض للجسم

∴ $ك_1 ء = ث \times \frac{ك_1 ك_2}{ف^2}$

∴ $9,8 = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{ك_2}{(6360000)^2}$

∴ $ك_2$ (كتلة الأرض) $\simeq 6 \times 10^{24}$ كجم.

مثال ٦

احسب طول نصف قطر الأرض بفرض أن جسمًا كتلته ١ كجم وضع فوق سطحها علمًا بأن كتلة الأرض تساوى ٦×١٠^{٢٤} و ثابت الجذب العام $٦,٦٧ \times ١٠^{-١١}$ نيوتن.م^٢ / كجم^٢

، وعجلة الجاذبية الأرضية ء = ٩,٨ م/ث^٢

الحـــل

∵ وزن الجسم هو قوة جذب الأرض له

$$\therefore ك_١ ء = ث \times \frac{ك_١ ك_٢}{ف^٢}$$ حيث $ك_١$ كتلة الجسم ، $ك_٢$ كتلة الأرض.

$$\therefore ١ \times ٩,٨ = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{١ \times ٦ \times ١٠^{٢٤}}{نق^٢}$$

∴ نق (طول نصف قطر الأرض) = ٦٣٩٠٣٦٢,٦٤٢ متر ≃ ٦٣٩٠ كم.

مثال ٧

احسب عجلة الجاذبية الأرضية بوحدة م/ث^٢ لجسم كتلته ١ كجم وضع فوق سطحها. علمًا بأن كتلة الأرض تساوى $٥,٩٥ \times ١٠^{٢٤}$ كجم ، نصف قطر الأرض يساوى ٦٣٦٠ كم ، ثابت الجذب العام = $٦,٦٧ \times ١٠^{-١١}$ نيوتن.م^٢ / كجم^٢.

الحـــل

∵ وزن الجسم هو قوة جذب الأرض له

$$\therefore ك_١ ء = ث \times \frac{ك_١ ك_٢}{ف^٢}$$ حيث $ك_١$ كتلة الجسم ، $ك_٢$ كتلة الأرض.

$$\therefore ١ \times ء = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{١ \times ٥,٩٥ \times ١٠^{٢٤}}{(٦٣٦٠٠٠٠)^٢}$$

∴ ء (عجلة الجاذبية الأرضية) ≃ ٩,٨١ متر/ث^٢.

المقارنة بين عجلتى الجاذبية على سطحى كوكبين

بفرض $ء_١$ ، $ء_٢$ عجلتى الجاذبية على سطحى كوكبين كتلتاهما $ك_١$ ، $ك_٢$ كجم وطولا نصفى قطريهما $نق_١$ ، $نق_٢$ متر وكان جسم كتلته ك كجم موضوع على سطح أحد الكوكبين.

* **بالنسبة للكوكب الأول :**

∵ وزن الجسم على الكوكب = قوة جذب الكوكب للجسم

$$\therefore ك ء_١ = ث \times \frac{ك ك_١}{نق_١^٢} \quad (١)$$

* **بالنسبة للكوكب الثانى :**

∵ وزن الجسم على الكوكب = قوة جذب الكوكب للجسم

$$\therefore ك ء_٢ = ث \times \frac{ك ك_٢}{نق_٢^٢} \quad (٢)$$

بقسمة (١) على (٢) : ∴ $\boxed{\frac{ء_١}{ء_٢} = \frac{ك_١}{ك_٢} \times \frac{نق_٢^٢}{نق_١^٢}}$

مثال ٨

كوكب كتلته ثلاثة أمثال كتلة الأرض وقطره ضعف قطر الأرض. احسب النسبة بين عجلة الجاذبية على هذا الكوكب وعجلة الجاذبية الأرضية.

الحـــل

بفرض $ى_١$ عجلة الجاذبية الأرضية ، $ك_١$ كتله الأرض ، $نق_١$ طول نصف قطرها ، $ى_٢$ عجلة الجاذبية على الكوكب ، $ك_٢$ كتلة الكوكب ، $نق_٢$ طول نصف قطره.

$$\therefore \frac{ى_٢}{ى_١} = \frac{ك_٢}{ك_١} \times \frac{نق_١^٢}{نق_٢^٢}$$

، $\because ك_٢ = ٣ ك_١$ ، $نق_٢ = ٢ نق_١$

$$\therefore \frac{ى_٢}{ى_١} = \frac{٣ ك_١}{ك_١} \times \frac{نق_١^٢}{(٢ نق_١)^٢} = \frac{٣}{٤}$$

مثال ٩

إذا علمت أن كتلة الأرض $٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}$ كجم وطول نصف قطرها $٦,٣٤ \times ١٠^٦$ م وكتلة القمر $٧,٣٦ \times ١٠^{٢٢}$ وطول نصف قطره $١,٧٤ \times ١٠^٦$ م فأوجد النسبة بين عجلة الجاذبية على سطح القمر إلى سطح الأرض.

الحـــل

بفرض عجلة الجاذبية على سطح القمر $ى_١$ ، على سطح الأرض $ى_٢$

$$\therefore \frac{ى_١}{ى_٢} = \frac{ك_١}{ك_٢} \times \frac{(نق_٢)^٢}{(نق_١)^٢} = \frac{٧,٣٦ \times ١٠^{٢٢}}{٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}} \times \frac{(٦,٣٤ \times ١٠^٦)^٢}{(١,٧٤ \times ١٠^٦)^٢} \simeq ٠,١٦ \simeq \frac{١}{٦}$$

أى أن : عجلة الجاذبية على سطح القمر سدس مقدارها على سطح الأرض تقريبًا.

شدة مجال الجاذبية الأرضية

هى قوة جذب الأرض لكل ١ كجم من كتلة الجسم عند نقطة ما وهى تساوى عجلة الجاذبية عند هذه النقطة.

شدة مجال الجاذبية عند نقطة ارتفاعها (ع) متر عن سطح الأرض $= ث \times \frac{ك}{(نق + ع)^٢}$

حيث ث ثابت الجذب العام ، ك كتلة الأرض بالكجم ، نق طول نصف قطر الأرض بالمتر.

مثال ١٠

إذا علمت أن كتلة الأرض $٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}$ كجم وطول نصف قطرها $٦,٣٦ \times ١٠^٦$ متر.

احسب شدة مجال الجاذبية الأرضية على ارتفاع ٥٠ كم من سطح الأرض.

الحـــل

عند نقطة على ارتفاع ٥٠ كم = ٥٠٠٠٠ متر من سطح الأرض

فإن شدة مجال الجاذبية $= ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}}{(٦,٣٦ \times ١٠^٦ + ٥٠٠٠٠)^٢} \simeq ٩,٦٩$ نيوتن/كجم.

تمارين 4 على قانون الجذب العام

من أسئلة الكتاب المدرسى • تذكر • فهم • تطبيق • مستويات عليا

ملاحظة :

اعتبر ثابت الجذب العام لنيوتن : ث = ٦,٦٧ × ١٠$^{-١١}$ نيوتن. م^{٢}/كجم^{٢}

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) ماذا يحدث لوزنك كلما ابتعدت عن سطح الأرض ؟

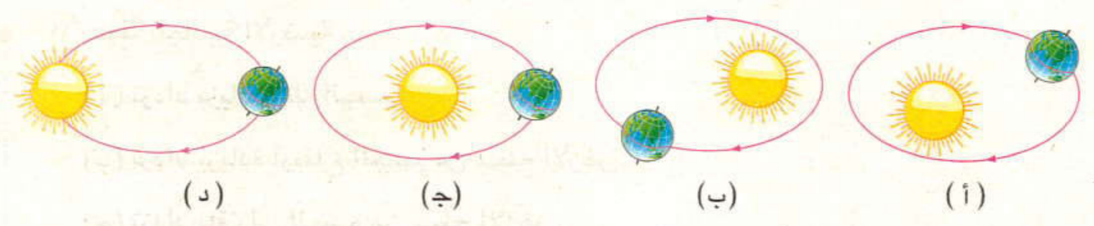
(أ) يزداد. (ب) لا يتأثر. (جـ) يتضاعف. (د) يقل.

(٢) لا تظهر قوى التجاذب المادى بين الأجرام السماوية بوضوح وذلك : ....

(أ) لبعد المسافة بينهما. (ب) لكبر كتل هذه الأجسام.

(جـ) لقرب المسافة بينهما. (د) ب ، جـ معًا

(٣) أى من المدارات الموضحة بالشكل التالى يُعتبر مدارًا ممكنًا لكوكب ما حول الشمس ؟



(٤) قوة التجاذب بين كتلتين كل منهما ٥٠ كجم والمسافة بين مركزيهما ٥٠ سم هى .... نيوتن.

(أ) ١ (ب) ٩,٨ (جـ) ٦,٦ × ١٠$^{-١١}$ (د) ٦,٦٧ × ١٠$^{-٧}$

(٥) كرتان كتلة الأولى ٥,٢ كجم وكتلة الثانية ٠,٢٥ كجم ، وضعت الكرتان بحيث كانت المسافة بين مركزيهما ٥٠ سم. فإن قوة التجاذب بينهما = ... نيوتن.

(أ) ٣,٤٧ × ١٠$^{-١٠}$ (ب) ٣,٤٧ × ١٠$^{-١٤}$

(جـ) ٤,٨٣ × ١٠$^{-١٢}$ (د) ٢,٦٨ × ١٠$^{-١٣}$

(٦) قوة الجذب العام بين كوكبين كتلة الأول ٢ × ١٠^{٢١} طن ، وكتلة الثانى = ٤ × ١٠^{٢٥} طن ، والمسافة بين مركزيهما ٢ × ١٠^{٦} كم هى .... نيوتن.

(أ) ٢ × ١٠^{٣٤} (ب) ٢,٣٣٤ × ١٠^{٣٠}

(جـ) ٢,٦٦٨ × ١٠^{٣٠} (د) ١,٣٣٤ × ١٠^{٢٤}

(٧) وضعت كرة من الحديد مركزها على بعد ٤٠ سم من مركز كرة أخرى من النيكل كتلتها ٥٠ كجم فكانت قوة التجاذب بينهما ١٢ × ١٠^-٨ نيوتن. فإن كتلة كرة الحديد = ... كجم.

(أ) ١٤,٣٩٣ (ب) ٥,٧٥٧ (جـ) ٣,٨٤ × ١٠^-١٠ (د) ٣,٨٦٥

(٨) إذا علمت أن قوة الجذب المتبادلة بين الشمس والأرض هى ٣٥,٦٧ × ١٠^٢١ نيوتن وأن كتلة كل من الأرض والشمس هى ٥,٩٧ × ١٠^٢٤ كجم ، ١٩ × ١٠^٢٩ كجم فإن المسافة بين الأرض والشمس = ... متر.

(أ) ٦,٣٦ × ١٠^٦ (ب) ٢,١٢ × ١٠^٢٢

(جـ) ١,٨ × ١٠^١٢ (د) ١,٤٦ × ١٠^١١

(٩) قمر صناعى كتلته ٤٠٠٠ كجم يدور حول الأرض فى مدار شبه دائرى على ارتفاع ٤٤٠ كم من سطح الأرض فإذا كانت كتلة الأرض ٦ × ١٠^٢٤ كجم وطول نصف قطرها ٦,٣٦ × ١٠^٦ متر. فإن قوة الجذب المتبادلة بين الأرض والقمر الصناعى = ... نيوتن.

(أ) ٣٤٤١٨ (ب) ٢,٣٥ × ١٠^١١ (جـ) ٣٤٦١٩ (د) ٣٩٥٧٥

(١٠) قمر صناعى كتلته $\frac{٣}{٢}$ طن يدور حول الأرض على ارتفاع ثابت فإذا كانت كتلة الأرض ٦ × ١٠^٢٤ كجم وطول نصف قطرها ٦٣٦٠ كم وقوة جذب الأرض للقمر ١,٢٦ × ١٠^٤ نيوتن.

فإن ارتفاع القمر عن سطح الأرض = ... متر.

(أ) ٥٤٢٠٠٠ (ب) ٥٤٢٣٨١ (جـ) ٥٧٦٥٤٣ (د) ٢٣٤٥٦١

(١١) عجلة الجاذبية الأرضية ....

(أ) تزداد بزيادة كتلة الجسم.

(ب) تزداد بزيادة ارتفاع الجسم عن سطح الأرض.

(جـ) تزداد باقتراب الجسم من سطح الأرض.

(د) ثابتة مهما بُعد الجسم عن مركز الأرض.

(١٢) إذا كانت كتلة جسم على سطح القمر = ٤٠ كجم فإن وزنها على الأرض = ... نيوتن.

(أ) ٢٤٠ (ب) ٣٩٢ (جـ) ٧٨٤ (د) ٢٣٥٢

(١٣) إذا كانت قوة الجاذبية بين جسمين هى ق وإذا نقصت كتلة كل منهما إلى النصف دون تغيير المسافة بينهما فإن قوة الجاذبية بينهما تصبح ....

(أ) ق (ب) ٢ ق (جـ) $\frac{١}{٢}$ ق (د) $\frac{١}{٤}$ ق

(١٤) كتلتان قوة الجذب بينهما ٢ نيوتن زادت إحدى الكتلتين إلى الضعف

فإن قوة الجذب بينهما تصبح .... نيوتن.

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) ٤

(١٥) ماذا يحدث لقوة الجذب بين جسمين عند مضاعفة المسافة بين مركزيهما ؟

(أ) تصبح ضعف قيمتها الابتدائية. (ب) تصبح أربعة أمثال قيمتها الابتدائية.

(جـ) تصبح نصف قيمتها الابتدائية. (د) تصبح ربع قيمتها الابتدائية.

(١٦) قمر صناعي وزنه ٥٦٠٠ نيوتين عند سطح الارض فإن وزنه على ارتفاع عن سطح الارض يساوى طول نصف قطر الارض = ... نيوتن.

(أ) ٢٨٠٠ (ب) صفر (جـ) ١٤٠٠ (د) ٥٦٠٠

(١٧) كتلتان قوة التجاذب بينهما ٢٧ نيوتن فإذا زادت المسافة بينهما إلى ثلاثة أمثال ما كانت عليه فإن قوة التجاذب بينهما تصبح .... نيوتن.

(أ) ٨١ (ب) ٩ (جـ) ٣ (د) ٢٧

(١٨) زادت المسافة بين مركزى كتلتين إلى ثلاثة أمثال فقلت قوة الجاذبية بينهما. فإن النسبة بين قوة الجذب قبل زيادة المسافة وبعدها = ...

(أ) ٣ : ١ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٩ : ١ (د) ١ : ٩

(١٩) قلّت المسافة بين مركزى كتلتين فزادت قوة الجاذبية بينهما إلى الضعف فإن النسبة بين المسافتين الأولى و الثانية = ...

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : $\sqrt{2}$ (جـ) ١ : ٢ (د) $\sqrt{2}$: ١

(٢٠) كوكبان كتلة الأول ضعف كتلة الثانى ونصف قطر الثانى ضعف نصف قطر الأول فإن نسبة عجلة جاذبية الأول إلى عجلة جاذبية الثانى = ...

(أ) ٨ : ١ (ب) ٤ : ١ (جـ) ٢ : ١ (د) ١ : ١

(٢١) كوكبان كتلتاهما ٤ ك ، ٩ ك كجم وطولا نصفى قطريهما ٢ نق ، ٣ نق متر فإن النسبة بين عجلتى الجاذبية على سطحيهما = ...

(أ) $\frac{٣}{٨}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٨}{٢٧}$ (د) ١

(٢٢) كوكبان الأول كتلته ١,٩ × ١٠^١٩^ كجم وطول نصف قطره ٢٠٠٠ كم والآخر كتلته ٣,٨ × ١٠^١٩^ كجم وطول نصف قطره ٣٠٠٠ كم. فإن النسبة بين عجلتى الجاذبية فى كل من الكوكبين = ...

(أ) ١ : ٢ (ب) ٣ : ٤ (جـ) ٩ : ٨ (د) ٢ : ٧

(٢٣) كوكب كتلته مساوية ثلاث مرات كتلة الأرض وقطره يساوى ثلاث مرات قدر قطر الأرض فإن النسبة بين عجلة الجاذبية على سطح هذا الكوكب وسطح الأرض = ...

(أ) ١ : ٩ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٩ : ١ (د) ٣ : ١

(٢٤) إذا كان طول نصف قطر كل من القمر والأرض ١٦٠٠ كم ، ٦٤٠٠ كم على الترتيب ، وكانت النسبة بين عجلتى الجاذبية لكل منهما ١ : ٦ فإن النسبة بين كتلتيهما على الترتيب = ...

(أ) ١ : ٢٤ (ب) ٢٤ : ١ (جـ) ٩٦ : ١ (د) ١ : ٩٦

(٢٥) إذا كانت نق طول نصف قطر الأرض ، $ء_١$ هى عجلة الجاذبية الأرضية لجسم يقع على ارتفاع $ف_١$ من سطح الأرض ، $ء_٢$ هى عجلة الجاذبية الأرضية لجسم يقع على ارتفاع $ف_٢$ من سطح الأرض فإن $\frac{ء_١}{ء_٢}$ = ...

(أ) $\frac{ف_١}{ف_٢}$ (ب) $\frac{ف_٢^٢}{ف_١^٢}$ (جـ) $\frac{نق + ف_١}{نق + ف_٢}$ (د) $\frac{(نق + ف_٢)^٢}{(نق + ف_١)^٢}$

(٢٦) شدة مجال الجاذبية لكوكب كتلته ك كجم وطول نصف قطره نق متر على ارتفاع ف متر من سطحه = ... نيوتن/كجم حيث ث ثابت الجذب العام.

(أ) ث × $\frac{ك}{نق^٢}$ (ب) ث × $\frac{ك^٢}{ف^٢}$ (جـ) ث × $\frac{ك}{ف^٢ + نق^٢}$ (د) ث × $\frac{ك}{(ف + نق)^٢}$

(٢٧) إذا علمت أن كتلة الأرض ٦,٠٦ × $١٠^{٢٤}$ كجم وطول نصف قطرها ٦,٣٦ × $١٠^٦$ متر فإن شدة مجال الجاذبية الأرضية على سطح الأرض = ... نيوتن/كجم.

(أ) ٩,٨ (ب) ٩,٨١ (جـ) ٩,٩٩٣ (د) ٩,٨٩

(٢٨) عجلة الجاذبية على سطح كوكب المشترى علمًا بأن كتلة المشترى ١,٨٩٨ × $١٠^{٢٧}$ كجم وطول نصف قطره ٦٩٩١١ كم تساوى .... م/$ث^٢$

(أ) ٣,٩ × $١٠^{١١}$ (ب) ٩,٨ (جـ) ٢٥,٩ × $١٠^٦$ (د) ٢٥,٩

(٢٩) إذا كانت عجلة الجاذبية الأرضية (ء) هى ١٠ م/$ث^٢$ وطول نصف قطر الأرض يساوى ٦,٣٦ × $١٠^٦$ متر. فإن كتلة الأرض = ... كجم.

(أ) ٤,٠٤ × $١٠^{١٤}$ (ب) ٥,٩٤٣ × $١٠^{٢٤}$ (جـ) ٦,٠٦ × $١٠^{٢٢}$ (د) ٦,٠٦ × $١٠^{٢٤}$

(٣٠) كتلة كوكب المريخ إذا علمت أن عجلة جاذبيته ٣,٧١١ متر/$ث^٢$ وطول نصف قطره ٣٣٩٠ كم تساوى .... كجم.

(أ) ٣,٦٩ × $١٠^{٢٣}$ (ب) ٨,٣٤ × $١٠^{٢٤}$ (جـ) ٦,٣٩ × $١٠^{٢٣}$ (د) ٤,٢٦٥ × $١٠^{١٣}$

(٣١) من نقطة على سطح القمر قذف أحد رواد الفضاء كرة لأعلى بسرعة ابتدائية ١٤ متر/ث فإن أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة = ... متر.
(علمًا بأن عجلة الجاذبية على سطح القمر = $\frac{٤٩}{٣٠}$ متر/$ث^٢$)

(أ) ٢,٥ (ب) ٤ $\frac{٢}{٧}$ (جـ) ١٥ (د) ٦٠

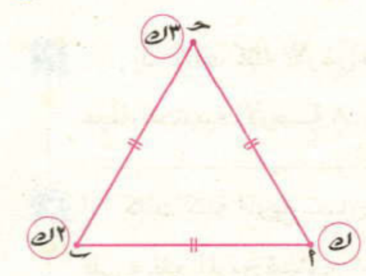
(٣٢) فى الشكل المقابل :

ثلاث كتل متساوية عند رؤوس مثلث قائم الزاوية وكانت $ق_{أب}$ تعبر عن قوة الجذب المتبادلة بين الكتلتين عند أ ، ب فإن : ....

(أ) $ق_{أب} > ق_{أجـ} > ق_{بجـ}$ (ب) $ق_{أب} > ق_{بجـ} > ق_{أجـ}$

(جـ) $ق_{أب} < ق_{بجـ} < ق_{أجـ}$ (د) $ق_{أب} < ق_{أجـ} < ق_{بجـ}$

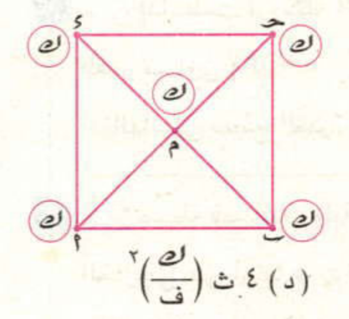
(٣٣) في الشكل المقابل :



ثلاث كتل ك ، ٢ ك ، ٣ ك موضوعة عند رؤوس مثلث متساوى الأضلاع وكانت $ق_{أب}$ تعبر عن قوة الجذب المتبادلة بين الكتلتين عند أ ، ب فإن : ....

(أ) $ق_{أب} < ق_{أج} < ق_{بج}$
(ب) $ق_{أج} > ق_{بج} > ق_{أب}$
(ج) $ق_{بج} < ق_{أج} < ق_{أب}$
(د) $ق_{بج} > ق_{أب} > ق_{أج}$

(٣٤) في الشكل المقابل :



أربعة أجسام كتلة كل منها ك موضوعة عند رؤوس مربع طول قطره ٢ ف إذا وضع جسم كتلته ك في مركز المربع فإن قوى التجاذب المؤثرة على الجسم الموضوع عند مركز المربع = ...

(أ) صفر
(ب) ث $\left(\frac{ك}{ف}\right)^{٢}$
(ج) ٢ ث $\left(\frac{ك}{ف}\right)^{٢}$
(د) ٤ ث $\left(\frac{ك}{ف}\right)^{٢}$

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ احسب قوة التجاذب المتبادلة بين الشمس والأرض إذا علمت أن الأرض تسير في مدار شبه دائرى حول الشمس وأن كتلة الأرض تساوى ٦ × $١٠^{٢٤}$ كجم ، وكتلة الشمس تساوى ١٩ × $١٠^{٢٩}$ كجم ، والمسافة بين مركزيهما تساوى ١,٥ × $١٠^{١١}$ متر. «٣,٣٧٩ × $١٠^{٢٢}$ نيوتن»

---

٢ إذا علمت أن كتلة الأرض ٦ × $١٠^{٢٤}$ كجم وكتلة القمر ٧ × $١٠^{٢٢}$ كجم والمسافة بين مركزيهما ٣ × $١٠^{٦}$ متر وثابت الجذب العام ٦,٦٧ × $١٠^{-١١}$ نيوتن. م^{٢}/كجم^{٢}. أوجد قوة جذب الأرض للقمر. «٣,١١ × $١٠^{٢٤}$ نيوتن»

---

٣ صاروخ كتلته ٨ طن انطلق من على سطح الأرض وبعد أن أصبح على بعد ١٥٠ كم من سطح الأرض فقد ربع كتلته نتيجة لاحتراق الوقود احسب وزنه حينئذ علمًا بأن كتلة الأرض ٥,٩٧ × $١٠^{٢٤}$ كجم وطول نصف قطرها ٦٣٦٠ كم. «٥٦٣٧٥ نيوتن»

---

٤ قمر صناعى كتلته ك كجم يدور على ارتفاع ٤٤٠ كم من سطح الأرض التى كتلتها ٦ × $١٠^{٢٤}$ كجم ونصف قطرها ٦٣٦٠ كم. أوجد ك لأقرب كجم علمًا بأن ثابت الجذب العام يساوى ٦,٦٧ × $١٠^{-١١}$ نيوتن.م^{٢}/كجم^{٢} ، قوة جذب الأرض للقمر هى ١٧٣١٠ نيوتن. «٢٠٠٠ كجم»

---

٥ إذا علمت أن كتلة الأرض ٥,٩٧ × $١٠^{٢٤}$ كجم وطول نصف قطرها ٦,٣٤ × $١٠^{٦}$ متر أوجد شده جذب الأرض لجسم كتلته ١٠٠٠ كجم موضوع على سطح الأرض ومنها أوجد عجلة الجاذبية الأرضية.

«٩,٩ × $١٠^{٣}$ نيوتن ، ٩,٩ م/ث^{٢}»

٦ إذا كانت كتلة الأرض قدر كتلة القمر ٨١ مرة وقطراهما ١٢٧٥٦ كم ، ٣٤٧٦ كم على الترتيب فإذا كانت عجلة الجاذبية الأرضية ٩,٨ م/ث^{٢} فكم يكون تسارع الجاذبية على سطح القمر ؟ «١,٦٣ م/ث^{٢}»

٧ إذا كانت كتلة المريخ تساوى ٠,١٠٧ من كتلة الأرض وطول نصف قطر الأرض ٦٤٠٠ كم وعجلة الجاذبية على سطح المريخ تساوى ٠,٣٨ من عجلة الجاذبية على سطح الأرض. احسب طول نصف قطر المريخ.
«٣,٣٩٦١ × ١٠^{٦} متر»

٨ إذا علمت أن كتلة الأرض تساوى ٥,٩٧ × ١٠^{٢٤} كجم وطول نصف قطرها ٦,٣٤ × ١٠^{٦} متر وكتلة القمر تساوى ٧,٣٦ × ١٠^{٢٢} كجم فأوجد طول نصف قطر القمر إذا كانت الجاذبية على سطح الأرض ستة أمثالها على سطح القمر. «١,٧٢٤ × ١٠^{٦} متر»

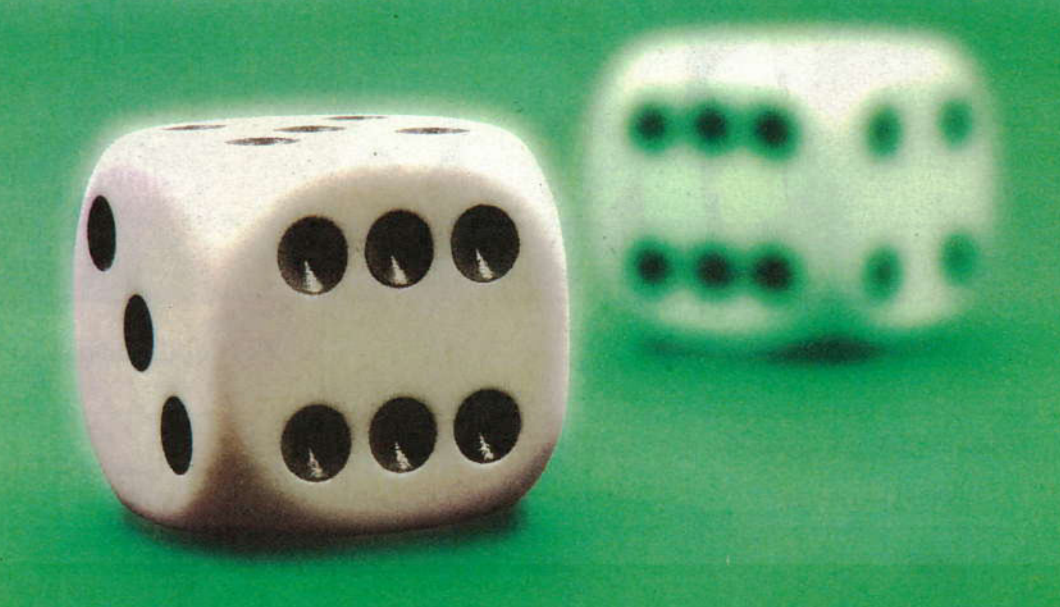
٩ محطة فضائية دولية وزنها على سطح الأرض ٤٢١٩٩٧,٦ نيوتن. أوجد وزنها عندما تكون فى المدار الخارجى على ارتفاع ٣٥٠ كم من سطح الأرض علمًا بأن طول نصف قطر الأرض يساوى ٦,٣٧ × ١٠^{٣} كم وكتلتها ٥,٦ × ١٠^{٢٤} كجم. «٣,٧٩ × ١٠^{٥} نيوتن»

١٠ مركبة فضائية وزنها ٢١٩٦٠٠ نيوتن على سطح الأرض ووزنها على سطح المريخ ٨٣١٥٧ نيوتن فإذا كانت كتلة الأرض ٦ × ١٠^{٢٤} كجم وطول نصف قطرها ٦٣٦٠ كم ، وكتلة المريخ ٦,٣٩ × ١٠^{٢٣} أوجد طول نصف قطر كوكب المريخ. «٣,٣٧٣ × ١٠^{٦} متر»

١١ سقطت كرة من يد رائد فضاء من على ارتفاع ٧٣٥ سم من سطح القمر فاصطدمت بسطح القمر بعد ٣ ثوانٍ فإذا كانت كتلة القمر ٧,٣٦ × ١٠^{٢٢} كجم وكتلة الأرض ٥,٩٧ × ١٠^{٢٤} كجم وطول نصف قطر الأرض ٦,٣٤ × ١٠^{٦} متر وعجلة جاذبية الأرض هى ٩,٨ متر/ث^{٢} . أوجد طول نصف قطر القمر. «١٧٢٤٣١٥ متر»

الوحدة الثانية

الاحتمال



الدرس 1	بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية - الأحداث - العمليات على الأحداث.
الدرس 2	مسلمات وقوانين الاحتمال - حساب الاحتمال.



الدرس 1

بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية - الأحداث - العمليات على الأحداث

* **لاحظ كلًا من المواقف التالية :**

سلة بها ٣ كرات حمراء متماثلة	سلة بها ٣ كرات متماثلة ألوانها (حمراء - خضراء - سوداء)	سلة تحتوى على ٣ كرات متماثلة غير معروف ألوانها
أنا متأكد أن لون الكرة المسحوبة أحمر	 أنا لا أعلم لون الكرة المسحوبة ولكنها إما حمراء أو خضراء أو سوداء	أنا لا أعلم لون الكرة المسحوبة ولا أستطيع أن أتنبأ حتى بالألوان الممكنة الحدوث
ليست تجربة عشوائية	تجربة عشوائية	ليست تجربة عشوائية

* **التجربة العشوائية :**

هى كل تجربة يمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها ولكن لا نستطيع أن نحدد أيًا من هذه النواتج سوف يتحقق فعلاً عند إجرائها.

* **فضاء العينة (أو فضاء النواتج) :**

هو مجموعة كل النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية ما

ويرمز له عادة بالرمز (ف) ويرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز ىه (ف).

مثال ①

بيِّن أيًا من التجارب التالية عشوائية وأيها غير عشوائية ثم اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية ، مبينًا عدد عناصره :

1. إلقاء قطعة نقود مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر.
2. إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى.
3. سحب بطاقة من خمس بطاقات مرقمة من ١٠ إلى ١٤ وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.
4. سحب بطاقة مرقمة من حقيبة تحتوى على مجموعة من البطاقات المرقمة (دون أن نعرف أرقامها) وملاحظة رقم البطاقة المسحوبة.
5. سحب كرة من كيس يحتوى على كرة سوداء وكرة حمراء وكرة صفراء وكرة بيضاء وملاحظة لون الكرة المسحوبة.
6. اختيار عدد أولى ينحصر بين ١٥ ، ٣٢

الحــل

1. التجربة عشوائية ، النواتج الممكنة لهذه التجربة هى : صورة (ص) ، كتابة (ك)

∴ ف = {ص ، ك} ، ن(ف) = ٢

2. التجربة عشوائية ، ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ن(ف) = ٦
3. التجربة عشوائية ، ف = {١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٤} ، ن(ف) = ٥
4. التجربة غير عشوائية.
5. التجربة عشوائية ، ف = {أسود ، أحمر ، أصفر ، أبيض} ، ن(ف) = ٤
6. التجربة عشوائية ، ف = {١٧ ، ١٩ ، ٢٣ ، ٢٩ ، ٣١} ، ن(ف) = ٥

مثال ②

اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع الصور والكتابات مبينًا عدد عناصره.

الحــل

كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب على الصورة : (ناتج الرمية الأولى ، ناتج الرمية الثانية) وحيث إن النواتج الممكنة لكل من الرميتين الأولى والثانية هى : صورة (ص) أ، كتابة (ك)

∴ ف = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك)}

أى أن ف = {ص ، ك} × {ص ، ك}

، ن(ف) = $٢^٢$ = ٤

ويمكن التوصل إلى عناصر فضاء العينة

بواسطة الشجرة البيانية المقابلة :

لاحظ أن : (ص ، ك) ≠ (ك ، ص)

نواتج الرمية الأولى	نواتج الرمية الثانية	فضاء العينة (ف)
ص	ص	(ص،ص)
	ك	(ص،ك)
ك	ص	(ك،ص)
	ك	(ك،ك)

ملاحظة :

فضاء نواتج إلقاء قطعتى نقود متمايزتين (مختلفتين فى اللون أو الشكل أو الحجم ...) معًا فى آن واحد هو نفس فضاء نواتج إلقاء قطعة نقود واحدة مرتين متتاليتين.

ويكون كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب على الصورة (وجه القطعة الأولى ، وجه القطعة الثانية)

مثال ٣

اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى فى الرميتين مبينًا عدد عناصره.

الحل

كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب على الصورة : (ناتج الرمية الأولى ، ناتج الرمية الثانية).

∴ ف = {(س ، ص) : س ∈ {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ، ص ∈ {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}}

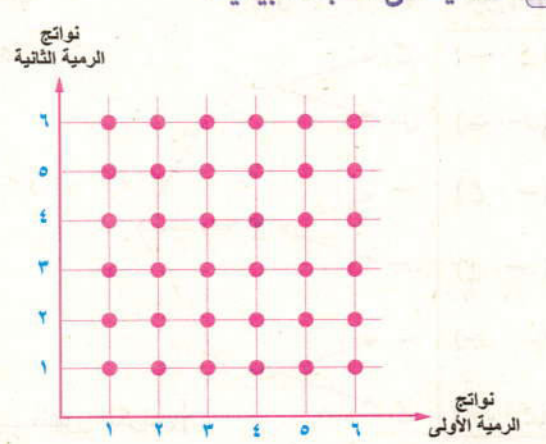
أى أن ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} × {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ن(ف) = $٦^٢$ = ٣٦

ويمكن تمثيل فضاء العينة (ف) بالصور التالية :

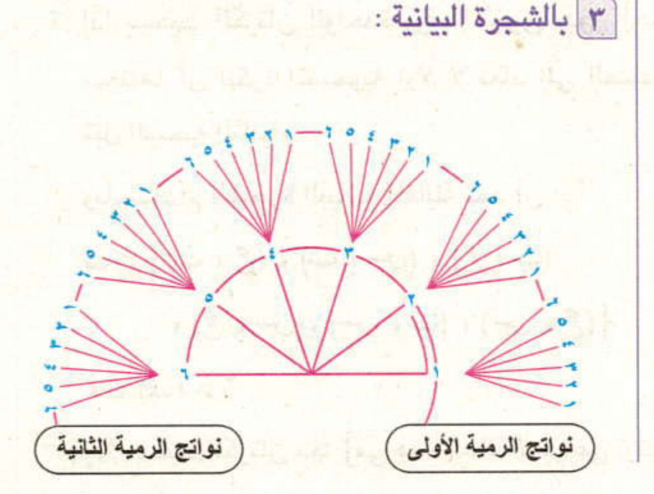
١ على صورة جدول :

نواتج الرمية الأولى \ نواتج الرمية الثانية	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١ ، ١)	(١ ، ٢)	(١ ، ٣)	(١ ، ٤)	(١ ، ٥)	(١ ، ٦)
٢	(٢ ، ١)	(٢ ، ٢)	(٢ ، ٣)	(٢ ، ٤)	(٢ ، ٥)	(٢ ، ٦)
٣	(٣ ، ١)	(٣ ، ٢)	(٣ ، ٣)	(٣ ، ٤)	(٣ ، ٥)	(٣ ، ٦)
٤	(٤ ، ١)	(٤ ، ٢)	(٤ ، ٣)	(٤ ، ٤)	(٤ ، ٥)	(٤ ، ٦)
٥	(٥ ، ١)	(٥ ، ٢)	(٥ ، ٣)	(٥ ، ٤)	(٥ ، ٥)	(٥ ، ٦)
٦	(٦ ، ١)	(٦ ، ٢)	(٦ ، ٣)	(٦ ، ٤)	(٦ ، ٥)	(٦ ، ٦)

٢ هندسيًا على الشبكة البيانية :



٣ بالشجرة البيانية :



ملاحظـات :

* فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين هو نفسه فضاء العينة لتجربة إلقاء حجرى نرد متمايزين مرة واحدة.
* عدد عناصر فضاء العينة = $(ن)^{ر}$ حيث ن هو عدد النواتج الممكنة للرمية الواحدة ، ر هو عدد الرميات.
فمثلاً عند إلقاء حجر نرد ثلاث مرات فإن عدد عناصر فضاء العينة = $(٦)^{٣}$ = ٢١٦

مثال ٤

صندوق به ٣ كرات إحداها بيضاء والثانية حمراء والثالثة سوداء. سحبت كرتان من الصندوق ولوحظ لونهما.
أوجد فضاء العينة مبينًا عدد عناصره فى كل من الحالات الآتية :

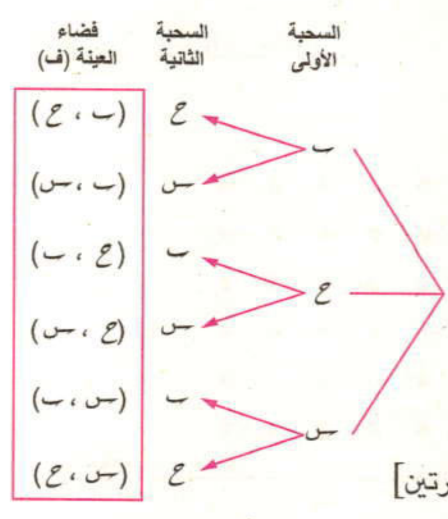
١ إذا سحبت الكرتان الواحدة بعد الأخرى مع الإحلال.
٢ إذا سحبت الكرتان الواحدة وراء الأخرى بدون إحلال.
٣ إذا سحبت الكرتان معًا.

الحـــل

نرمز للكرة البيضاء (ب) ، والكرة الحمراء (ح) والكرة السوداء (س)

١ إذا سحبت الكرتان الواحدة بعد الأخرى مع الإحلال «معناها أن الكرة المسحوبة أولاً تعاد إلى الصندوق قبل السحبة الثانية».
وباستخدام الشجرة البيانية المقابلة نجد أن :

ف = {(ب ، ب) ، (ب ، ح) ، (ب ، س)
، (ح ، ب) ، (ح ، ح) ، (ح ، س)
، (س ، ب) ، (س ، ح) ، (س ، س)}
، ن(ف) = ٩



٢ إذا سحبت الكرتان الواحدة وراء الأخرى بدون إحلال «معناها أن الكرة المسحوبة أولاً لا تعاد إلى الصندوق قبل السحبة الثانية»

وباستخدام الشجرة البيانية المقابلة نجد أن :

ف = {(ب ، ع) ، (ب ، س) ، (ع ، ب)
، (ع ، س)، (س ، ب) ، (س ، ع)}

، ن(ف) = ٦

٣ إذا سحبت الكرتان معًا [فى هذه الحالة لا يراعى ترتيب ظهور الكرتين]

ف = {ب س ، ع ب ، ع س} ، ن(ف) = ٣

مثال ٥

اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية التالية مبينًا هل هو منته أم غير منته :

١ إلقاء قطعة نقود ثم حجر نرد وملاحظة ما يظهر على وجهيهما العلويين (ماذا يحدث إذا ألقى حجر النرد أولاً ثم قطعة النقود).

٢ التسديد على هدف ٤ مرات على الأكثر على أن تتوقف عن التسديد عند إصابته.

٣ التسديد على هدف ما إلى أن تتم إصابة الهدف وملاحظة عدد مرات التسديد.

الحل

قطعة النقود — حجر النرد: ص ← ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ؛ ل ← ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦

١ $ف_١$ = {ص ، ل} × {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

= {(ص ، ١) ، (ص ، ٢) ، (ص ، ٣) ، (ص ، ٤) ، (ص ، ٥)
، (ص ، ٦) ، (ل ، ١) ، (ل ، ٢) ، (ل ، ٣)
، (ل ، ٤) ، (ل ، ٥) ، (ل ، ٦)}

، ن($ف_١$) = ٢ × ٦ = ١٢ «هذا الفضاء منته»

* أما إذا ألقى حجر النرد أولاً ثم قطعة النقود

فإن : $ف_٢$ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} × {ص ، ل}

= {(١ ، ص) ، (٢ ، ص) ، (٣ ، ص) ، (٤ ، ص)
، (٥ ، ص) ، (٦ ، ص) ، (١ ، ل) ، (٢ ، ل)
، (٣ ، ل) ، (٤ ، ل) ، (٥ ، ل) ، (٦ ، ل)}

، ن($ف_٢$) = ٦ × ٢ = ١٢

لاحظ أن

$ف_١ \neq ف_٢$ ولكن ن($ف_١$) = ن($ف_٢$)

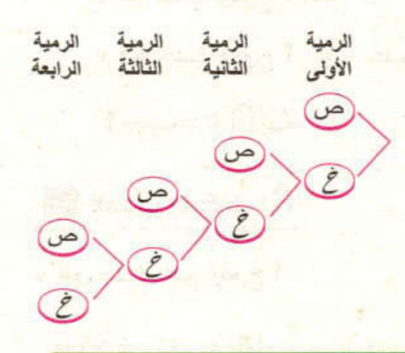
٢ إذا رمزنا للإصابة بالرمز (ص) ورمزنا للخطأ بالرمز (خ) وباستخدام الشجرة البيانية المقابلة نجد أن :

ف = {ص ، (خ ، ص) ، (خ ، خ ، ص)

، (خ ، خ ، خ ، ص) ، (خ ، خ ، خ ، خ)}

، ن(ف) = ٥

«هذا الفضاء منته ويسمى أيضًا بالفضاء غير المنتظم»



٣ ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، .....} «هذا الفضاء غير منته»

ملاحظة :

يكون فضاء العينة منتهيًا إذا كان عدد عناصره محدودًا ويكون غير منته إذا كان عدد عناصره غير محدود وسندرس فقط فضاء النواتج المنتهى.

الأحداث

* **الحدث :**

هو أى مجموعة جزئية من فضاء العينة.

* **وقوع الحدث :**

يقال إن حدثًا ما قد وقع إذا كان ناتج التجربة العشوائية هو أحد عناصر المجموعة التى يتألف منها هذا الحدث.

* **الحدث المؤكد (ف) :**

هو حدث لا بد أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.

* **الحدث المستحيل ($\varnothing$) :**

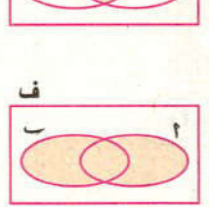
هو حدث لا يمكن أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.

* **الحدث البسيط (أو الأولى) :**

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة (ف) تحتوى على عنصر واحد فقط.

العمليات على الأحداث

١ تقاطع حدثين (أ ∩ ب) :



* هو حدث وقوع أ و ب معًا
* هو حدث وقوع الحدثين معًا.

٢ اتحاد حدثين (أ ∪ ب) :

ف
أ
ب

* هو حدث وقوع أ أو ب أو كليهما
* هو حدث وقوع أحدهما على الأقل.

٣ الفرق بين حدثين (أ − ب) :

* هو حدث وقوع أ فقط
* هو حدث وقوع أ و عدم وقوع ب

أ − ب = أ ∩ ب′

٤ الحدث المكمل (أ′) :



* هو حدث عدم وقوع أ

فمثلاً فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى نجد أن :

ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

وإذا كان : أ حدث الحصول على عدد زوجى ، ب حدث الحصول على عدد أولى

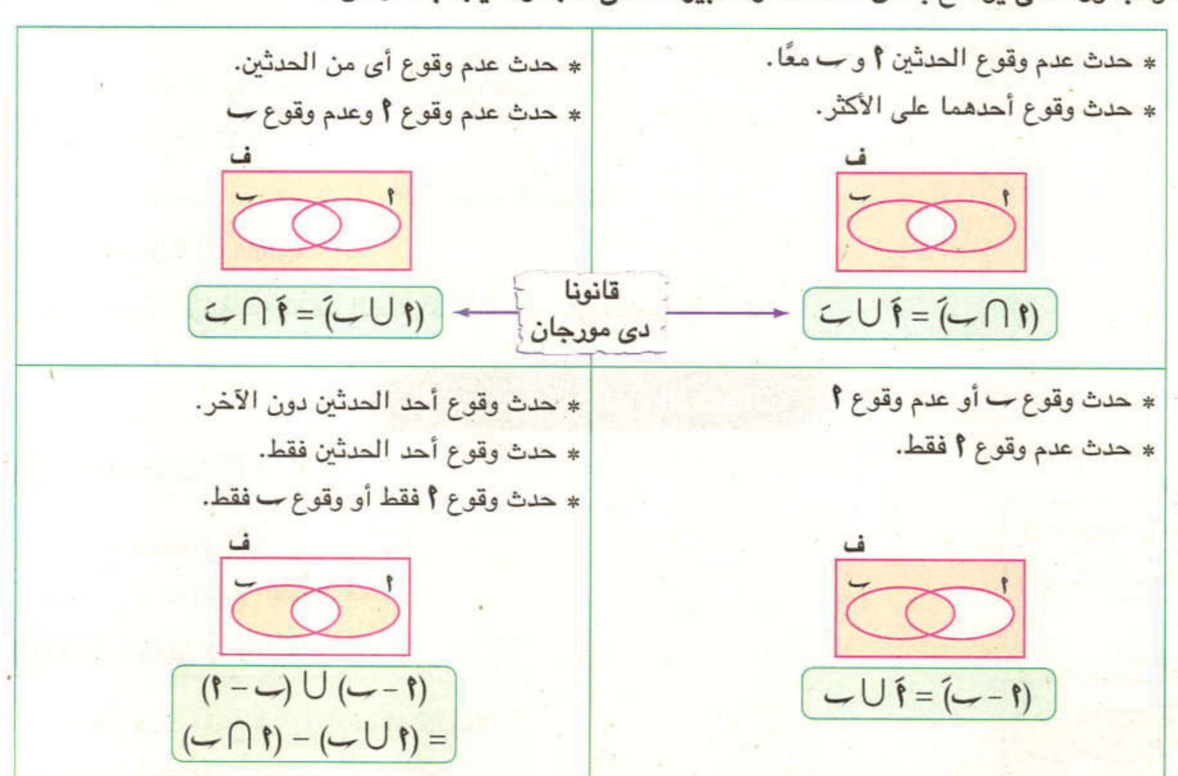
فإن : أ = {٢ ، ٤ ، ٦} ، ب = {٢ ، ٣ ، ٥}

، حدث وقوع أحد الحدثين على الأقل = أ ∪ ب = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

، حدث وقوع الحدثين معًا = أ ∩ ب = {٢} ، حدث وقوع أ فقط = أ − ب = أ ∩ ب′ = {٤ ، ٦}.

، حدث عدم وقوع أ = أ′ = {١ ، ٣ ، ٥}

* **والجدول الآتى يوضح بعض الأحداث والتعبير اللفظى عنها وتمثيلها بشكل ڤن :**



* حدث عدم وقوع الحدثين أ و ب معًا. * حدث وقوع أحدهما على الأكثر. (أ ∩ ب)′ = أ′ ∪ ب′	* حدث عدم وقوع أى من الحدثين. * حدث عدم وقوع أ وعدم وقوع ب (أ ∪ ب)′ = أ′ ∩ ب′
* حدث وقوع ب أو عدم وقوع أ * حدث عدم وقوع أ فقط. (أ − ب)′ = أ′ ∪ ب	* حدث وقوع أحد الحدثين دون الآخر. * حدث وقوع أحد الحدثين فقط. * حدث وقوع أ فقط أو وقوع ب فقط. (أ − ب) ∪ (ب − أ) = (أ ∪ ب) − (أ ∩ ب)

* **الأحداث المتنافية** : يقال إن الحدثين متنافيان إذا استحال وقوعهما معًا (فى نفس الوقت) أى أن وقوع أحدهما ينفى (يمنع) وقوع الآخر.

فمثلًا : إذا كان أ «حدث نجاح باسم فى امتحان ما» ، ب «حدث رسوبه فى نفس الامتحان»

فإن وقوع أحد الحدثين ينفى وقوع الآخر. ∴ أ ، ب حدثان متنافيان.

تعريف

1. يقال إن الحدثين أ ، ب من فضاء عينة ف متنافيان إذا وفقط إذا كان $أ \cap ب = \varnothing$
2. يقال لعدة أحداث إنها متنافية إذا وفقط إذا كانت متنافية مثنى مثنى.

ملاحظـات :

* الأحداث البسيطة (الأولية) المختلفة فى أى تجربة عشوائية تكون متنافية.
* الحدث أ ومكمله أَ حدثان متنافيان ويكون :

1. $أ \cap أَ = \varnothing$ (الحدث المستحيل)
2. $أ \cup أَ =$ ف (الحدث المؤكد).

مثال ٦

فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى له.

اكتب فضاء العينة ثم اكتب كلاً من الأحداث الآتية مبينًا أيًا من هذه الأحداث بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل :

1. أ حدث «الحصول على عدد أكبر من أو يساوى ٣»
2. ب حدث «الحصول على عدد أصغر من ٥»
3. حـ حدث «الحصول على عدد يقبل القسمة على ٣»
4. ء حدث «الحصول على عدد فردى غير أولى».
5. هـ حدث «الحصول على عدد أكبر من ٢ وأصغر من ٣»
6. و حدث «الحصول على عدد ينحصر بين ٠ ، ٧»

الحـــل

فضاء العينة ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

1. أ = {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}
2. ب = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}
3. حـ = {٣ ، ٦}
4. ء = {١} «حدث بسيط»
5. هـ = $\varnothing$ «حدث مستحيل»
6. و = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} «حدث مؤكد»

مثال ٧

فى تجربة اختيار عدد صحيح من بين الأعداد ١ إلى ١٠

اكتب فضاء النواتج ثم عيِّن كلاً من الأحداث الآتية :

١ أ حدث «الحصول على عدد زوجى».
٢ ب حدث «الحصول على عدد أولى».
٣ حـ حدث «الحصول على عدد فردى».
٤ ء حدث «الحصول على عدد يقبل القسمة على ٤».
٥ هـ حدث «الحصول على عدد ≤ ٣»
٦ و حدث «الحصول على عدد مربع كامل».
٧ ك حدث «الحصول على عدد زوجى أولى».
٨ ل حدث «الحصول على عدد زوجى أو أولى».
٩ س «الحصول على عدد س يحقق المعادلة : س^{٢} − ٥ س = ٣٦».
١٠ ص حدث «الحصول على عدد س يحقق المتباينة : ٣ س − ١ ≤ ٢٠».

الحــل

ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠}

١ أ = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠}
٢ ب = {٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧}
٣ حـ = {١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩}
٤ ء = {٤ ، ٨}
٥ هـ = {١ ، ٢ ، ٣}
٦ و = {١ ، ٤ ، ٩}
٧ ك = أ ∩ ب = {٢}
٨ ل = أ ∪ ب = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ١٠}
٩ س = {٩}
١٠ ص = {٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠}

مثال ٨

فى تجربة رمى قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات اكتب فضاء العينة ف ثم عبِّر عن كل من الأحداث التالية :

١ أ حدث «الحصول على صورة فى الرمية الأولى».
٢ ب حدث «الحصول على صورة فى إحدى الرميتين».
٣ حـ حدث «الحصول على صورة فى إحدى الرميتين وكتابة فى الرمية الأخرى».
٤ ء حدث «الحصول على نفس الشىء فى الرميتين».
٥ هـ حدث «الحصول على صورة فى الرميتين».
٦ و حدث «الحصول على صورة على الأكثر فى الرميتين».

الحــل

ف = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك)}

١ أ = {(ص ، ص) ، (ص ، ك)}
٢ ب = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص)}
٣ حـ = {(ص ، ك) ، (ك ، ص)}
٤ ء = {(ص ، ص) ، (ك ، ك)}
٥ هـ = {(ص ، ص)}
٦ و = {(ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك)}

مثال ٩

من مجموعة الأرقام {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} كون عدد من رقمين مختلفين.

اكتب فضاء العينة لهذه التجربة ثم أوجد كلًا من الأحداث الآتية :

١ أ حدث «مجموع الرقمين = ٧»

٢ ب حدث «مجموع الرقمين عدد زوجي».

٣ حـ حدث «مجموع الرقمين عدد أولي».

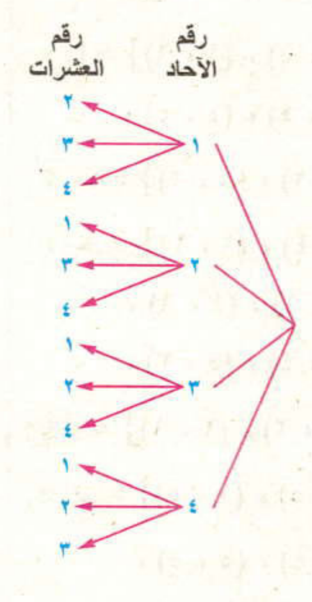
٤ ء حدث «العدد الناتج يقبل القسمة على ٣»

٥ هـ حدث «رقم الآحاد زوجي».

٦ و حدث «رقم العشرات أولي».

ثم أوجد كلاً من : أ ∪ ب ، ب ∩ ء ، هـ − ب ، أَ ∩ بَ

الحـــل



باستخدام الشجرة البيانية المقابلة نجد أن :

ف = {٢١ ، ٣١ ، ٤١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤}

١ أ = {٤٣ ، ٣٤}

٢ ب = {٣١ ، ١٣ ، ٤٢ ، ٢٤}

٣ حـ = {٢١ ، ٤١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ١٤ ، ٣٤}

٤ ء = {٢١ ، ١٢ ، ٤٢ ، ٢٤}

٥ هـ = {١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤}

٦ و = {٢١ ، ٣١ ، ٣٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٣٤}

أ ∪ ب = {٤٣ ، ٣٤ ، ٣١ ، ١٣ ، ٤٢ ، ٢٤}

، ب ∩ ء = {٤٢ ، ٢٤} ، هـ − ب = {١٢ ، ٣٢ ، ١٤ ، ٣٤}

، أَ ∩ بَ = (أ ∪ ب)َ = {٢١ ، ٤١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ٢٣ ، ١٤}

مثال ١٠

فى تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى فى الرميتين ارسم شكلاً هندسيًا لفضاء العينة ثم اكتب كلاً من الأحداث الآتية موضحًا إياها على الشكل الهندسى لفضاء العينة :

١ أ حدث «الحصول على عددين مجموعهما فردى وأكبر من ٦ ».

٢ ب حدث «الحصول على عددين أحدهما ٢ ومجموعهما أصغر من أو يساوى ٥ ».

٣ حـ حدث «الحصول على عددين الفرق المطلق بينهما يساوى ٢ ».

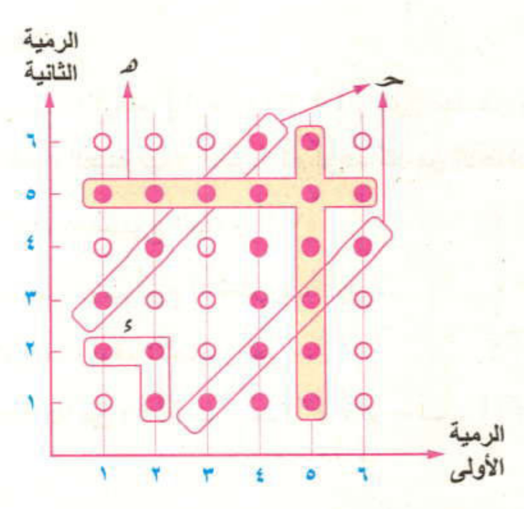
٤ ء حدث «الحصول على عددين أكبرهما هو العدد ٢ ».

٥ هـ حدث «الحصول على العدد ٥ مرة واحدة على الأقل».

بيِّن هل الأحداث أ ، ب ، ء متنافية أم لا.

الحـــل

الرمية الثانية — المجموع=٧ — المجموع=٩ — المجموع=١١ — ب — أ — الرمية الأولى



١ أ = {(٦ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٤ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٢ ، ٥) ، (١ ، ٦) ، (٦ ، ٣)
، (٥ ، ٤) ، (٤ ، ٥) ، (٣ ، ٦) ، (٦ ، ٥) ، (٥ ، ٦)}

٢ ب = {(٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (١ ، ٢)}

٣ حـ = {(٣ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٥ ، ٣)
، (٦ ، ٤) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٤)
، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٦)}

٤ ء = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢)}

٥ هـ = {(٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٤)
، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ٥) ، (٤ ، ٥) ، (٣ ، ٥) ، (٢ ، ٥) ، (١ ، ٥)}

لاحظ أنه :

إذا كان الفرق المطلق بين عددين = ٢
فإن العددين يمكن أن يكونا (٥ ، ٣)
أو (٣ ، ٥) ، ...
لأن : |٥ − ٣| = |٣ − ٥| = ٢

∵ أ ∩ ب = ∅ ∴ الحدثان أ ، ب متنافيان

، ∵ أ ∩ ء = ∅ ∴ الحدثان أ ، ء متنافيان

، ∵ ب ∩ ء ≠ ∅ ∴ الأحداث أ ، ب ، ء غير متنافية

مثال ١١

ألقيت قطعة نقود مرة واحدة. فإذا كان الوجه الظاهر يحمل كتابة فسوف يلقى حجر نرد مرة واحدة أما إذا كان يحمل صورة فسوف تلقى قطعة النقود مرة ثانية.

اكتب فضاء العينة ثم اكتب كلاً من الأحداث الآتية :

١ أ حدث «ظهور كتابة وعدد زوجى».

٢ ب حدث «ظهور صورة أو عدد أولى».

٣ حـ حدث «ظهور كتابة على الأقل».

٤ ء حدث «ظهور كتابة وعدد مربع كامل».

٥ هـ حدث «ظهور صورة أو عدد أصغر من ٣».

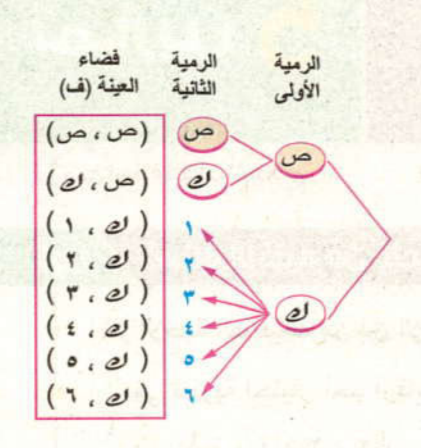
٦ و حدث «عدم وقوع حـ».

٧ ن حدث «وقوع أ وعدم وقوع ء».

٨ ع حدث «وقوع أ ، هـ معًا».

الحـــل

باستخدام الشجرة البيانية المقابلة نجد أن :



ف = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ١) ، (ك ، ٢)

، (ك ، ٣) ، (ك ، ٤) ، (ك ، ٥) ، (ك ، ٦)}

١ أ = {(ك ، ٢) ، (ك ، ٤) ، (ك ، ٦)}

٢ ب = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ٢)

، (ك ، ٣) ، (ك ، ٥)}

٣ حـ = {(ص ، ك) ، (ك ، ١) ، (ك ، ٢) ، (ك ، ٣) ، (ك ، ٤)

، (ك ، ٥) ، (ك ، ٦)}

٤ د = {(ك ، ١) ، (ك ، ٤)}

٥ هـ = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ١) ، (ك ، ٢)}

٦ و = حـَ = {(ص ، ص)}

٧ ن = أ − د = {(ك ، ٢) ، (ك ، ٦)}

٨ ع = أ ∩ هـ = {(ك ، ٢)}

تمـارين 5

على بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية - الأحداث - العمليات على الأحداث

من أسئلة الكتاب المدرسى • تذكر • فهم • تطبيق • مستويات عليا

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) فى تجربة اختيار أحد ارقام العدد ٢٦٣٤٥ عشوائيًا فإن فضاء العينة هو ....

(أ) {٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢} (ب) {٤٥ ، ٦٣ ، ٢}

(جـ) {٢٦٣٤٥} (د) {٦ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٤}

(٢) سحب بطاقة من مجموعة بطاقات مرقمة دون معرفة الأرقام المكتوبة على البطاقات يعبر عن ....

(أ) تجربة عشوائية. (ب) ليست تجربة عشوائية.

(جـ) حدث مستحيل. (د) حدث مؤكد.

(٣) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى وكان الحدث أ هو حدث ظهور عدد أولى زوجى فإن الحدث أ هو حدث ....

(أ) مستحيل. (ب) بسيط. (جـ) غير بسيط. (د) مؤكد.

(٤) إذا رمز إلى إصابة الهدف بالرمز ص وعدم اصابته بالرمز خ وكانت تجربة التسديد على الهدف ٣ مرات على الأكثر بحيث نتوقف عن التسديد عند إصابة الهدف فإن فضاء العينة = ...

(أ) {خ ، (خ ، ص) ، (خ ، خ ، ص) ، (خ ، خ ، خ)}

(ب) {ص ، (ص ، ص ، خ) ، (ص ، خ ، خ) ، (خ ، خ ، خ)}

(جـ) {(خ ، خ) ، (خ ، خ ، ص) ، ص}

(د) {(خ ، خ ، خ) ، (خ ، خ ، ص) ، (خ ، ص) ، ص}

(٥) فى تجربة القاء ٣ قطع نقود متمايزة مرة واحدة وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات فإن عدد عناصر فضاء العينة = ...

(أ) ٨ (ب) ٣ (جـ) ٢٧ (د) ٦٤

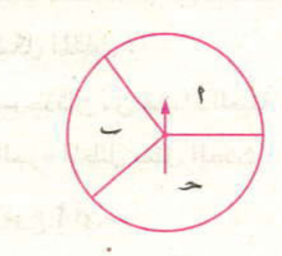
(٦) فى تجربة إلقاء حجز نرد ٣ مرات متتاليه فإن عدد عناصر فضاء العينة = ...

(أ) ٢٧ (ب) ٨١ (جـ) ٣٦ (د) ٢١٦

(٧) فى تجربة تصويب لاعب على المرمى عدة مرات تتوقف التجربة إذا أصاب الهدف مرتين أو أخطأ الهدف مرتين فإن عدد عناصر فضاء العينة = ...

(أ) ٩ (ب) ٨ (جـ) ٤ (د) ٦

(٨) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة ثم إدارة قرص دوار مرة واحدة فإن عدد عناصر فضاء العينة = ...

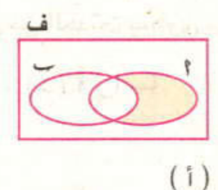




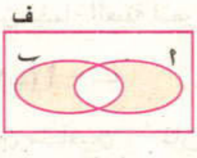
(أ) ١ٸ   (ب) ١٢

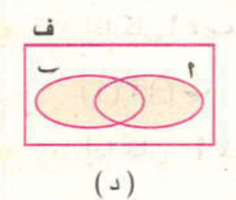
(جـ) ٣   (د) ٦

(٩) أى من الأشكال الآتية يعبر الجزء المظلل فيه عن وقوع أى من الحدثين أ ، ب دون الآخر ....

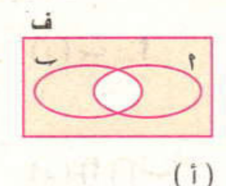

(أ)

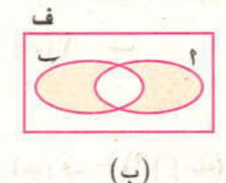

(ب)

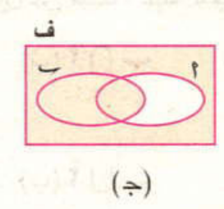

(جـ)

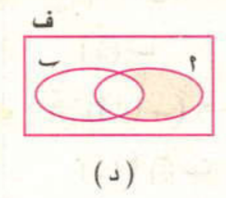

(د)

(١٠) أى من الأشكال الآتية يعبر الجزء المظلل فيه عن $\acute{أ} \cup \acute{ب}$ ؟

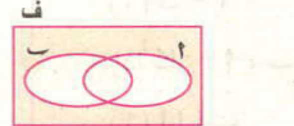

(أ)


(ب)


(جـ)


(د)

(١١) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف فإن الجزء المظلل بالشكل المقابل يعبر عن ....



(أ) $أ \cup ب$ (ب) $\acute{أ} \cap \acute{ب}$

(جـ) $\acute{أ} \cup \acute{ب}$ (د) $أ \cap \acute{ب}$

(١٢) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف فإن الجزء المظلل بالشكل المقابل يعبر عن ....



(أ) $أ \cup ب$ (ب) $\acute{أ} \cap \acute{ب}$

(جـ) $\acute{(أ \cap ب)}$ (د) $(أ \cup ب) - (أ \cap ب)$

(١٣) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف فإن الجزء المظلل بالشكل المقابل يعبر عن ....



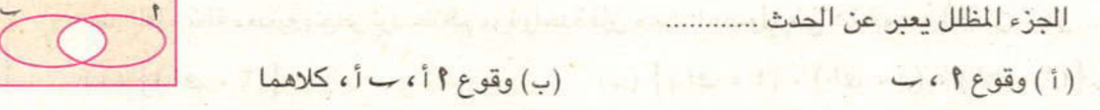
(أ) $أ - ب$ (ب) $ب \cup أ$

(جـ) $\acute{أ} \cup ب$ (د) $\acute{أ}$

(١٤) فى الشكل المقابل :



الجزء المظلل يعبر عن الحدث ....

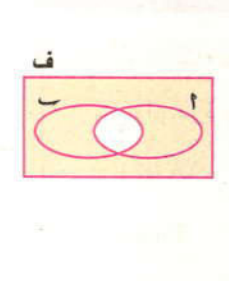


(أ) وقوع أ ، ب   (ب) وقوع أ أ ، ب أ ، كلاهما



(جـ) وقوع أحد الحدثين على الأقل.   (د) وقوع أحد الحدثين على الأكثر.

(١٥) فى الشكل المقابل :



أ ، ب حدثان من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية

فإن الجزء المظلل يمثل الحدث ....

(أ) وقوع أ أو ب (ب) عدم وقوع أ ، ب معًا.

(جـ) عدم وقوع ب (د) عدم وقوع أ أو ب

(١٦) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن حدث عدم وقوع أى من الحدثين يساوى ....

(أ) $أ \cap ب$ (ب) $أ - ب$ (جـ) $أَ \cap بَ$ (د) $أَ \cup بَ$

(١٧) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين فإن : $أ - ب = $ ....

(أ) أ (ب) ب (جـ) $ب - أ$ (د) $أَ$

(١٨) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن حدث وقوع ب فقط = ...

(أ) ب (ب) $أ \cap ب$ (جـ) $أ - ب$ (د) $ب - أ$

(١٩) $(أ \cup ب)َ = $ ....

(أ) $أَ \cap بَ$ (ب) $أَ \cup بَ$ (جـ) $ف - (أ \cap ب)$ (د) $(أ \cap ب)َ$

(٢٠) $(أ - ب)َ = $ ....

(أ) $ف - أ$ (ب) $ب \cup أَ$ (جـ) $(ب - أ)َ$ (د) $أَ \cup (ب - أ)$

(٢١) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن حدث وقوع أ و ب معًا هو ....

(أ) $أ \cup ب$ (ب) $(أ \cap ب)َ$ (جـ) $\varnothing$ (د) $أ \cap ب$

(٢٢) عند سحب بطاقة من بين ١٠ بطاقات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ١٠ فإن حدث ظهور عدد يقبل القسمة على ٢ على البطاقة المسحوبة هو ....

(أ) {٢ ، ٦} (ب) {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨}

(جـ) {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢} (د) {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠}

(٢٣) ألقيت قطعة نقود مرتين متتاليتين ولوحظ تتابع الصور والكتابات فإن حدث ظهور كتابة فى الرمية الأولى هو ....

(أ) {(ك ، ص)} (ب) {(ك ، ك) ، (ك ، ص)}

(جـ) {(ك ، ص ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ك ، ك ، ك)}

(د) {(ك ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ك)}

(٢٤) عند إلقاء عملة معدنية وحجر نرد منتظم مرة واحدة فإن حدث الحصول على كتابة وعدد أقل من ٣ هو ....

(أ) {(ك ، ٣)} (ب) {(ك ، ٤) ، (ك ، ٥) ، (ك ، ٦)}

(جـ) {(ك ، ١) ، (ك ، ٢) ، (ك ، ٣)} (د) {(ك ، ١) ، (ك ، ٢)}

(٢٥) فى تجربة تكوين عدد من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {٢ ، ٣ ، ٥} تم استخدام الشجرة البيانية المقابلة فإن عدد عناصر الحدث «العدد الناتج عدد فردى» هو ....

رقم العشرات | رقم الآحاد
٢ ← ٣ ، ٥
٣ ← ٢ ، ٥
٥ ← ٢ ، ٣

(أ) ٦ (ب) ٣
(جـ) ٤ (د) ٢

(٢٦) فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة فإن أى من الأحداث الآتية هو حدث أولى ؟

(أ) حدث ظهور عدد أولى. (ب) حدث ظهور عدد أكبر من أو يساوى ٥
(جـ) حدث ظهور عدد أكبر من ٦ (د) حدث ظهور عدد زوجى له عاملان مختلفان فقط.

(٢٧) فى تجربة اختيار بطاقة عشوائيًا من ٣٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٣٠ وكان :

أ حدث «الحصول على عدد زوجى». ، ب حدث «الحصول على عدد يقبل القسمة على ١١»
، حـ حدث «الحصول على عدد أولى» ، ء حدث «الحصول على عدد يقبل القسمة على ٣»
فإن الحدثين المتنافيان مما سبق هما .... ، ....

(أ) ب ، أ (ب) ب ، حـ (جـ) أ ، حـ (د) ب ، ء

(٢٨) ألقى حجر نرد فإذا حدث وكان العدد الظاهر على الوجه العلوى للحجر عددًا زوجيًا فسوف تلقى قطعة نقود مرة واحدة أما إذا كان العدد الظاهر فرديًا فإن قطعة النقود سوف تلقى مرتين فإن عدد عناصر فضاء العينة لتلك التجربة = ...

(أ) ٢٤ (ب) ١٨ (جـ) ٣٦ (د) ١٢

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية الآتية ، مبينًا عدد عناصره :

(١) اختيار عدد أولى ينحصر بين ١٠ ، ٢٠

(٢) إلقاء ثلاث قطع نقود متمايزة مرة واحدة وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات.

(٣) الحصول على عدد مكون من رقمين مختلفين من الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤

(٤) الحصول على عدد مكون من رقمين من الأرقام ٠ ، ١ ، ٢

(٥) كيس به ٤ كرات واحدة حمراء والثانية بيضاء والثالثة سوداء والرابعة صفراء ، والتجربة هى سحب كرتين واحدة بعد الأخرى وملاحظة لونهما :

أولًا : مع الإحلال (إرجاع الكرة الأولى قبل سحب الثانية). ثانيًا : بدون إحلال.

(٦) إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإذا ظهر عدد أقل من ٦ تُلقى قطعة نقود مرة واحدة ، وإذا ظهر العدد ٦ تُلقى قطعة نقود مرتين متتاليتين.

(٧) إلقاء قطعة نقود ثم حجر نرد فيه وجهان يحملان الرقم ١ ، ووجهان يحملان الرقم ٢ ، ووجهان يحملان الرقم ٣ ، وملاحظة ما يظهر على وجهيهما العلويين.

(٨) إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية وملاحظة عدد الصور.

٢ **فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى اكتب فضاء العينة ف ثم عبر عن كل من الأحداث الآتية ، مبينًا أى هذه الأحداث بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل :**

(١) أ حدث «ظهور الرقم ٤».
(٢) ب حدث «عدم ظهور الرقم ٥».
(٣) حـ حدث «ظهور عدد أكبر من ٣».
(٤) ء حدث «ظهور عدد أصغر من ٨».
(٥) هـ حدث «ظهور عدد يقبل القسمة على ٧».
(٦) و حدث «ظهور عدد أولى».
(٧) ل حدث «ظهور عدد فردى أولى».
(٨) ل حدث «ظهور عدد زوجى أو أولى».
(٩) ن حدث «ظهور عدد ليس مربعًا كاملاً».
(١٠) س حدث «ظهور عدد س يحقق المعادلة : س (س − ٢) = ١٥».
(١١) ص حدث «ظهور عدد س يحقق المتباينة : س ≥ ٤».

---

٣ حقيبة بها ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠ ، سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا ولوحظ العدد المسجل على البطاقة المسحوبة ، اكتب الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «العدد المسجل زوجى وأكبر من ١٠».
(٢) ب حدث «العدد المسجل عامل من عوامل ١٢».
(٣) حـ حدث «العدد المسجل فردى ويقبل القسمة على ٣».
(٤) ء حدث «العدد المسجل مضاعف للعددين ٢ ، ٥».
(٥) هـ حدث «العدد المسجل أولى».
(٦) و حدث «العدد المسجل يحقق المتباينة : ٥ س − ٣ ≥ ١٧».

---

٤ فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى ،

اكتب فضاء العينة (ف) ثم عيِّن كلًا من الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «ظهور عدد فردى».
(٢) ب حدث «ظهور عدد أولى».
(٣) حدث وقوع أ و ب معًا.
(٤) حدث وقوع أحدهما على الأقل.
(٥) حدث عدم وقوع أ
(٦) حدث وقوع أ فقط.
(٧) حدث وقوع ب فقط.
(٨) حدث وقوع أحدهما فقط.
(٩) حدث وقوع أحدهما على الأكثر.

---

٥ فى تجربة رمى قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع الصور والكتابات

اكتب فضاء العينة ف ثم عبر عن كل من الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «الحصول على كتابة فى الرمية الأولى».
(٢) ب حدث «الحصول على كتابة فى إحدى الرميتين فقط».
(٣) حـ حدث «الحصول على صورة فى الرمية الأولى أو كتابة فى الرمية الثانية».
(٤) ء حدث «عدم ظهور صورة».
(٥) هـ حدث «ظهور نفس الشىء فى الرميتين».
(٦) و حدث «ظهور شىء مختلف فى الرميتين».

٦ ألقيت قطعة نقود مرتين متتاليتين ولوحظ تتابع الصور والكتابات ،

اكتب فضاء العينة لهذه التجربة ثم عيِّن الأحداث التالية :

(١) أ حدث «ظهور صورة واحدة بالضبط».
(٢) ب حدث «ظهور صورة على الأقل».
(٣) حـ حدث «ظهور صورة على الأكثر».
(٤) ء حدث «ظهور صورتين بالضبط».
(٥) هـ حدث «ظهور أكثر من صورتين».

ثم وضح أيًا من هذه الأحداث يكون حدثًا أوليًا (بسيطًا).

---

٧ عند إلقاء قطعة نقود عدة مرات وتوقفت التجربة عند ظهور صورة أو ٣ كتابات

اكتب فضاء النواتج ثم عيِّن الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «ظهور صورة على الأكثر».
(٢) ب حدث «ظهور صورة على الأقل».
(٣) حـ حدث «ظهور كتابتين على الأقل».
(٤) ء حدث «ظهور صورتين على الأقل».

---

٨ من مجموعة الأرقام {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} كوِّن عددًا من رقمين مختلفين.

مثِّل فضاء النواتج ف بشكل شجرة ، ثم اكتب ف وعيِّن منها الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «أن يكون رقم الآحاد فرديًا».
(٢) ب حدث «أن يكون رقم العشرات فرديًا».
(٣) حـ حدث «أن يكون كلا الرقمين فرديًا».
(٤) ء حدث «أن يكون رقم الآحاد أو رقم العشرات فرديًا».
(٥) هـ حدث «مجموعة الأعداد التى بها الآحاد ضعف العشرات».

---

٩ حقيبة بها ٣ كرات حمراء ، ٣ كرات بيضاء. سحبت منها عشوائيًا ٣ كرات الواحدة بعد الأخرى بدون إحلال.

اكتب فضاء العينة ثم اكتب الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «الحصول على كرتين حمراوين على الأقل».

(٢) ب حدث «الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر».

(٣) حـ حدث «الحصول على كرتين بالضبط من لون واحد».

(٤) أ ∩ ب　　(٥) ب ∩ حـ　　(٦) حـ - أ

---

١٠ سحبت بطاقتان الواحدة بعد الأخرى من بين ٨ بطاقات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٨ مع إعادة البطاقة المسحوبة أولًا قبل سحب البطاقة الثانية ، **ما عدد عناصر فضاء العينة ؟ وإذا كان :**

(١) أ حدث «العدد في السحبة الثانية ثلاثة أمثال العدد فى السحبة الأولى».

(٢) ب حدث «مجموع العددين أكبر من ١٣».

اكتب كلًا من أ ، ب هل أ ، ب حدثان متنافيان ؟ فسر ذلك.

١١ فى تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فى كل مرة

ارسم شكلاً هندسيًا لفضاء العينة ف ووضح عليه كلاً من الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «ظهور العدد ٣ فى الرمية الأولى». (٢) ب حدث «ظهور العدد ٣ فى الرمية الثانية».

(٣) حـ حدث «ظهور العدد ٣ فى أى من الرميتين».

(٤) ء حدث «ظهور عدد فى الرمية الأولى يزيد ٢ عن العدد فى الرمية الثانية».

(٥) هـ حدث «ظهور عدد فى الرمية الثانية يزيد ١ عن العدد فى الرمية الأولى».

---

١٢ ألقى حجر نرد مرتين متتاليتين ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى فى كل مرة.

عيِّن كلًا من الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «مجموع العددين ٨». (٢) ب حدث «مجموع العددين ١٠».

(٣) حـ حدث «المجموع ٨ أو ١٠». (٤) ء حدث «المجموع ١٥».

(٥) هـ حدث «ظهور عددين متساويين».

---

١٣ فى تجربة إلقاء حجرى نرد متمايزين وملاحظة العددين الظاهرين على الوجهين العلويين.

اكتب كلًا من الأحداث الآتية :

(١) $أ_١$ حدث «الفرق المطلق بين العددين الظاهرين = ٣».

(٢) $أ_٢$ حدث «مجموع العددين الظاهرين يساوى ١٠ على الأقل».

(٣) $أ_٣$ حدث «أصغر العددين الظاهرين = ٤».

(٤) $أ_٢ \cap أ_٣$ (٥) $أ_٢ \cap أ'_٢$

(٦) $أ_٤$ حدث «أكبر العددين الظاهرين $\geq$ ٣».

(٧) $أ_٥$ حدث «أكبر العددين الظاهرين $\leq$ ٥».

وضح كلاً من $أ_٤$ ، $أ_٥$ على الشكل الهندسى لفضاء العينة ف

---

١٤ ألقيت قطعة نقود ثم حجر نرد ولوحظ الوجه العلوى لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوى لحجر النرد ، **مثِّل فضاء العينة بشكل شجرى ثم أوجد الأحداث الآتية :**

(١) أ حدث «ظهور كتابة وعدد زوجى». (٢) ب حدث «ظهور صورة وعدد فردى».

(٣) حـ حدث «وقوع الحدث أ ووقوع الحدث ب». (٤) ء حدث «وقوع الحدث أ فقط».

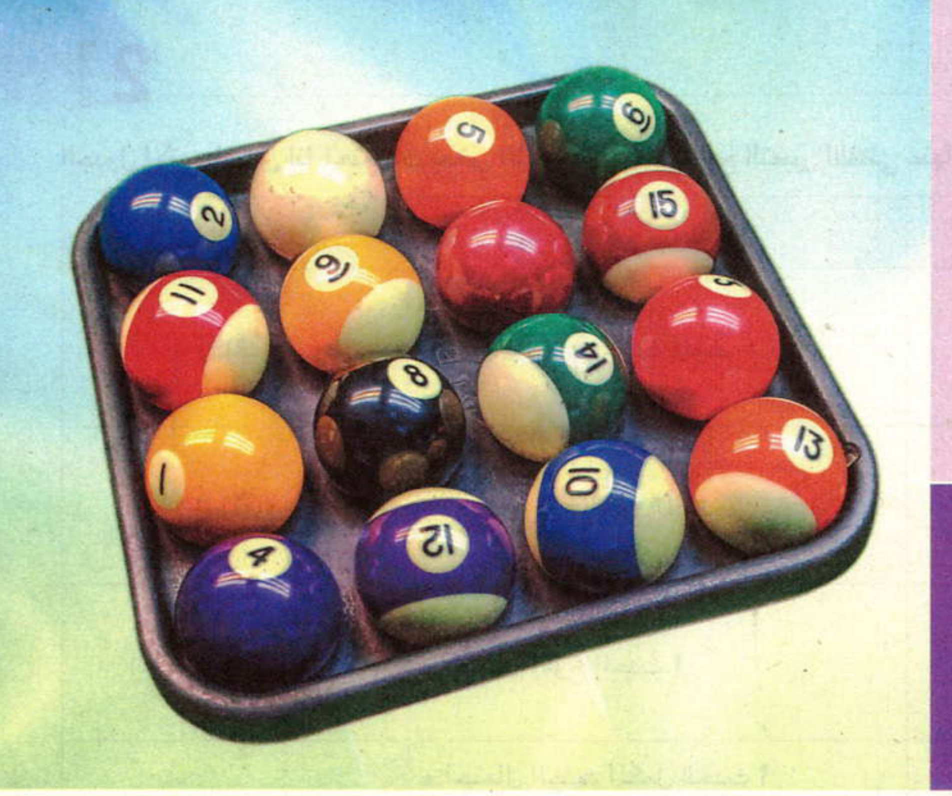
(٥) هـ حدث «عدم وقوع أ أو عدم وقوع ب».

---

١٥ عند إلقاء قطعة نقود إذا كان الناتج صورة فسوف تلقى قطعة النقود مرة ثانية وتتوقف التجربة ، أما إذا كان الناتج كتابة فى المرة الأولى فسوف يلقى حجر نرد مرة واحدة. **اكتب فضاء العينة لتلك التجربة ثم اكتب كلًا من الأحداث الآتية :**

(١) أ حدث «ظهور كتابة وعدد زوجى». (٢) ب حدث «ظهور صورة واحدة على الأقل».

(٣) حـ حدث «ظهور كتابة وعدد أولى».



الدرس

2

مسلمات وقوانين الاحتمال- حساب الاحتمال

إذا كان لدينا فضاء عينة لتجربة عشوائية ما (ف) فإنه يمكننا تعريف مجموعة من الأحداث على هذا الفضاء ، ونستطيع أن نعبر عن مدى إمكانية وقوع أى حدث منها بصورة عددية بما يسمى احتمال الحدث ، وهو يحقق المسلمات الثلاث الآتية :

مسلمات الاحتمال

١ لكل حدث أ $\subset$ ف يوجد عدد حقيقى يسمى احتمال الحدث أ ويرمز له بالرمز ل (أ) حيث : صفر $\leq$ ل (أ) $\leq$ ١

أى أن ل (أ) $\in$ [٠ ، ١]

٢ ل (ف) = ١ أى أن احتمال وقوع الحدث المؤكد = ١

٣ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف فإن : ل (أ $\cup$ ب) = ل (أ) + ل (ب)

ويمكن تعميم هذه القاعدة لعدة أحداث متنافية (مثنى مثنى) $أ_١$ ، $أ_٢$ ، .... $أ_ر$ فيكون :

ل ($أ_١ \cup أ_٢ \cup$ .... $\cup أ_ر$) = ل ($أ_١$) + ل ($أ_٢$) + ... + ل ($أ_ر$)

نتائج هامة

١ ل ($\varnothing$) = صفر   **أى أن** احتمال وقوع الحدث المستحيل = صفر

٢ ل ($\bar{أ}$) = ١ − ل (أ)   حيث $\bar{أ}$ هو الحدث المكمل للحدث أ

٣ ل (أ $\cup$ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ $\cap$ ب)

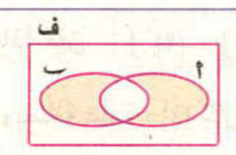
حيث أ ، ب أى حدثين من فضاء العينة ف (ليسا بالضرورة حدثين متنافيين)

٤ ل (أ − ب) = ل (أ) − ل (أ $\cap$ ب)

٥ إذا كان : أ $\subset$ ب فإن : ل (أ) $\leq$ ل (ب) حيث أ ، ب حدثان من نفس فضاء العينة.

الجدول الآتى يلخص لنا احتمالات بعض الأحداث ، كما يوضح التعبير اللفظى عنها وتمثيلها بشكل فن :

احتمال الحدث	التعبير عنه لفظيًا	تمثيل الحدث بشكل فن
ل (ف)	* احتمال وقوع الحدث المؤكد = ١	ف
ل (∅)	* احتمال وقوع الحدث المستحيل = صفر	ف
ل (أ)	* احتمال وقوع الحدث أ	ف أ
ل (أَ) = ل (ف − أ)	* احتمال الحدث المكمل للحدث أ * احتمال عدم وقوع الحدث أ	ف أ
ل (أ ∩ ب)	* احتمال وقوع أ ، ب معًا.	ف أ ب
ل (أ ∪ ب)	* احتمال وقوع أ أو ب أو كليهما. * احتمال وقوع أحدهما على الأقل. * احتمال وقوع أى من الحدثين.	ف أ ب
ل (أ − ب) = ل (أ ∩ بَ)	* احتمال وقوع أ وعدم وقوع ب * احتمال وقوع أ فقط.	ف أ ب
ل (أَ ∪ بَ) = ل (أ ∩ ب)َ	* احتمال عدم وقوع الحدثين معًا. * احتمال وقوع أحدهما على الأكثر.	ف أ ب
ل (أَ ∩ بَ) = ل (أ ∪ ب)َ	* احتمال عدم وقوع أى من الحدثين. * احتمال عدم وقوع أ وعدم وقوع ب	ف أ ب
ل (أَ ∪ ب) = ل (أ − ب)َ	* احتمال وقوع ب أو عدم وقوع أ * احتمال عدم وقوع أ فقط.	ف أ ب

ل $[(\text{أ} - \text{ب}) \cup (\text{ب} - \text{أ})]$ = ل $(\text{أ} \cup \text{ب})$ − ل $(\text{أ} \cap \text{ب})$	* احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر. * احتمال وقوع أحد الحدثين فقط.	

حساب الاحتمال

إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ما جميع نواتجها (الأحداث الأولية) متساوية الإمكانات ، فإن احتمال وقوع أى حدث أ $\subset$ ف يعطى بالقانون :

ل (أ) = $\dfrac{\text{عدد النواتج التى تؤدى إلى وقوع الحدث أ}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$ **أى أن** ل (أ) = $\dfrac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}} = \dfrac{\text{ن(أ)}}{\text{ن(ف)}}$

فمثلًا :

إذا كان لدينا صندوق به ٢٤ تفاحة منها ٤ تفاحات تالفة وسحبنا من الصندوق تفاحة واحدة بطريقة عشوائية ، فإن احتمال أن تكون التفاحة المسحوبة تالفة = $\dfrac{\text{عدد التفاحات التالفة}}{\text{عدد التفاحات فى الصندوق}}$

$\therefore$ ل (التفاحة المسحوبة تالفة) = $\dfrac{٤}{٢٤} = \dfrac{١}{٦}$

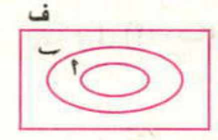
ملاحظـات :

١ فى أى تجربة عشوائية تعتمد على إلقاء حجر نرد أو قطعة نقود فإننا نعتبر أن حجر النرد أو قطعة النقود منتظمة تمامًا ما لم ينص على خلاف ذلك.

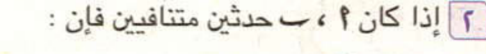
٢ فى أى تجربة عشوائية تعتمد على اختيار عنصر من مجموعة بها عدد محدود من العناصر فإننا نعتبر أن الاختيار يتم بطريقة عشوائية أى أن جميع عناصر فضاء العينة ف يكون لها قيم احتمالية متساوية (نفس فرص الحدوث).

ملاحظات هامة عند حل المسائل

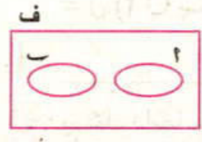
١ إذا كان أ $\subset$ ب فإن :



* ل $(\text{أ} \cap \text{ب})$ = ل (أ)
* ل $(\text{أ} \cup \text{ب})$ = ل (ب)
* ل $(\text{أ} - \text{ب})$ = ل $(\varnothing)$ = صفر
* ل $(\text{ب} - \text{أ})$ = ل (ب) − ل (أ)



٢ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن :



* ل $(\text{أ} \cap \text{ب})$ = صفر
* ل $(\text{أ} \cup \text{ب})$ = ل (أ) + ل (ب)
* ل $(\text{أ} - \text{ب})$ = ل (أ)
* ل $(\text{ب} - \text{أ})$ = ل (ب)

٣ إذا كان ل (أ) = ل (أ′) فإن ل (أ) = $\frac{١}{٢}$

وبصفة عامة : إذا كان $\frac{ل\,(أ)}{ل\,(أ')} = \frac{م}{ن}$

∴ ل (أ) = $\frac{م}{م + ن}$

٤ قانونا «دى مورجان» :

أ′ ∪ ب′ = (أ ∩ ب)′ ، أ′ ∩ ب′ = (أ ∪ ب)′

ولذلك نجد أن :

* ل (أ′ ∪ ب′) = ل (أ ∩ ب)′ = ١ − ل (أ ∩ ب)
* ل (أ′ ∩ ب′) = ل (أ ∪ ب)′ = ١ − ل (أ ∪ ب)

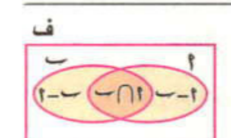
٥ **لاحظ الفرق بين التعبيرات الآتية :**

* احتمال عدم وقوع أ أو عدم وقوع ب ⟸ ل (أ′ ∪ ب′)
* احتمال عدم وقوع أ أو وقوع ب ⟸ ل (أ′ ∪ ب)
* احتمال عدم وقوع (أ أو ب) ⟸ ل (أ ∪ ب)′ «باقى التعبيرات اللفظية راجع الجدول السابق»

٦ أ − ب = أ ∩ ب′ = ب′ ∩ أ = ب′ − أ′

ولذلك نجد أن :

* ل (أ ∩ ب′) = ل (أ − ب) = ل (أ) − ل (أ ∩ ب)
* ل (ب′ − أ′) = ل (أ − ب) = ل (أ) − ل (أ ∩ ب)
* ل (أ′ ∪ ب) = ل (أ ∩ ب′)′ = ل (أ − ب)′ = ١ − ل (أ − ب)



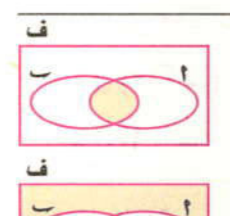
٧ **من الشكل المقابل نجد أن :**

* ل (أ − ب) + ل (ب − أ) = ل (أ ∪ ب) − ل (أ ∩ ب)

= ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب) − ل (أ ∩ ب)

= ل (أ) + ل (ب) − ٢ ل (أ ∩ ب)

* ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب − أ) = ل (ب) + ل (أ − ب)



٨ * ل (أ − ب′) = ل (أ ∩ ب)

* ل (أ′ − ب) = ل (أ′ ∩ ب′)

= ل (أ ∪ ب)′ = ١ − ل (أ ∪ ب)

٩ يمكنك دائمًا حل مسائل الاحتمالات باستخدام أشكال فن بجانب القوانين والجدول السابقين.

مثال ١

إذا كان س ، ص حدثين من فضاء عينة ف وكان : ل (س) = ٠,٣٥ ، ل (ص) = ٠,٤٨ ، ل (س ∪ ص) = ٠,٦

فأوجد : ١ ل (سَ) ، ل (صَ) | ٢ ل (س ∩ ص) | ٣ ل (س ∩ صَ)
٤ ل (سَ ∩ صَ) | ٥ ل (سَ ∪ صَ)

الحـــل

١ ل (سَ) = ١ − ل (س) = ١ − ٠,٣٥ = ٠,٦٥ ، ل (صَ) = ١ − ل (ص) = ١ − ٠,٤٨ = ٠,٥٢

٢ ∵ ل (س ∪ ص) = ل (س) + ل (ص) − ل (س ∩ ص)

∴ ٠,٦ = ٠,٣٥ + ٠,٤٨ − ل (س ∩ ص)

∴ ل (س ∩ ص) = ٠,٣٥ + ٠,٤٨ − ٠,٦ = ٠,٢٣

٣ ل (س ∩ صَ) = ل (س − ص) = ل (س) − ل (س ∩ ص) = ٠,٣٥ − ٠,٢٣ = ٠,١٢

٤ ل (سَ ∩ صَ) = ل (س ∪ ص)َ = ١ − ل (س ∪ ص) = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

٥ ل (سَ ∪ صَ) = ل (س ∩ ص)َ = ١ − ل (س ∩ ص) = ١ − ٠,٢٣ = ٠,٧٧

مثال ٢

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ) = ل (أَ) ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٦}$

، ل (ب) = $\frac{٥}{٨}$ ل (أ)

أوجد : ١ ل (ب) | ٢ ل (أ ∪ ب) | ٣ ل (أ − ب)
٤ ل (ب ∪ أَ) | ٥ ل (أَ ∪ بَ)

الحـــل

∵ ل (أ) = ل (أَ) ∴ ل (أ) = $\frac{١}{٢}$

١ ل (ب) = $\frac{٥}{٨} \times \frac{١}{٢} = \frac{٥}{١٦}$

٢ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢} + \frac{٥}{١٦} - \frac{١}{١٦} = \frac{٣}{٤}$

٣ ل (أ − ب) = ل (أ) − ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢} - \frac{١}{١٦} = \frac{٧}{١٦}$

٤ ل (ب ∪ أَ) = ل (أ − ب)َ = ١ − ل (أ − ب) = ١ − $\frac{٧}{١٦} = \frac{٩}{١٦}$

٥ ل (أَ ∪ بَ) = ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٦}$

مثال ٣

إذا كان ٲ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (ٲ ∩ بَ) = $\frac{١}{٤}$

أوجد قيمة ل (ٲ) إذا كان :

١ ٲ ، ب حدثين متنافيين.　　٢ ب ⊂ ٲ　　٣ ل (ٲ ∩ ب) = $\frac{١}{١٢}$

الحل

∵ ل (ٲ ∩ بَ) = $\frac{١}{٤}$　　∴ ل (ٲ − ب) = $\frac{١}{٤}$　　∴ ل (ٲ) − ل (ٲ ∩ ب) = $\frac{١}{٤}$

١ ∵ ٲ ، ب حدثان متنافيان　　∴ ل (ٲ ∩ ب) = صفر　　∴ ل (ٲ) = $\frac{١}{٤}$

٢ ∵ ب ⊂ ٲ　　∴ ل (ٲ ∩ ب) = ل (ب)

∴ ل (ٲ) − ل (ب) = $\frac{١}{٤}$　　∴ ل (ٲ) − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{١}{٤}$　　∴ ل (ٲ) = $\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٧}{١٢}$

٣ ∵ ل (ٲ ∩ ب) = $\frac{١}{١٢}$　　∴ ل (ٲ) − $\frac{١}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$　　∴ ل (ٲ) = $\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{١٢}$ = $\frac{١}{٣}$

مثال ٤

إذا كان ٲ ، ب حدثين من فضاء عينة وكان ل (ٲ) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (ٲ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد :

١ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل.

٢ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر.

٣ احتمال وقوع الحدث ب وعدم وقوع الحدث ٲ

٤ احتمال عدم وقوع الحدث ٲ

٥ احتمال عدم وقوع أى من الحدثين.

٦ احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر.

الحل

١ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل = ل (ٲ ∪ ب) = ل (ٲ) + ل (ب) − ل (ٲ ∩ ب)

= ٠,٥ + ٠,٦ − ٠,٤ = ٠,٧

٢ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر = ل (ٲ ∩ ب)َ = ١ − ل (ٲ ∩ ب) = ١ − ٠,٤ = ٠,٦

٣ احتمال وقوع الحدث ب وعدم وقوع الحدث ٲ = ل (ب − ٲ) = ل (ب) − ل (ٲ ∩ ب)

= ٠,٦ − ٠,٤ = ٠,٢

٤ احتمال عدم وقوع الحدث ٲ = ل (ٲَ) = ١ − ل (ٲ) = ١ − ٠,٥ = ٠,٥

٥ احتمال عدم وقوع أى من الحدثين = ل (ٲ ∪ ب)َ = ١ − ل (ٲ ∪ ب) = ١ − ٠,٧ = ٠,٣

٦ احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر = ل (ٲ ∪ ب) − ل (ٲ ∩ ب)

= ٠,٧ − ٠,٤ = ٠,٣

مثال ٥

ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة. أوجد احتمالات الأحداث الآتية :

١ $أ_١$ حدث «الحصول على العدد ٣».

٢ $أ_٢$ حدث «الحصول على عدد أكبر من ٤».

٣ $أ_٣$ حدث «الحصول على عدد زوجى».

٤ $أ_٤$ حدث «الحصول على عدد أولى».

٥ $أ_٥$ حدث «الحصول على عدد زوجى وأولى».

٦ $أ_٦$ حدث «الحصول على عدد زوجى أو أولى».

الحل

ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ∴ ن(ف) = ٦

١ $أ_١$ = {٣} ∴ ل($أ_١$) = $\frac{١}{٦}$

٢ $أ_٢$ = {٥ ، ٦} ∴ ل($أ_٢$) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

٣ $أ_٣$ = {٢ ، ٤ ، ٦} ∴ ل($أ_٣$) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

٤ $أ_٤$ = {٢ ، ٣ ، ٥} ∴ ل($أ_٤$) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

٥ $أ_٥$ = $أ_٣ \cap أ_٤$ = {٢} ∴ ل($أ_٥$) = $\frac{١}{٦}$

٦ $أ_٦$ = $أ_٣ \cup أ_٤$ = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ∴ ل($أ_٦$) = $\frac{٥}{٦}$

أ، ل($أ_٦$) = ل($أ_٣ \cup أ_٤$) = ل($أ_٣$) + ل($أ_٤$) − ل($أ_٣ \cap أ_٤$) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٥}{٦}$

مثال ٦

ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين. أوجد احتمالات الأحداث الآتية :

١ $أ_١$ حدث «الحصول على صورة فى كل من الرميتين».

٢ $أ_٢$ حدث «الحصول على كتابة واحدة على الأكثر».

٣ $أ_٣$ حدث «الحصول على كتابة واحدة على الأقل».

٤ $أ_٤$ حدث «الحصول على صورة واحدة فقط».

الحل

ف = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك)} ∴ ن(ف) = ٤

١ $أ_١$ = {(ص ، ص)} ∴ ل($أ_١$) = $\frac{١}{٤}$

٢ $أ_٢$ = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص)} ∴ ل($أ_٢$) = $\frac{٣}{٤}$

٣ $أ_٣$ = {(ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك)} ∴ ل($أ_٣$) = $\frac{٣}{٤}$

٤ $أ_٤$ = {(ص ، ك) ، (ك ، ص)} ∴ ل($أ_٤$) = $\frac{٢}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$

مثال ٧

سحبت بطاقة عشوائيًا من بين ٣٠ بطاقة مرقمة بالأرقام من ١ إلى ٣٠

أوجد احتمالات الأحداث الآتية :

١ $أ_1$ البطاقة المسحوبة تحمل عددًا يقبل القسمة على ٥

٢ $أ_2$ البطاقة المسحوبة تحمل عددًا يقبل القسمة على ٧

٣ $أ_3$ البطاقة المسحوبة تحمل عددًا يقبل القسمة على ٥ ، ٧

٤ $أ_4$ البطاقة المسحوبة تحمل عددًا يقبل القسمة على ٥ أ، ٧

٥ $أ_5$ البطاقة المسحوبة تحمل عددًا مربعًا كاملاً.

الحل

ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ... ، ٣٠} ∴ ن(ف) = ٣٠

١ $أ_1$ = {٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠} ∴ ل ($أ_1$) = $\frac{٦}{٣٠} = \frac{١}{٥}$

٢ $أ_2$ = {٧ ، ١٤ ، ٢١ ، ٢٨} ∴ ل ($أ_2$) = $\frac{٤}{٣٠} = \frac{٢}{١٥}$

٣ $أ_3 = أ_1 \cap أ_2 = \varnothing$ (أى أن $أ_1$ ، $أ_2$ حدثان متنافيان). ∴ ل ($أ_3$) = صفر

٤ $أ_4 = أ_1 \cup أ_2$ = {٥ ، ٧ ، ١٠ ، ١٤ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٥ ، ٢٨ ، ٣٠}

∴ ل ($أ_4$) = $\frac{١٠}{٣٠} = \frac{١}{٣}$ أ، ل ($أ_4$) = ل ($أ_1$) + ل ($أ_2$) = $\frac{١}{٥} + \frac{٢}{١٥} = \frac{١}{٣}$

٥ $أ_5$ = {١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥} ∴ ل ($أ_5$) = $\frac{٥}{٣٠} = \frac{١}{٦}$

مثال ٨

كيس يحتوى على ٩ كرات متماثلة «٤ بيضاء ، ٣ حمراء ، ٢ سوداء». سحبت كرة عشوائيًا من الكيس.

احسب احتمالات الأحداث الآتية :

١ $أ_1$ حدث «الكرة المسحوبة بيضاء».

٢ $أ_2$ حدث «الكرة المسحوبة حمراء».

٣ $أ_3$ حدث «الكرة المسحوبة سوداء».

٤ $أ_4$ حدث «الكرة المسحوبة بيضاء أو سوداء».

٥ $أ_5$ حدث «الكرة المسحوبة ليست سوداء».

٦ $أ_6$ حدث «الكرة المسحوبة بيضاء أو حمراء أو سوداء».

الحل

حيث إن السحب يتم عشوائيًا لذلك فإن الكرات التسع فى الكيس تكون لها نفس القيم الاحتمالية وعلى ذلك فإن :

١ ل ($أ_1$) = $\frac{\text{عدد الكرات البيضاء}}{\text{عدد الكرات بالكيس}} = \frac{٤}{٩}$

٢ ل ($أ_2$) = $\frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{عدد الكرات بالكيس}} = \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$

٣ ل $(أ_٣)$ = $\frac{\text{عدد الكرات السوداء}}{\text{عدد الكرات بالكيس}} = \frac{٢}{٩}$

٤ ل $(أ_٤)$ = $\frac{\text{عدد الكرات البيضاء والسوداء}}{\text{عدد الكرات بالكيس}} = \frac{٤ + ٢}{٩} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

٥ ل $(أ_٥)$ = $\frac{\text{عدد الكرات غير السوداء}}{\text{عدد الكرات بالكيس}} = \frac{٤ + ٣}{٩} = \frac{٧}{٩}$

لاحظ أن

$أ_٥$ هو الحدث المكمل للحدث $أ_٣$ ∴ ل $(أ_٥)$ = ١ − ل $(أ_٣)$ = ١ − $\frac{٢}{٩} = \frac{٧}{٩}$

٦ ل $(أ_٦)$ = $\frac{\text{عدد الكرات البيضاء والحمراء والسوداء}}{\text{عدد الكرات بالكيس}} = \frac{٩}{٩} = ١$

مثال ٩

يوجه صيادان نيرانهما إلى ثعلب ، فإذا كان احتمال أن يصيب الأول الثعلب هو $\frac{١}{٢}$ واحتمال أن يصيب الثانى الثعلب هو $\frac{٢}{٣}$ واحتمال أن يصيب الاثنان معًا الثعلب هو $\frac{١}{٣}$ **فأوجد :**

١ احتمال إصابة الثعلب.

٢ احتمال عدم إصابة الثعلب.

٣ احتمال أن يصيب الصياد الأول وحده الثعلب.

٤ احتمال إصابة الثعلب من الصياد الثانى فقط.

٥ احتمال إصابة الثعلب من أحدهما فقط.

٦ احتمال إصابة الثعلب من أحدهما على الأكثر.

الحل

بفرض أن أ هو حدث أن يصيب الأول الثعلب ∴ ل (أ) = $\frac{١}{٢}$

، ب هو حدث أن يصيب الثانى الثعلب ∴ ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$

فيكون أ ∩ ب هو حدث أن يصيب الاثنان معًا الثعلب ∴ ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٣}$

١ احتمال إصابة الثعلب = ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٣} - \frac{١}{٣} = \frac{٥}{٦}$

٢ احتمال عدم إصابة الثعلب = ل $(أ ∪ ب)'$ = ١ − $\frac{٥}{٦} = \frac{١}{٦}$

٣ احتمال أن يصيب الصياد الأول وحده الثعلب = ل (أ − ب) = ل (أ) − ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣} = \frac{١}{٦}$

٤ احتمال إصابة الثعلب من الصياد الثانى فقط = ل (ب − أ) = ل (ب) − ل (أ ∩ ب) = $\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٣} = \frac{١}{٣}$

٥ احتمال إصابة الثعلب من أحدهما فقط = ل (أ − ب) + ل (ب − أ) = $\frac{١}{٦} + \frac{١}{٣} = \frac{١}{٢}$

٦ احتمال إصابة الثعلب من أحدهما على الأكثر = ل $(أ ∩ ب)'$ = ١ − ل (أ ∩ ب) = ١ − $\frac{١}{٣} = \frac{٢}{٣}$

مثال ١٠

صُمم حجر نرد بحيث كانت احتمالات ظهور الأعداد الفردية متساوية واحتمالات ظهور الأعداد الزوجية متساوية وكان احتمال ظهور أى عدد زوجى ضعف احتمال ظهور أى عدد فردى فإذا ألقى هذا الحجر مرة واحدة.

أوجد احتمال ظهور كل من الأعداد الستة للنرد ثم احسب احتمال كل من الحدثين الآتيين :

١ أ حدث «الحصول على عدد أولى».

٢ ب حدث «الحصول على عدد ≥ ٣».

الحل

فضاء العينة ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

∴ ل (١) + ل (٢) + ل (٣) + ل (٤) + ل (٥) + ل (٦) = ل (ف) = ١

وبفرض أن : ل (١) = ل (٣) = ل (٥) = س

∴ ل (٢) = ل (٤) = ل (٦) = ٢ س

∴ س + ٢ س + س + ٢ س + س + ٢ س = ١

∴ ٩ س = ١ ∴ س = $\frac{١}{٩}$

∴ ل (١) = ل (٣) = ل (٥) = $\frac{١}{٩}$ ، ل (٢) = ل (٤) = ل (٦) = $\frac{٢}{٩}$

١ ∵ أ = {٢ ، ٣ ، ٥}

∴ ل (أ) = ل ({٢ ، ٣ ، ٥}) = ل (٢) + ل (٣) + ل (٥) = $\frac{٢}{٩}$ + $\frac{١}{٩}$ + $\frac{١}{٩}$ = $\frac{٤}{٩}$

٢ ∵ ب = {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

∴ ل (ب) = ل ({٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}) = ل (٣) + ل (٤) + ل (٥) + ل (٦) = $\frac{١}{٩}$ + $\frac{٢}{٩}$ + $\frac{١}{٩}$ + $\frac{٢}{٩}$ = $\frac{٦}{٩}$ = $\frac{٢}{٣}$

لاحظ أنـه

اصطلح على التعبير عن الحدث ل ({و}) بالصورة ل (و)

ففى المثال السابق ل ({١}) = ل (١) ، ل ({٣}) = ل (٣) وهكذا .....

مثال ١١

تقدم ٥٠ شخصًا للاختبار لشغل إحدى الوظائف فوجد أن ٣٥ شخصًا يجيدون الإنجليزية ، ٢٠ شخصًا يجيدون الفرنسية ، ١٥ شخصًا يجيدون اللغتين الإنجليزية والفرنسية معًا فإذا اختير أحد المتقدمين عشوائيًا

فاحسب احتمالات الأحداث الآتية :

١ $أ_١$ حدث «الشخص المختار يجيد إحدى اللغتين على الأقل».

٢ $أ_٢$ حدث «الشخص المختار لا يجيد أيًا من اللغتين».

٣ $أ_٣$ حدث «الشخص المختار يجيد الإنجليزية فقط».

٤ $أ_٤$ حدث «الشخص المختار يجيد إحدى اللغتين فقط».

٥ $أ_٥$ حدث «الشخص المختار يجيد لغة واحدة على الأكثر من الإنجليزية والفرنسية».

الحـــل

∵ عدد الأشخاص الذين يجيدون الإنجليزية = ٣٥ شخصًا.

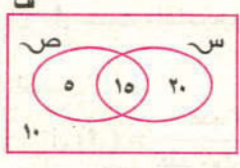
، عدد الأشخاص الذين يجيدون الإنجليزية والفرنسية معًا = ١٥ شخصًا.

∴ عدد الأشخاص الذين يجيدون الإنجليزية فقط = ٣٥ − ١٥ = ٢٠ شخصًا.

بالمثل عدد الأشخاص الذين يجيدون الفرنسية فقط = ٢٠ − ١٥ = ٥ أشخاص.

∴ عدد الأشخاص الذين لا يجيدون أيًا من اللغتين = ٥٠ − (٢٠ + ٥ + ١٥) = ١٠ أشخاص.

ويمكن توضيح هذه الأعداد بالاستعانة بشكل ڤن المقابل.



حيث س تمثل مجموعة الأشخاص الذين يجيدون الإنجليزية وعددهم ٣٥ شخصًا

، ص تمثل مجموعة الأشخاص الذين يجيدون الفرنسية وعددهم ٢٠ شخصًا

فيكون س ∩ ص تمثل مجموعة الأشخاص الذين يجيدون اللغتين معًا وعددهم ١٥ شخصًا ، ف تمثل مجموعة الأشخاص المتقدمين للاختبار وعددهم ٥٠ شخصًا منهم ١٠ أشخاص لا يجيدون أيًا من اللغتين.

١ ل ($أ_١$) = $\frac{\text{عدد الأشخاص الذين يجيدون إحدى اللغتين على الأقل}}{\text{عدد المتقدمين}} = \frac{٢٠ + ٥ + ١٥}{٥٠} = \frac{٤٠}{٥٠} = \frac{٤}{٥}$

لاحظ أن

$أ_١$ = س ∪ ص

∴ ل ($أ_١$) = ل (س ∪ ص) = ل (س) + ل (ص) − ل (س ∩ ص) = $\frac{٣٥}{٥٠} + \frac{٢٠}{٥٠} - \frac{١٥}{٥٠} = \frac{٤٠}{٥٠} = \frac{٤}{٥}$

٢ ل ($أ_٢$) = $\frac{\text{عدد الأشخاص الذين لا يجيدون أيًا من اللغتين}}{\text{عدد المتقدمين}} = \frac{١٠}{٥٠} = \frac{١}{٥}$

لاحظ أن

$أ_٢$ هو الحدث المكمل للحدث $أ_١$

∴ ل ($أ_٢$) = ١ − ل ($أ_١$) = ١ − $\frac{٤}{٥} = \frac{١}{٥}$

٣ ل ($أ_٣$) = $\frac{\text{عدد الأشخاص الذين يجيدون الإنجليزية فقط}}{\text{عدد المتقدمين}} = \frac{٢٠}{٥٠} = \frac{٢}{٥}$

لاحظ أن

$أ_٣$ = س − ص

∴ ل ($أ_٣$) = ل (س − ص) = ل (س) − ل (س ∩ ص) = $\frac{٣٥}{٥٠} - \frac{١٥}{٥٠} = \frac{٢٠}{٥٠} = \frac{٢}{٥}$

٤ ل ($أ_٤$) = $\frac{\text{عدد الأشخاص الذين يجيدون إحدى اللغتين فقط}}{\text{عدد المتقدمين}} = \frac{٢٠ + ٥}{٥٠} = \frac{٢٥}{٥٠} = \frac{١}{٢}$

٥ ل ($أ_٥$) = $\frac{\text{عدد الأشخاص الذين يجيدون لغة واحدة على الأكثر}}{\text{عدد المتقدمين}} = \frac{٢٠ + ٥ + ١٠}{٥٠} = \frac{٣٥}{٥٠} = \frac{٧}{١٠}$

لاحظ أن

$أ_٥$ هو الحدث المكمل لحدث «الشخص المختار يجيد اللغتين معًا»

أى مكمل للحدث س ∩ ص

∴ ل ($أ_٥$) = ١ − ل (س ∩ ص) = ١ − $\frac{١٥}{٥٠} = \frac{٣٥}{٥٠} = \frac{٧}{١٠}$

مثال ١٢

بلغ عدد زوار أحد المعارض الفنية فى أحد الأيام ١٢٠ زائرًا موزعين كما فى الجدول المقابل :

فإذا اختير عشوائيًا أحد الزوار. **فاحسب احتمالات الأحداث الآتية :**

١ $أ_1$ حدث «الشخص المختار من الذكور».

٢ $أ_2$ حدث «الشخص المختار من الأجانب».

٣ $أ_3$ حدث «الشخص المختار من الذكور الأجانب».

٤ $أ_4$ حدث «الشخص المختار من الذكور أو من الأجانب».

	عربى	أجنبى	مجموع
ذكر	٤٨	١٦	٦٤
أنثى	٣٢	٢٤	٥٦
مجموع	٨٠	٤٠	١٢٠

الحل

١ $ل(أ_1) = \frac{\text{عدد الذكور}}{\text{عدد زوار المعرض}} = \frac{٦٤}{١٢٠} = \frac{٨}{١٥}$

٢ $ل(أ_2) = \frac{\text{عدد الأجانب}}{\text{عدد زوار المعرض}} = \frac{٤٠}{١٢٠} = \frac{١}{٣}$

٣ $ل(أ_3) = \frac{\text{عدد الذكور الأجانب}}{\text{عدد زوار المعرض}} = \frac{١٦}{١٢٠} = \frac{٢}{١٥}$

لاحظ أن

٤ $أ_3 = أ_1 \cap أ_2$ $\therefore$ $ل(أ_3) = ل(أ_1 \cap أ_2) = \frac{٢}{١٥}$

وأن $أ_4 = أ_1 \cup أ_2$

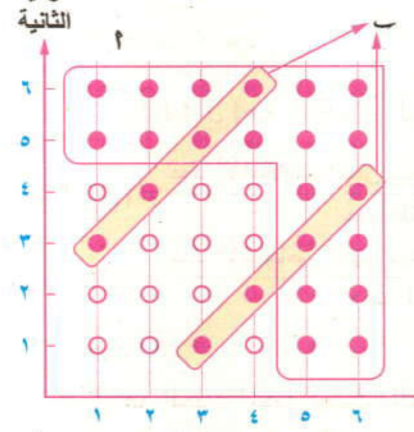
$\therefore$ $ل(أ_4) = ل(أ_1 \cup أ_2) = ل(أ_1) + ل(أ_2) - ل(أ_1 \cap أ_2) = \frac{٨}{١٥} + \frac{١}{٣} - \frac{٢}{١٥} = \frac{٨ + ٥ - ٢}{١٥} = \frac{١١}{١٥}$

مثال ١٣

فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين إذا كان الحدث أ هو حدث الحصول على عددين أحدهما $\geq$ ٥ ، الحدث ب هو حدث الحصول على عددين الفرق المطلق بينهما = ٢

فاحسب كلاً من : ١ ل (أ) ، ل ($\bar{أ}$) | ٢ ل (ب) ، ل ($\bar{ب}$) | ٣ ل (أ $\cap$ ب) | ٤ ل (أ $\cup$ ب) | ٥ ل (أ − ب)

الحل



بالنظر إلى الشكل المقابل نجد أن :

١ عدد عناصر الحدث أ = ٢٠ عنصرًا $\therefore$ $ل(أ) = \frac{٢٠}{٣٦} = \frac{٥}{٩}$

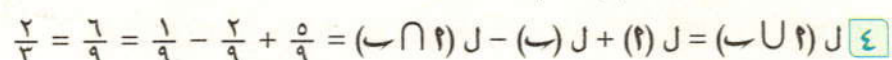
ويكون $ل(\bar{أ}) = ١ - ل(أ) = ١ - \frac{٥}{٩} = \frac{٤}{٩}$

٢ عدد عناصر الحدث ب = ٨ عناصر $\therefore$ $ل(ب) = \frac{٨}{٣٦} = \frac{٢}{٩}$

ويكون $ل(\bar{ب}) = ١ - ل(ب) = ١ - \frac{٢}{٩} = \frac{٧}{٩}$

٣ $\because$ عدد العناصر المشتركة بين الحدثين أ ، ب = ٤ عناصر

$\therefore$ $ل(أ \cap ب) = \frac{٤}{٣٦} = \frac{١}{٩}$



٤ $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب) = \frac{٥}{٩} + \frac{٢}{٩} - \frac{١}{٩} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

٥ $ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب) = \frac{٥}{٩} - \frac{١}{٩} = \frac{٤}{٩}$

تمـارين 6 على مسلمات وقوانين الاحتمال - حساب الاحتمال



اختبر نفسك

من أسئلة الكتاب المدرسي • تذكر • فهم • تطبيق • مستويات عليا

أولًا / أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) احتمال الحدث المؤكد = ...

(أ) $\varnothing$ (ب) ف (جـ) صفر (د) ١

(٢) إذا كان احتمال وقوع الحدث أ هو $\frac{٣}{٥}$ فإن احتمال عدم وقوعه = ...

(أ) ٠,٦ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) صفر (د) ٤٠ ٪

(٣) إذا كان : ل (أ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٦}$ فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) $\frac{١١}{١٢}$ (ب) $\frac{٧}{١٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

(٤) إذا كان : ل (أ) = ٠,٥٢ ، ل (ب) = ٠,٥٦ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٨٦

فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ٠,٢٢ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٣١ (د) ٠,٣٤

(٥) إذا كان : ل (أ) = ٠,٤ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,١ فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) ٠,١ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٥

(٦) إذا كان : ل (أ ∩ ب) = ٠,٦ ، ل (ب − أ) = ٠,١ فإن : ل (ب) = ...

(أ) ٠,١ (ب) ٠,٥ (جـ) ٠,٦ (د) ٠,٧

(٧) إذا كان : ل (أ) = ٠,٦ ، ل (ب − أ) = ٠,٣ فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٧ (جـ) ٠,٩ (د) ١

(٨) إذا كان : أ ∩ ب = $\varnothing$ ، ل (أ́) = ٠,٧ ، ل (ب́) = ٠,٤

فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ٠,٨ (ب) ٠,٣ (جـ) ١ (د) ٠,٩

(٩) إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ،

ل (أ ∩ ب)́ = $\frac{٣}{٤}$ فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٧}{١٢}$ (د) $\frac{١}{٢}$

(١٠) إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة لتجربة عشوائية بحيث : ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٥

، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ فإن احتمال عدم وقوع أى من الحدثين أ أو ب = ...

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٧ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٩

(١١) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف وكان : ل (ب) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (أ ∪ ب)َ = ٠,٠٥
فإن : ل (أ) = ...

(أ) ٠,٧٥ (ب) ٠,٧ (جـ) ٠,٩٥ (د) ٠,٢

(١٢) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان : أ ⊂ ب ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{٢}{٥}$
، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٤}{٥}$ فإن : ل (أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$

(١٣) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن احتمال الحصول على العدد ٥ فى إحدى الرميتين والعدد ٦ فى الرمية الأخرى هو ....

(أ) $\frac{١}{٣٦}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{١٨}$ (د) $\frac{١}{٩}$

(١٤) إذا أُختير حرفًا عشـوائيًا من حروف المجموعة : ف = {أ ، ب ، حـ ، ء ، هـ ، و ، س ، ك ، م ، ع}
فإن احتمال أن يكون هذا الحرف هو أحد حروف كلمة مبروك هو ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

(١٥) فصل به ٤٢ طالبًا نجح منهم فى آخر العام ٣٥ طالبًا فإذا اختير طالب عشوائيًا
فإن احتمال أن يكون راسبًا هو ....

(أ) $\frac{٥}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) صفر (د) ١

(١٦) إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة أو كتابة يساوى ....

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ١

(١٧) ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين فإن احتمال ظهور صورة واحدة على الأكثر = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

(١٨) صندوق به ٣٠ بطاقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ٣٠ ، سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا من هذا الصندوق
فإن احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة مرقمة بعدد فردى مكعب كامل = ...

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{١٠}$ (جـ) $\frac{١}{٣٠}$ (د) $\frac{١}{١٥}$

(١٩) إذا كان : ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,١
فإن : ل (أَ ∩ بَ) = ...

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,١

(٢٠) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن : ل (أَ ∪ بَ) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٠,٥ (د) ٥٠ ٪

(٢١) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٤}$
، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٥}$ فإن : ل (أَ ∪ ب) = ...

(أ) $\frac{١٩}{٢٠}$ (ب) $\frac{١}{٢٠}$ (جـ) $\frac{٧}{٢٠}$ (د) $\frac{١٣}{٢٠}$

(٢٢) إذا كان : ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٥}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٤}{٥}$ فإن : ل (أَ ∩ ب) = ...

(أ) $\frac{١}{١٠}$ (ب) $\frac{٣}{١٠}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) ٠,٦

(٢٣) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما وكان :

ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ ∪ ب)َ = $\frac{١}{٣}$ وكان أ ⊃ ب فإن : ل (ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{١٢}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

(٢٤) إذا كان : أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ ∪ ب) = ٠,٨٥ ، ل (أ) = ٠,٧٥ ، ل (بَ) = ٠,٦

فإن : ل (أَ ∪ بَ) = ...

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,١٥ (د) ٠,٧

(٢٥) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ) = $\frac{٢}{٣}$

فإن ل (أ − ب) = ...

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ١

(٢٦) أ ، ب حدثان ينتميان إلى فضاء العينة ف المصاحب لتجربة عشوائية ما بحيث كان ل (أ) = ل (ب)

فإذا علمت أن ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٨ فإن : ل (أَ ∩ ب) = ...

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٨ (د) ٠,٢

(٢٧) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة (ف) وكان ل (أ) : ل (ب) = ٢ : ٣ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,١

، ل (أ ∪ ب) = ٠,٧ فإن : ل (أ) = ...

(أ) ٠,١٦ (ب) ٠,٤٨ (جـ) ٠,٣٢ (د) ٠,٦

(٢٨) 📖 يحتوى صندوق على تسع بطاقات متماثلة تحمل الأرقام من ١ إلى ٩ ، اختيرت بطاقة عشوائيًا ، فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة رقمًا يقسم العدد ٩ أو رقمًا فرديًا هو ....

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{٧}{٩}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٥}{٩}$

(٢٩) سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا من ٥٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٥٠ فإن احتمال أن يكون العدد على البطاقة المسحوبة مربع كامل هو ....

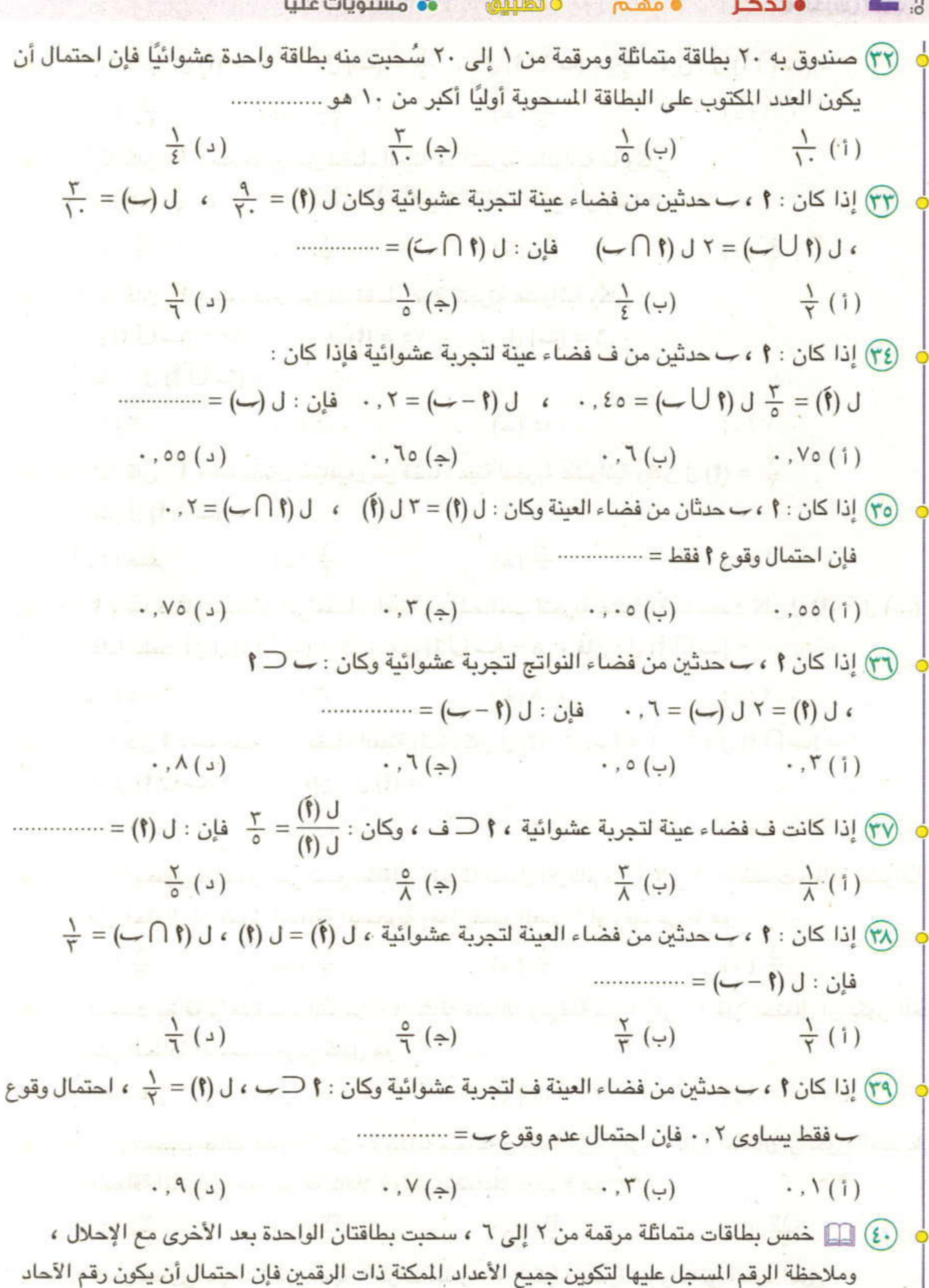
(أ) ٪٢٠ (ب) ٪١٤ (جـ) ٪١٢ (د) ٪٦

(٣٠) 📖 سحبت بطاقة عشوائيًا من ٥٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٥٠ فإن احتمال أن يكون العدد على البطاقة المسحوبة ليس مربعًا كاملاً ، وليس مضاعفًا للعدد ٧ هو ....

(أ) $\frac{٧}{٥٠}$ (ب) $\frac{٣٣}{٥٠}$ (جـ) $\frac{٣٧}{٥٠}$ (د) $\frac{١٣}{٥٠}$

(٣١) كيس يحتوى على ٢٥ كرة منها ٤ كرات صفراء ، ٧ كرات حمراء ، والباقى أسود اللون ، فإذا سحبت كرة عشوائيًا . فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة سوداء أو صفراء = ...

(أ) $\frac{٧}{٢٥}$ (ب) $\frac{٤}{٢٥}$ (جـ) $\frac{١٨}{٢٥}$ (د) $\frac{١٤}{٢٥}$



(٣٢) صندوق به ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠ سُحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة أوليًا أكبر من ١٠ هو ....

(أ) $\frac{١}{١٠}$ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{١٠}$ (د) $\frac{١}{٤}$

(٣٣) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ) = $\frac{٩}{٢٠}$ ، ل (ب) = $\frac{٣}{١٠}$

، ل (أ ∪ ب) = ٢ ل (أ ∩ ب) فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) $\frac{١}{٦}$

(٣٤) إذا كان : أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية فإذا كان :

ل (أَ) = $\frac{٣}{٥}$ ل (أ ∪ ب) = ٠,٤٥ ، ل (أ − ب) = ٠,٢ فإن : ل (ب) = ...

(أ) ٠,٧٥ (ب) ٠,٦ (جـ) ٠,٦٥ (د) ٠,٥٥

(٣٥) إذا كان : أ ، ب حدثان من فضاء العينة وكان : ل (أ) = ٣ ل (أَ) ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢

فإن احتمال وقوع أ فقط = ...

(أ) ٠,٥٥ (ب) ٠,٠٥ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٧٥

(٣٦) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء النواتج لتجربة عشوائية وكان : ب ⊂ أ

، ل (أ) = ٢ ل (ب) = ٠,٦ فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٥ (جـ) ٠,٦ (د) ٠,٨

(٣٧) إذا كانت ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ، أ ⊂ ف ، وكان : $\frac{\text{ل (أَ)}}{\text{ل (أ)}}$ = $\frac{٣}{٥}$ فإن : ل (أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{٣}{٨}$ (جـ) $\frac{٥}{٨}$ (د) $\frac{٢}{٥}$

(٣٨) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ، ل (أَ) = ل (أ) ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٣}$

فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٥}{٦}$ (د) $\frac{١}{٦}$

(٣٩) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان : أ ⊂ ب ، ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، احتمال وقوع ب فقط يساوي ٠,٢ فإن احتمال عدم وقوع ب = ...

(أ) ٠,١ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٧ (د) ٠,٩

(٤٠) خمس بطاقات متماثلة مرقمة من ٢ إلى ٦ ، سحبت بطاقتان الواحدة بعد الأخرى مع الإحلال ، وملاحظة الرقم المسجل عليها لتكوين جميع الأعداد الممكنة ذات الرقمين فإن احتمال أن يكون رقم الآحاد عددًا أوليًا أو رقم العشرات عددًا فرديًا = ...

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٢٣}{٢٥}$ (د) $\frac{١٩}{٢٥}$

(٤١) صندوق به ٨ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٨ ، سحبت بطاقتان واحدة بعد الأخرى مع الإحلال فإن احتمال أن يكون الفرق المطلق بين الرقمين يساوى ٣ هو ....

(أ) $\frac{٥}{٣٢}$ (ب) $\frac{٢}{١٧}$ (جـ) $\frac{٢١}{٦٤}$ (د) $\frac{١}{٤}$

(٤٢) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية عناصرها ذات احتمالات متساوية ، وكان ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ) = ١ − ل (ب) ، فإن : ....

(أ) ن(أ) = ن(ب) (ب) ن(أ) > ن(ب)

(جـ) ن(أ) < ن(ب) (د) ن(أ) + ن(ب) = ١

(٤٣) صمم حجر نرد بحيث عند إلقائه تكون احتمالات ظهور الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ متساوية ، احتمال ظهور العدد ٦ يساوى ثلاثة أمثال احتمال ظهور العدد ١ فإن احتمال ظهور عدد زوجى = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٣}{٨}$ (جـ) $\frac{٥}{٨}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

(٤٤) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة على منضدة ، ولوحظ العدد الظاهر على وجهه العلوى فإن احتمال ألا يزيد هذا العدد عن ٥ ولا يقل عن ٣ هو ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

(٤٥) فى تجربة إلقاء حجر نرد مرتين فإن احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين على الوجه العلوى عدد أولى = ...

(أ) $\frac{٧}{١٨}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٥}{١١}$ (د) $\frac{٥}{١٢}$

(٤٦) إذا ألقى حجر نرد منتظم ثلاث مرات متتالية فإن احتمال الحصول على ثلاثة أعداد متشابهة هو ....

(أ) $\frac{١}{٣٦}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{٥}{٦}$ (د) $\frac{١}{٢١٦}$

(٤٧) إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجى غير أولى = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

(٤٨) ألقى حجر نرد ثلاث مرات ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن احتمال أن يكون مجموع الأرقام الظاهرة هو ١٨ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣٦}$ (جـ) $\frac{١}{٢١٦}$ (د) $\frac{١}{١٠٨}$

(٤٩) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإذا كان الحدث أ هو «ظهور عدد فردى» ، والحدث ب هو «ظهور عدد أقل من ٥» فإن احتمال وقوع أحدهما على الأقل هو ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٥}{٦}$ (د) $\frac{١}{٣}$

(٥٠) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين ، فإن احتمال الحصول على عدد زوجى فى الرمية الأولى وعدد أولى فى الرمية الثانية هو ....

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{٩}$ (د) $\frac{١}{٤}$

(٥١) فى تجربة إلقاء قطعة نقود ٣ مرات متتالية وملاحظة تتابع الصور والكتابات فإن احتمال ظهور كتابتين على الأقل = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{٣}{٨}$

(٥٢) أ ، ب ، حـ ثلاثة أحداث متنافية من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما بحيث ف = أ ∪ ب ∪ حـ
فإذا كان ل (أ) = ل (ب) ، ل (حـ) = $\frac{١}{٢}$ ل (أ) فإن : ل (أ − حـ) = ...

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{١}{٢}$

(٥٣) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = ٠,٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∩ بَ) = ٠,٣ فإن : ل (ب) = ...

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,٩

(٥٤) إذا كان فضاء العينة لتجربة عشوائية هو ف = {أ ، ب ، حـ ، ء} وكان ل ({ب}) = ٠,٣٣ ، ل ({ب ، حـ}) = ٠,٤٥ ، ل ({ب ، ء}) = ٠,٦٥ فإن : ل ({أ}) = ...

(أ) ٠,٧٧ (ب) ٠,٢٣ (جـ) ٠,١١ (د) ٠,٠١

(٥٥) إذا كان ف = {أ ، ب ، حـ} فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ،
وكان : ٢٠ ل (أ) = ١٥ ل (ب) = ١٢ ل (حـ) فإن : ل (ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{٥}{١٢}$ (د) $\frac{١٥}{٤٧}$

(٥٦) إذا كان ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية حيث ف = {أ ، ب ، حـ} ، وكان $\frac{ل (أَ)}{ل (أ)} = \frac{٨}{٣}$ ، $\frac{ل (بَ)}{ل (ب)} = \frac{٥}{٢}$ فإن : ل (حـ) = ...

(أ) $\frac{٣}{١١}$ (ب) $\frac{٢}{٧}$ (جـ) $\frac{٦}{٧٧}$ (د) $\frac{٣٤}{٧٧}$

(٥٧) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان ل (بَ) = ٠,٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٨ ، ل (أ ∩ ب) = ل (أ) × ل (ب) فإن : ل (أ) = ...

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٧ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٦

(٥٨) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن احتمال وقوع أحدهما فقط هو ....

(أ) ل (أ ∪ ب) (ب) ل (أ ∪ ب)َ
(جـ) ل (أ ∪ ب) − ل (أ ∩ ب) (د) ل (أ ∩ ب)

(٥٩) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ف
فإن احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر = ...

(أ) ل (أ) + ل (ب) (ب) ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)
(جـ) ل (أ) + ل (ب) + ل (أ ∩ ب) (د) ل (أ) + ل (ب) − ٢ ل (أ ∩ ب)

(٦٠) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان احتمال وقوع الحدث ب وعدم وقوع الحدث أ = ٠,١٨ ، واحتمال وقوع أحد الحدثين أ ، ب بالضبط = ٠,٤٣ فإن احتمال وقوع أ فقط = ...

(أ) ٠,٢٥ (ب) ٠,٠٩ (جـ) ٠,٦١ (د) ٠,٧

(٦١) أربع رجال ؟ ، ب ، حـ ، ء يقفوا فى صف واحد فإن احتمال أن يقف الرجل (؟) على أحد نهايتى الصف هو ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٦}$

(٦٢) إذا كان احتمال نجاح طالب فى الرياضيات ٠,٨ واحتمال نجاحه فى اللغة الفرنسية ٠,٧ واحتمال نجاحه فى المادتين معًا ٠,٥٦

فإن احتمال نجاحه فى الرياضيات وعدم نجاحه فى اللغة الفرنسية = ...

(أ) ٠,٢٤ (ب) ٠,٩٤ (جـ) ٠,٤٤ (د) ٠,٢

(٦٣) فى احتفال أحد الأندية الرياضية بافتتاح مجمع للصالات ، إذا كان احتمال حضور المحافظ ٠,٨ ، واحتمال حضور وزير الشباب والرياضة ٠,٩ ، واحتمال حضورهما معًا ٠,٧٢

فإن احتمال حضور أحدهما على الأقل = ...

(أ) ٠,٨ (ب) ٠,٧٥ (جـ) ٠,٩٨ (د) ٠,٢٨

(٦٤) مجموعة من الطلاب تتكون من ٤٨ ولدًا و ٣٢ بنتًا منها ١٨ ولدًا و ٨ بنات من القسم العلمى فإذا اختير أحد الطلاب عشوائيًا فإن احتمال أن يكون بنتًا أو من القسم العلمى هو ....

(أ) $\frac{١٣}{٤٠}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{٣}{٨}$ (د) $\frac{٥}{٨}$

(٦٥) إذا كان ؟ ، ب حدثين من فضاء العينة (ف) لتجربة عشوائية حيث ل (ب) = $\frac{٥}{٧}$

فإن : ل ($\bar{؟}$ ∩ ب) + ل (؟ ∩ ب) = ...

(أ) $\frac{٢}{٧}$ (ب) $\frac{٥}{٧}$ (جـ) ١ (د) صفر

(٦٦) إذا كان ؟ ، ب حدثين من أحداث تجربة عشوائية حيث ل (؟ − ب) = ٠,٣

، ل (ب − ؟) = $\frac{٤}{١٥}$ ، ل ($\bar{؟}$ ∩ $\bar{ب}$) = $\frac{١}{٥}$ فإن : ل (؟ ∩ ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٨}{١٥}$ (جـ) ٠,٦ (د) $\frac{٧}{٣٠}$

(٦٧) إذا كان ؟ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف وكان : ل ($\bar{ب}$) = $\frac{٣}{٤}$

، ل (ف − (؟ ∪ ب)) = $\frac{٢}{٣}$ فإن : ل (؟) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{٢}{٧}$ (د) $\frac{١}{١٢}$

(٦٨) إذا كان ؟ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (؟ − ب) = ل (؟ ∩ ب)

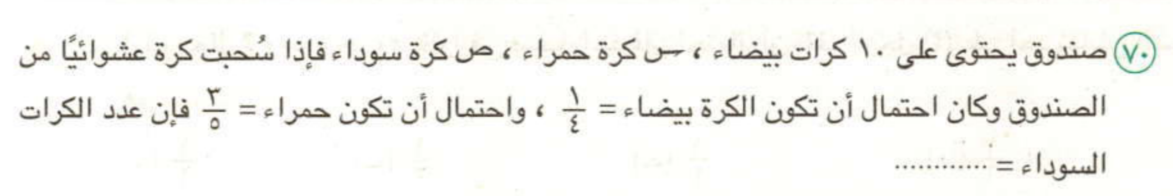
، ٧ ل (؟) = ٦ ل (ب) ، ل (؟ ∪ ب) = $\frac{٥}{٦}$ فإن : ل (؟) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

(٦٩) إذا كان ل (؟) = ل ($\bar{؟}$) ، ل (ب) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (؟ ∪ $\bar{ب}$) = $\frac{٧}{٨}$ حيث ؟ ، ب حدثان من فضاء تجربة عشوائية

فإن : ل ($\bar{؟}$ ∪ $\bar{ب}$) = ...

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٨}$ (د) $\frac{٧}{٨}$



(٧٠) صندوق يحتوى على ١٠ كرات بيضاء ، س كرة حمراء ، ص كرة سوداء فإذا سُحبت كرة عشوائيًا من الصندوق وكان احتمال أن تكون الكرة بيضاء = $\frac{١}{٤}$ ، واحتمال أن تكون حمراء = $\frac{٣}{٥}$ فإن عدد الكرات السوداء = ...

(أ) ٢٤ (ب) ٦ (جـ) ٣٤ (د) ٤٠

(٧١) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان عدد النواتج التى تؤدى إلى وقوع الحدث أ يساوى ١٢ ، وعدد النواتج التى تؤدى إلى وقوع الحدث ب يساوى ١٦ ، وعدد النواتج التى تؤدى إلى وقوع الحدثين أ ، ب معًا يساوى ٨ ، وكان ل (أ ∪ ب) = $\frac{٢}{٥}$ فإن : ل (أَ ∪ بَ) = ...

(أ) $\frac{٢}{٧}$ (ب) $\frac{٨}{٢٥}$ (جـ) $\frac{٢١}{٢٥}$ (د) $\frac{١}{٢}$

(٧٢) صمم حجر نرد بحيث يكون وجهان فيه يحملان الرقم ١ ووجهان يحملان الرقم ٣ ووجهان يحملان الرقم ٥ ثم ألقى هذا الحجر مرتين متتاليتين

فإن احتمال أن يكون الفرق المطلق بين العددين فى الرميتين = ٢ هو ....

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{٩}$ (جـ) $\frac{٤}{٩}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

(٧٣) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن : ل [(أ ∩ بَ) ∪ (ب ∩ أَ)] = ...

(أ) ل (أَ ∩ بَ) (ب) ل (أ ∪ ب)

(جـ) ل (أ ∪ ب) − ل (أ ∩ ب) (د) ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

(٧٤) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ ∩ بَ) = $\frac{١}{١٢}$

، ل (أَ ∩ ب) = $\frac{٥}{١٢}$ ، ل $\overline{(أ ∪ ب)}$ = $\frac{١}{٤}$ فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٦}$

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ما ، ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٨ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ احسب كلًا من :

(١) ل (أَ) (٢) ل (أ ∪ ب) (٣) ل (أ − ب) (٤) ل (أَ ∪ بَ)

«٠,٧ ، ٠,٩ ، ٠,١ ، ٠,٨»

---

٢ إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان ل (أ) = $\frac{٣}{٥}$ ل (أ ∪ ب) = ٠,٤٥

فأوجد ل (ب) فى كل من الحالات الآتية :

(١) أ ، ب حدثان متنافيان. (٢) أ ⊂ ب (٣) ل (أ − ب) = ٠,٢ «٠,٢ ، ٠,٧٥ ، ٠,٥٥»

٣ إذا كان أ ، ب ، حـ ثلاثة أحداث متنافية مثنى مثنى وكان : ل (أ) = ٠,١٢ ، ل (ب) = ٠,٢٨

، ل (حـ) = ٠,٣٢ **فاحسب قيمة كل من :**

① ل (أ ∪ حـ) ② ل (أ − حـ) ③ ل (أ ∩ ب)

④ ل (حـ ∩ ب)َ ⑤ ل (أ ∪ ب ∪ حـ) ⑥ ل (أ ∩ ب ∩ حـ)

⑦ ل (أ ∪ ب)َ

«٠,٤٤ ، ٠,١٢ ، صفر ، ١ ، ٠,٧٢ ، صفر ، ٠,٦»

---

٤ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ، وكان ل (أ) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل (أ ∩ بَ) = $\frac{١}{٨}$

، ل (أَ ∩ بَ) = $\frac{٣}{٨}$ **فأوجد كلاً مما يأتى :**

① ل (أ) ② ل (ب) ③ ل (أَ − ب)

«$\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٨}$»

---

٥ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = س

، ل (أ ∪ ب)َ = $\frac{١}{٣}$

أولاً : أوجد قيمة س فى كل من الحالتين الآتيتين :

① أ ، ب حدثان متنافيان. ② أ ⊂ ب

ثانيًا : إذا كانت : س = $\frac{١}{٤}$ **فأوجد :** ل (أ ∩ ب)

«$\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{١٢}$»

---

٦ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ف ، ل (ب) = $\frac{٤}{٥}$ ل (أ)

، ل (أ − ب) = ٠,٢٤ ، ل (ب ∩ أَ) = ٠,١٥

أوجد : ل (أ) ، ل (ب) ، ل (أ ∪ ب) ، ل (أَ ∪ بَ)

«٠,٤٥ ، ٠,٣٦ ، ٠,٦ ، ٠,٧٩»

---

٧ إذا كان ف = {أ ، ب ، حـ ، ء} فضاء عينة لتجربة عشوائية أوجد :

ل (أ) ، ل (ب) إذا كان : ل (أ) = ٣ ل (ب) ، ل (حـ) = ل (ء) = $\frac{٧}{١٨}$

«$\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{١٨}$»

---

٨ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان ل (أ) = ٠,٦٥ ، ل (بَ) = ٠,٢٥

، ل (أ − ب) = ٠,٠٥ **فأوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :**

① وقوع الحدث ب ② عدم وقوع الحدث أ

③ وقوع الحدث ب فقط. ④ وقوع أحدهما على الأكثر.

⑤ عدم وقوع أى من الحدثين أ أو ب ⑥ عدم وقوع الحدث أ أو وقوع الحدث ب

⑦ عدم وقوع الحدث أ ووقوع الحدث ب

«٠,٧٥ ، ٠,٣٥ ، ٠,١٥ ، ٠,٤ ، ٠,٢ ، ٠,٩٥ ، ٠,١٥»

٩ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف ، وكان ل (أ') = $\frac{١}{٣}$ ل (أ) ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ ∪ ب') = $\frac{٥}{٨}$ فأوجد :

(١) احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل.
(٢) احتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر.
(٣) احتمال وقوع الحدث ب فقط.
(٤) احتمال وقوع أحد الحدثين فقط.

«$\frac{٧}{٨}$ ، $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٢}$»

---

١٠ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان احتمال وقوع الحدث أ = ٠,٥ ، واحتمال وقوع الحدث ب = ٠,٦ واحتمال عدم وقوع الحدثين معًا = ٠,٨ فأوجد :

(١) احتمال وقوع الحدث أ والحدث ب معًا.
(٢) احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل.
(٣) احتمال وقوع الحدث ب وعدم وقوع الحدث أ

«٠,٢ ، ٠,٩ ، ٠,٤»

---

١١ إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية، وكان ل (أ) = $\frac{٢}{٣}$ ل (ب) ، واحتمال حدث وقوع أحدهما على الأكثر يساوى ٠,٧٥ ، واحتمال حدث وقوع أحدهما على الأقل يساوى ٠,٦ .
فأوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

(١) احتمال وقوعهما معًا.
(٢) وقوع أحد الحدثين فقط.
(٣) وقوع ب أو عدم وقوع أ

«٠,٢٥ ، ٠,٣٥ ، ٠,٩١»

---

١٢ ثلاثة خيول أ ، ب ، حـ مشتركة فى سباق فإذا كان احتمال فوز أ ضعف احتمال فوز ب واحتمال فوز ب ضعف احتمال فوز حـ علمًا بأن أحد الخيول فقط هو الذى سيفوز بالسباق. أوجد :

(١) ل (فوز أ)
(٢) ل (فوز حـ)
(٣) ل (فوز أ أو ب)
(٤) ل (فوز ب و حـ)

«$\frac{٤}{٧}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{٦}{٧}$ ، صفر»

---

١٣ يصوب لاعبان أ ، ب فى وقت واحد نحو هدف ما ، فإذا كان احتمال أن يصيب اللاعب أ الهدف هو $\frac{٢}{٥}$ ، واحتمال أن يصيب اللاعب ب الهدف هو $\frac{١}{٤}$ ، واحتمال أن يصيب اللاعبان معًا الهدف هو $\frac{١}{١٠}$ أوجد احتمالات الأحداث الآتية :

(١) $أ_١$ حدث «إصابة الهدف».
(٢) $أ_٢$ حدث «إصابة الهدف من ب فقط».
(٣) $أ_٣$ حدث «عدم إصابة الهدف».
(٤) $أ_٤$ حدث «إصابة للهدف من أحدهما على الأكثر».
(٥) $أ_٥$ حدث «إصابة الهدف من أحدهما دون الآخر».

«$\frac{١١}{٢٠}$ ، $\frac{٣}{٢٠}$ ، $\frac{٩}{٢٠}$ ، $\frac{٩}{١٠}$ ، $\frac{٩}{٢٠}$»

---

١٤ إذا كان احتمال نجاح طالب فى التاريخ هو ٠,٤ ، واحتمال نجاحه فى اللغة العربية هو ٠,٤٥ ، واحتمال نجاحه فى التاريخ واللغة العربية هو ٠,١٨ أوجد احتمال :

(١) نجاحه فى التاريخ فقط.
(٢) رسوبه فى المادتين معًا.
(٣) نجاحه فى مادة واحدة منهما على الأكثر.
(٤) نجاحه فى إحدى المادتين على الأقل.
(٥) عدم نجاحه فى المادتين معًا.

«٠,٢٢ ، ٠,٣٣ ، ٠,٨٢ ، ٠,٦٧ ، ٠,٨٢»

١٥ إذا كان احتمال نجاح حسن فى اختبار الرياضيات هو ٠,٧٢ ، واحتمال رسوبه فى اختبار الفيزياء هو ٠,٣٧ ، وكان احتمال نجاحه فى أحد الاختبارين على الأقل هو ٠,٨٨ . **فأوجد احتمالات الأحداث الآتية :**

(١) نجاح حسن فى كلا الاختبارين.
(٢) نجاح حسن فى أحد الاختبارين على الأكثر.
(٣) نجاح حسن فى أحد الاختبارين دون الآخر.
(٤) رسوب حسن فى كلا الاختبارين.

«٠,٤٧ ، ٠,٥٣ ، ٠,٤١ ، ٠,١٢»

---

١٦ صمم حجر نرد بحيث كانت احتمالات ظهور الأعداد الفردية متساوية واحتمالات ظهور الأعداد الزوجية متساوية ، وكان احتمال ظهور العدد الزوجى يساوى $\frac{١}{٣}$ احتمال ظهور العدد الفردى فإذا ألقى هذا الحجر مرة واحدة. **أوجد احتمال ظهور كل عدد من الأعداد الستة ثم احسب احتمال كل من الأحداث الآتية :**

(١) أ حدث «ظهور عدد أولى غير زوجى».
(٢) ب حدث «ظهور عدد أقل من ٣».
(٣) حـ حدث «ظهور عدد زوجى أكبر من أو يساوى ٤».

«$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٦}$»

---

١٧ صمم حجر نرد بحيث يكون احتمال ظهور أى عدد على الوجه العلوى = ك × العدد نفسه حيث ك ثابت ≠ صفر فإذا ألقى هذا الحجر مرة واحدة. **أوجد احتمالات الأحداث الآتية :**

(١) أ حدث «ظهور عدد فردى».
(٢) ب حدث «ظهور عدد زوجى».
(٣) حـ حدث «ظهور عدد فردى أولى».
(٤) ء حدث «ظهور عدد لا يقبل القسمة على ٣».

«$\frac{٣}{٧}$ ، $\frac{٤}{٧}$ ، $\frac{٨}{٢١}$ ، $\frac{٤}{٧}$»

---

١٨ **الربط بالرياضة :** صرح مدرب أحد الفرق الرياضية أثناء لقاء صحفى معه بأن احتمال فوز فريقه فى مباراة الذهاب ٠,٧ ، واحتمال فوز فريقه فى مباراة الإياب ٠,٩ ، وأن احتمال فوزه فى المباراتين معًا ٠,٥ .
هل يتفق ما صرح به مدرب الفريق مع مفهوم الاحتمال ؟ فسر إجابتك.

---

١٩ أ ، ب حدثان من ف ، ل دالة احتمال على ف ، فإذا كان : ل (أ) = س ، ل (ب) = ٤ س
، ل (أ ∪ ب) = ٦ س - ٠,٤ .

فأوجد قيمة س إذا كان :

(١) أ ، ب حدثين متنافيين.
(٢) أ ⊂ ب
(٣) ل (أ ∩ ب) = $\frac{٤}{٥}$ س

«$\frac{٧}{٤٥}$ ، ٠,١٤ ، $\frac{١}{٧}$»

---

٢٠ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء نواتج ف ، ل دالة احتمال على ف بحيث : ل (أ ∪ ب) = ٠,٥٨ .
، ل (أ ∩ ب) = ٠,١٢ . فإذا كان ل (أ ∩ ب) = ل (أ) × ل (ب)

فأوجد قيمة كل من : ل (أ) ، ل (ب)

«٠,٣ ، ٠,٤ أ ٠,٤ ، ٠,٣»

٢١ فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى.

أوجد احتمالات الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «ظهور الرقم ٥».
(٢) ب حدث «عدم ظهور الرقم ٣».
(٣) حـ حدث «ظهور عدد أكبر من ٢».
(٤) ء حدث «ظهور عدد أكبر من ٤ أو أقل من ٣».
(٥) هـ حدث «ظهور عدد أكبر من ٢ وأقل من ٣».
(٦) و حدث «ظهور عدد من عوامل ٦».
(٧) ن حدث «ظهور عدد فردى يقبل القسمة على ٣».

« $\frac{1}{6}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{2}{3}$ ، ٠ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{6}$ »

---

٢٢ ألقى حجر نرد منتظم كتب على أوجهه الأعداد ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ١٣ ولوحظ العدد على الوجه العلوى. احسب :

(أ) احتمال كل من الأحداث التالية :

(١) أ حدث «ظهور عدد فردى».
(٢) ب حدث «ظهور عدد أولى».
(٣) حـ حدث «ظهور عدد زوجى».
(٤) ء حدث «ظهور عدد أكبر من ١٢».
(٥) هـ حدث «ظهور عدد مكون من رقمين».
(٦) و حدث «ظهور عدد مكون من رقم واحد».

(ب) ل (أ ∪ حـ) ، ل (هـ ∪ و) ، ل (ب ∩ ء)

« $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{6}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{3}$ ، ١ ، ١ ، $\frac{1}{6}$ »

---

٢٣ مجموعة بطاقات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٣٠ ، سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا ولوحظ العدد المدون عليها. **احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :**

(١) عددًا يقبل القسمة على ٣
(٢) عددًا يقبل القسمة على ٥
(٣) عددًا يقبل القسمة على ٣ ، ٥
(٤) عددًا يقبل القسمة على ٣ أو ٥
(٥) عددًا زوجيًا يقبل القسمة على ٣
(٦) عددًا فرديًا مكعبًا كاملًا.
(٧) عددًا أوليًا أصغر من ١٥
(٨) عددًا به رقم ٢ أو رقم ٣

« $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{15}$ ، $\frac{7}{15}$ ، $\frac{1}{6}$ ، $\frac{1}{15}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{2}$ »

---

٢٤ كيس يحتوى على ٥٠ كرة متماثلة ، ٢٥ كرة منها بيضاء ومرقمة بالأرقام من ١ إلى ٢٥ ، ١٥ كرة منها حمراء ومرقمة بالأرقام من ١ إلى ١٥ ، والباقى كرات زرقاء ومرقمة بالأرقام من ١ إلى ١٠ فإذا سحبت كرة عشوائيًا من الكيس. **احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :**

(١) حمراء أو بيضاء.
(٢) حمراء وتحمل عددًا زوجيًا.
(٣) تحمل عددًا أقل من أو يساوى ٨
(٤) تحمل عددًا أقل من أو يساوى ١٢
(٥) تحمل عددًا أكبر من أو يساوى ١٤
(٦) عليها عدد ن حيث ٦ ≤ ن ≤ ٢٠

«٠,٨ ، ٠,١٤ ، ٠,٤٨ ، ٠,٦٨ ، ٠,٢٨ ، ٠,٦»

٢٥ حقيبة بها ٣ كرات سوداء ، ٣ كرات حمراء فإذا سحبت منها عشوائيًا ٣ كرات بدون إحلال.
فأوجد احتمال كل مما يأتى :
(١) أ حدث «الحصول على كرتين حمراوين على الأكثر».
(٢) ب حدث «الحصول على كرتين بالضبط من نفس اللون».
(٣) حـ حدث «الحصول على كرتين حمراوين على الأقل».
(٤) ء حدث «الحصول على كرتين بالضبط حمراوين متتاليتين». «$\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{7}{8}$»

---

٢٦ **فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية. أوجد احتمالات الأحداث الآتية :**
(١) أ حدث «ظهور صورتين على الأقل». (٢) ب حدث «ظهور كتابة واحدة فقط».
(٣) حـ حدث «ظهور كتابتين بالضبط».
(٤) ء حدث «ظهور صورة فى الرمية الأولى وكتابة فى الرمية الثانية».
(٥) هـ حدث «ظهور صورتين متتاليتين على الأقل».
(٦) و حدث «ظهور عدد فردى من الصور».
(٧) ن حدث «ظهور كتابة على الأقل». «$\frac{7}{8}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{8}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{3}{8}$ ، $\frac{3}{8}$ ، $\frac{1}{2}$»

---

٢٧ **فى تجربة إلقاء قطعة نقود ثم حجر نرد وملاحظة الظاهر على الوجه العلوى لكل منهما**
أوجد احتمالات الأحداث الآتية :
(١) أ حدث «ظهور كتابة وعدد فردى». (٢) ب حدث «ظهور عدد غير أولى».
(٣) حـ حدث «ظهور صورة». (٤) ء حدث «ظهور كتابة أو عدد أصغر من ٣».
(٥) هـ حدث «ظهور كتابة وعدد أصغر من ٣». «$\frac{1}{6}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$»

---

٢٨ فى تجربة إلقاء قطعة نقود ثم حجر نرد منتظم وملاحظة الوجه الظاهر لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوى لحجر النرد ، إذا كان أ هو حدث ظهور صورة وعدد أولى ، ب حدث ظهور عدد زوجى.
احسب احتمال وقوع كلٍّ من الحدثين أ ، ب ثم احسب كل من الأحداث الآتية :
(١) حدث «وقوع أحد الحدثين على الأقل». (٢) حدث «وقوع الحدثين معًا».
(٣) حدث «وقوع ب فقط». (٤) حدث «وقوع أحد الحدثين فقط».
«$\frac{7}{12}$ ، $\frac{5}{12}$ ، $\frac{1}{12}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$»

---

٢٩ صمم حجر نرد بحيث يكون وجهان فيه يحملان العدد ٢ ووجهان يحملان العدد ٤ ووجهان يحملان العدد ٦ ، فإذا ألقى هذا الحجر مرتين ، اكتب فضاء العينة لهذه التجربة ، وإذا كان أ هو حدث ظهور العدد ٢ فى الرمية الأولى ، ب هو حدث أن يكون الفرق المطلق بين العددين فى الرميتين هو ٢
فاكتب كلاً من الحدثين أ ، ب ثم أوجد كلاً من :
(١) ل (أ ∩ ب) (٢) ل (أ ∪ ب) (٣) ل (أَ ∩ ب) «$\frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{9}$»

٣٠ فى تجربة إلقاء حجر نرد مرتين وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى فى كل مرة.

احسب احتمال كل من الأحداث التالية :

(١) أ حدث «ظهور العدد ٤ فى الرمية الأولى».

(٢) ب حدث «مجموع العددين فى الرميتين يساوى ٨».

(٣) حـ حدث «مجموع العددين فى الرميتين أقل من أو يساوى ٥».

(٤) ء حدث «مجموع العددين قابلاً للقسمة على ٦».

(٥) هـ حدث «الفرق المطلق بين العددين مساويًا عددًا أوليًا».

(٦) و حدث «ظهور الرقم ٣ مرة واحدة على الأقل».

(٧) ن حدث «ظهور عدد فردى فى الرمية الأولى وعدد زوجى فى الرمية الثانية».

«$\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٥}{٣٦}$ ، $\frac{٥}{١٨}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٤}{٩}$ ، $\frac{١١}{٣٦}$ ، $\frac{١}{٤}$»

---

٣١ حجرا نرد متمايزان منتظمان أحدهما على أوجهه الأرقام ١ ، ١ ، ٣ ، ٣ ، ٦ ، ٦ ، والثانى على أوجهه الأرقام ٢ ، ٢ ، ٤ ، ٤ ، ٥ ، ٥ فإذا ألقى الحجران مرة واحدة.

فأوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «ظهور عددين فرديين».

(٢) ب حدث «مجموع العددين الظاهرين أكبر من أو يساوى ٧».

(٣) حـ حدث «مجموع العددين زوجى».

«$\frac{٢}{٩}$ ، $\frac{٥}{٩}$ ، $\frac{٤}{٩}$»

---

٣٢ من مجموعة الأرقام {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} كون عدد من رقمين مختلفين.

احسب احتمال كل من الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «العدد زوجى أو رقم العشرات فردى».

(٢) ب حدث «أن يكون كل من رقمى الآحاد والعشرات أوليًا».

(٣) حـ حدث «أن يكون رقم الآحاد أو رقم العشرات أوليًا».

«$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{٣}{٤}$»

---

٣٣ إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية جميع نواتجها متساوية الإمكانات ، وكان أ ، ب حدثين من ف ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٥}{٦}$ ، ل (ب) = $\frac{٥}{١٢}$ ، عدد النواتج التى تؤدى إلى وقوع الحدث أ يساوى ١٣ وعدد النواتج الممكنة للتجربة يساوى ٢٤ **فأوجد :**

(١) احتمال وقوع الحدثين أ ، ب معًا. (٢) احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر.

(٣) ل (أ ∪ ب)

«$\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١٧}{٢٤}$ ، $\frac{٧}{٨}$»

٣٤ فصل دراسى به ٤٠ طالبًا ، نجح منهم ٣٠ طالبًا فى الفلسفة ، ٢٤ طالبًا فى التاريخ ، ٢٠ طالبًا فى الامتحانين ، فإذا اختير طالب عشوائيًا . **أوجد احتمال أن يكون الطالب المختار :**

(١) ناجحًا فى الفلسفة.
(٢) ناجحًا فى التاريخ.
(٣) ناجحًا فى أحد الامتحانين على الأقل.
(٤) راسبًا فى التاريخ.
(٥) راسبًا فى الفلسفة والتاريخ.

« $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{١٧}{٢٠}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٢٠}$ »

---

٣٥ عينة عشوائية تتكون من ٦٠ شخصًا شملهم استطلاع للرأى ، وجد أن ٤٠ شخصًا منهم يشجع نادى الهلال ، و ٢٨ شخصًا يشجع نادى النجمة ، وأن ٨ أشخاص لا يشجعون أيًا من الناديين. إذا اختير شخص عشوائيًا من أفراد العينة. **فما احتمال أن يكون الشخص المختار من مشجعى :**

(١) أحد الناديين على الأقل.
(٢) الناديين معًا .
(٣) نادى الهلال فقط.
(٤) أحد الناديين فقط.

« $\frac{١٣}{١٥}$ ، $\frac{٤}{١٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ »

---

٣٦ فصل يتكون من ٢٤ ولدًا ، ١٦ بنتًا منها ٩ أولاد ، ٤ بنات يلبسون نظارة ، فإذا اختير عشوائيًا شخص من هذا الفصل. **فأوجد احتمال أن يكون هذا الشخص :**

(١) بنتًا .
(٢) ممن يلبسون نظارة .
(٣) بنتًا تلبس نظارة.
(٤) ولدًا لا يلبس نظارة.
(٥) بنتًا أو ممن يلبسون نظارة.

« $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١٣}{٤٠}$ ، $\frac{١}{١٠}$ ، $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{٥}{٨}$ »

---

٣٧ تقدم لمسابقة فى الشعر للصف الثانى الثانوى بإحدى المدارس الثانوية المشتركة ٢٥ من الطلاب موزعين كما هو موضح بالجدول المقابل.

أوجد احتمال أن يكون الفائز بالمركز الأول :

	أدبى	علمى	المجموع
طالب	٨	٧	١٥
طالبة	٦	٤	١٠
المجموع	١٤	١١	٢٥

(١) طالبة.
(٢) من القسم العلمى.
(٣) طالب من القسم الأدبى.
(٤) طالبة أو من القسم الأدبى.

« $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١١}{٢٥}$ ، $\frac{٨}{٢٥}$ ، $\frac{١٨}{٢٥}$ »

---

٣٨ كتب طارق ٧٥ خطابًا على الآلة الكاتبة ، فوجد أن ٦٠٪ منها بلا أخطاء ، وكتب زياد ٢٥ خطابًا أخرى ، فوجد أن ٨٠٪ منها بلا أخطاء ، فإذا اختير خطاب عشوائيًا مما تم كتابته بواسطة طارق وزياد.

فأوجد احتمال أن يكون هذا الخطاب :

(١) بلا أخطاء.
(٢) زياد هو الذى كتب الخطاب.
(٣) زياد لم يخطئ فى كتابته.
(٤) طارق قد أخطأ فى كتابته.

«٠,٦٥ ، ٠,٢٥ ، ٠,٢ ، ٠,٣»

الجـزء الخـاص

بالامتحـانـات

تطبيقات
الرياضيات

- اخـتبارات تراكـمية
- اخـتبارات شهـرية
- امتحـانات نهـائية





إعداد نخبة من خبراء التعليم

الصف الثانى الثانوى

القسم العلمى

الفصل الدراسى الثانى



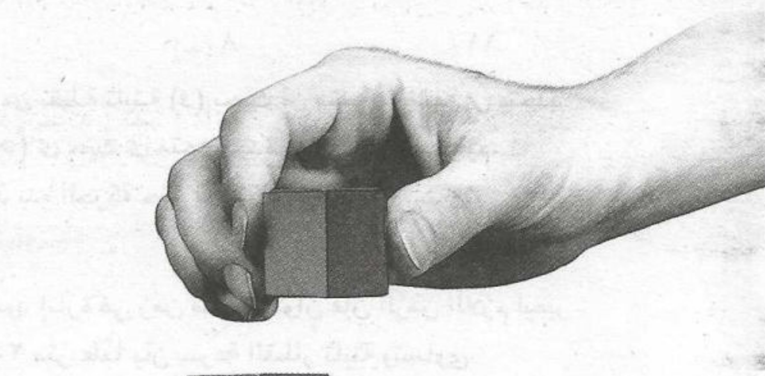
محتويات الكتاب

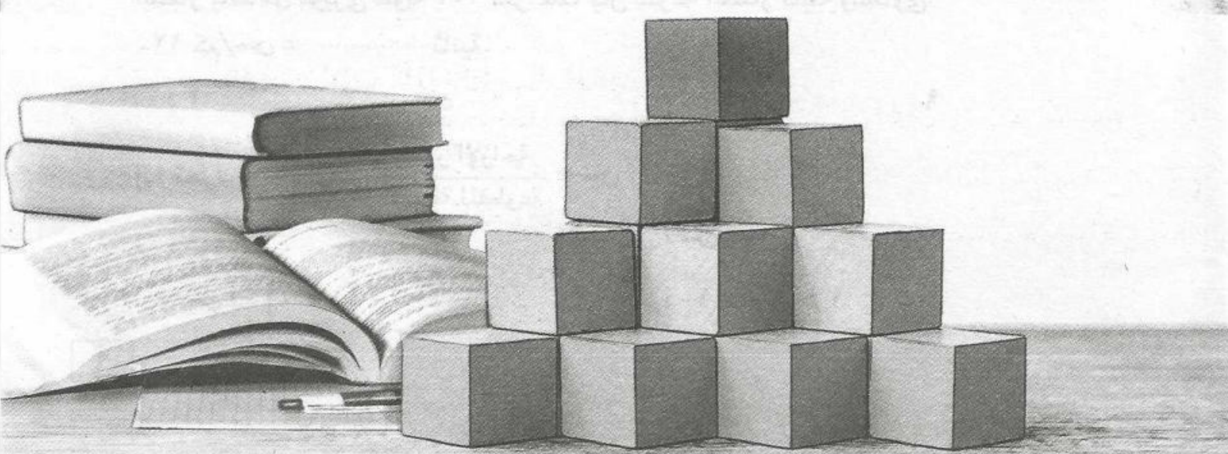
- الاختبـارات التراكميـة القصيـرة.
- الاختبارات الشهرية.
- امتحان الكتاب المدرسى.
- الامتحانات النهائية.
- الإجابـات.



أولًا : اختبارات تراكمية قصيرة فى الديناميكا.

ثانيًا : اختبارات تراكمية قصيرة فى الاحتمال.





أولًا

اختبارات تراكمية قصيرة فى الديناميكا

الدرجة الكلية ...... / ١٢

اختبار 1 على درس 1 من الوحدة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) أ ، ب جسمان يتحركان فى اتجاهين متضادين بحيث معيار سرعة أ ضعف معيار سرعة ب

فإن : $ع_{أب}$ = ...

(أ) ١,٥ $ع_{أ}$ (ب) ٢ $ع_{أ}$ (جـ) ٢,٥ $ع_{أ}$ (د) ٣ $ع_{أ}$

(٢) إذا تحركت سيارة بسرعة منتظمة مقدارها ٩٠ كم/س لمدة ٣٠ دقيقة ، فإن المسافة المقطوعة خلال هذه الفترة بوحدة الكيلو متر تساوى ....

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) ٢,٧ (جـ) ٤٥ (د) ١٦٢

(٣) إذا كان متجه موضع جسيم يتحرك فى خط مستقيم من نقطة (و) يعطى كدالة فى الزمن ن بالعلاقة : $\overleftarrow{ر} = (٢ ن^{٢} + ٣) \overleftarrow{ى}$ فإن معيار متجه الإزاحة $\overleftarrow{ف}$ بعد ٢ ثانية يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١١

(٤) يتحرك جسيم فى خط مستقيم من نقطة ثابتة (و) بحيث أن متجه موضعه $\overleftarrow{ر}$ يتحدد بالعلاقة : $\overleftarrow{ر} = (ن^{٢} - ٣ ن + ٥) \overleftarrow{ى}$ حيث $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة موازٍ للخط المستقيم.
فإن متجه السرعة المتوسطة منذ بدء الحركة حتى ن = ٣ ثانية هو ....

(أ) ٥ $\overleftarrow{ى}$ (ب) $\overleftarrow{و}$ (جـ) -٣ $\overleftarrow{ى}$ (د) $\frac{٥}{٣}$ $\overleftarrow{ى}$

(٥) عبر قطار بالكامل من جانب عمود إنارة فى زمن قدره ٣ ثوانٍ فإن الزمن اللازم ليعبر القطار بالكامل كوبرى طوله ٢٠٠ متر علمًا بأن سرعة القطار ثابتة وتساوى ١٢٠ كم/س = ... ثانية.

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٩

(٦) إذا تحرك جسيم وكان $\frac{\text{معيار الإزاحة}}{\text{المسافة المقطوعة}}$ = س فإن : ....

(أ) س = ١ (ب) س > ١

(جـ) س ∈ [٠ ، ١] (د) -١ < س < ١

(٧) تحرك جسيم بسرعة ٦٠ كم/س لمدة ٢٠ دقيقة ناحية الشرق ثم توقف لمدة ٥ دقائق ثم تحرك مسافة ١٨ كم بسرعة ١٥ متر/ث ناحية الغرب

فإن السرعة المتوسطة = ... كم/س

(أ) $\frac{٢}{٣}$ ٥٠ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) ٢٧٠٠ (د) ٣٨

(٨) الزمن بالساعة الذى تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ٣٠ م/ث فى قطع مسافة ٢٧٠ كم يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ ١ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) $٢\frac{١}{٢}$

(٩) $\overline{أب}$ طريق مستقيم طوله ٥ كم تحرك رجل سائرًا من أ متجهًا إلى ب بسرعة منتظمة ٦ كم/س وفى نفس اللحظة تحرك رجل آخر سائرًا من ب نحو أ بسرعة منتظمة ٤ كم/س فإن الرجلان يتقابلان ....

(أ) بعد ساعة من السير. (ب) فى منتصف الطريق.

(جـ) بعد نصف ساعة من السير. (د) على بعد ٣ كم من ب

(١٠) إذا كان : $\overleftarrow{ع}_{أب}$ = ٢٠ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = −١٥ $\overleftarrow{س}$ فإن : $\overleftarrow{ع}_{أ}$ = ...

(أ) ٥ $\overleftarrow{س}$ (ب) −٣٥ $\overleftarrow{س}$ (جـ) −٥ $\overleftarrow{س}$ (د) ٣٥ $\overleftarrow{س}$

(١١) سفينة حربية تطارد سفينة معادية فبدت لها وكأنها تبتعد بسرعة ١٨ كم/س فأطلقت عليها طوربيدًا بحريًا بسرعة ١٠٨ كم/س فاصاب السفينة المعادية بعد مرور ثلاث دقائق فإن المسافة بين السفينتين لحظة اطلاق الطوربيد = ... كم

(أ) ٥,٤ (ب) ٦,٦ (جـ) ٧,٢ (د) ٤,٥

(١٢) يسير راكب دراجة فى طريق مستقيم بسرعة منتظمة فرصد سيارة ملاكى قادمة فى الاتجاه المضاد فبدت له متحركة نحوه بسرعة ١٢٠ كم/س ورصد سيارة نقل سائرة أمامه فى نفس اتجاه حركته فبدت تبتعد عنه بسرعة ٦٠ كم/س فإن معيار سرعة السيارة الملاكى بالنسبة للسيارة النقل = ... متر/ث

(أ) ١٨٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٦٠ (د) $\frac{٥٠}{٣}$

الدرجة الكلية

....

١٢

اختبار 2 على درس 2,1 من الوحدة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا تناقصت سرعة سيارة من ٩٠ كم/س إلى ٣٦ كم/س بانتظام خلال ٤ ثوانٍ ، فإن المسافة خلال هذه الفترة تساوى ....

(أ) ١٠ أمتار (ب) ٢٥ مترًا (جـ) ٧٠ مترًا (د) ١٤٠ مترًا

(٢) إذا كان : $\overleftarrow{ع}_{أ}$ = ١٥ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = ٢٢ $\overleftarrow{س}$ فإن : $\overleftarrow{ع}_{ب أ}$ = ...

(أ) ٣٧ $\overleftarrow{س}$ (ب) −٥ $\overleftarrow{س}$ (جـ) ٧ $\overleftarrow{س}$ (د) ١٢ $\overleftarrow{س}$

(٣) إذا بدأ جسيم حركته بسرعة ٣٠ سم/ث وبعجلة منتظمة ٥ سم/ث^{2} فى اتجاه سرعته الابتدائية ، فإن المسافة المقطوعة بعد ١٠ ثوانٍ من بدء الحركة هى .... سم

(أ) ٥٥٠ (ب) ٣٠٠ (جـ) ٧٥٠ (د) ١٥٠٠

(٤) قطع راكب دراجة على طريق مستقيم مسافة ٣٧,٥ كم بسرعة ٢٥ كم/س ثم قطع ١٨ كم بسرعة ١٢ كم/س فى الاتجاه المعاكس فإن معيار متجه السرعة المتوسطة = ... كم/س

(أ) ١٨,٥ (ب) ٦,٥ (جـ) ١٣ (د) ٣١,٢٥

(٥) دفعت كرة فى عكس اتجاه الريح من نقطة ثابتة فسارت مسافة ٤ متر ثم غيرت اتجاهها وعادت للنقطة الثابتة فإن مقدار الإزاحة الحادثة = ... متر

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) صفر (د) ٦

(٦) جسم يتحرك بعجلة ثابتة لمدة ٢٠ ثانية مبتدأ من السكون إذا تحرك مسافة س فى أول ١٠ ثوانى ثم تحرك مسافة ص فى ١٠ ثوانى التالية فإن العلاقة بين س ، ص هى ....

(أ) س = ص (ب) س = $\frac{1}{2}$ ص (جـ) س = $\frac{1}{4}$ ص (د) س = $\frac{1}{3}$ ص

(٧) يتحرك جسم بعجلة منتظمة فى اتجاه ثابت فإذا قطع مسافة ٢٦ سم خلال الثانية الرابعة من بدء حركته وقطع ٥٦ سم خلال الثانية التاسعة فإن عجلة الحركة = ... سم/ث^{٢}

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ٦ (د) −٥

(٨) يتحرك جسم فى خط مستقيم فى اتجاه ثابت فإن مقدار الإزاحة .... المسافة المقطوعة.

(أ) $\geq$ (ب) $<$ (جـ) $\leq$ (د) $=$

(٩) يتحرك أتوبيس لنقل الركاب فى طريق مستقيم بين محطتين المسافة بينهما ١ كم فإذا بدأ الحركة من المحطة الأولى من السكون بعجلة منتظمة مقدارها ١,٥ م/ث^{٢} إلى أن وصلت سرعته إلى ١٥ م/ث ثم سار بهذه السرعة المنتظمة التى اكتسبها مسافة ما ثم استخدم الفرامل ليتحرك بتقصير منتظم مقداره ١ م/ث^{٢} إلى أن توقف فى المحطة التالية فإن المسافة المقطوعة بالسرعة المنتظمة = ... متر

(أ) ٧١١,٥ (ب) ٧١٣,٥ (جـ) ١٨٧,٥ (د) ٨١٢,٥

(١٠) فى الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ هو عقرب الساعات وطوله = ٧ سم

فإذا تحرك العقرب من الساعة الواحدة إلى الساعة الرابعة

فإن مقدار الإزاحة المقطوعة من الرأس ب = ... سم

(أ) $\frac{٧}{٢}\pi$ (ب) ١٤ π (جـ) ٧ $\sqrt{٢}$ (د) ٣٨,٥

(١١) أطلقت رصاصة على حاجز خشبى سمكه ١٨ سم بسرعة ١٠٠ متر/ث فخرجت منه بسرعة ٨٠ متر/ث فإن الحركة داخل الحاجز الخشبى كانت بتقصير مقداره .... م/ث^{٢}

(أ) ١٠٠٠٠ (ب) ٩٨١٧ (جـ) ٦٤٠٠ (د) ٩٨٠٠

(١٢) يتحرك جسم من السكون بعجلة منتظمة ٣ م/ث^{٢} فإن المسافة المقطوعة خلال الثوانى الرابعة والخامسة والسادسة = ... متر

(أ) ١٣ $\frac{١}{٢}$ (ب) ١٥ (جـ) ٤٥ (د) ٤٠ $\frac{١}{٢}$

الدرجة الكلية

......

١٢

اختبار 3 من درس 1 حتى درس 3 من الوحدة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٩٨ م/ث فإن زمن وصوله إلى أقصى ارتفاع = ...

(أ) ١٥ ثانية. (ب) ١٠ ثوان. (جـ) ٣ ثوان. (د) ٢٠ ثانية.

(٢) إذا كانت : $\overline{ع}_{ب أ}$ = ٥٠ $\overline{س}$ ، $\overline{ع}_أ$ = ١٢٥ $\overline{س}$ فإن : $\overline{ع}_ب$ = ... $\overline{س}$

(أ) ٧٥ (ب) ١٧٥ (جـ) ٨٧,٥ (د) ٣٧,٥

(٣) ٧٢ كم/ساعة/دقيقة = ...

(أ) ٢٠ م/ث (ب) ٣ م/ث (جـ) $\frac{1}{3}$ م/ث^2 (د) $\frac{1}{3}$ م/دقيقة.

(٤) إذا سقط جسم من ارتفاع ١٩,٦ متر على أرض رملية فغاص فيها ١٤ سم حتى سكن ، فإن عجلة حركة الجسم داخل الرمل بوحدة م/ث^2 تساوى ....

(أ) ‎-١٣٧٢ (ب) ‎-٩,٨ (جـ) ١٩,٦ (د) ١٧٣٢

(٥) بدأ جسم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٥ سم/ث وبعجلة منتظمة ٢,٥ سم/ث^2 فى اتجاه سرعته الابتدائية فإن المسافة التى قطعها خلال الثانية الرابعة = ... متر.

(أ) ٦٠ (ب) ٦ (جـ) ٢٥ (د) ٢٣,٧٥

(٦) سيارة تبدأ الحركة من السكون بعجلة ثابتة ٦ م/ث^2 فإن المسافة المقطوعة فى أول ٣ ثوانى هى .... متر.

(أ) ٩ (ب) ١٨ (جـ) ٢٧ (د) ٣٦

(٧) فى نفس اللحظة التى سقط فيها جسم من ارتفاع ٥٨,٨ متر عن سطح الأرض قذف جسم لأعلى بسرعة ابتدائية ١٩,٦ م/ث فإن الجسمان يتقابلان بعد .... ثانية.

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١,٥ (د) $٢\sqrt{٣}$

(٨) قذف جسم لأعلى بسرعة ابتدائية ١٤ م/ث فوصل إلى أقصى ارتفاع ثم عاد لنقطة القذف فإن المسافة المقطوعة = ... متر.

(أ) صفر (ب) ‎-١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٢٨

(٩) سقط جسيم من ارتفاع ١٥٠ متر فإن المسافة المقطوعة فى الثوانى الثالثة والرابعة والخامسة من لحظة سقوطه = ... متر.

(أ) ٣٤,٣ (ب) ١٠٢,٩ (جـ) ٣٩,٢ (د) ١١٧,٦

(١٠) رصد قائد سيارة أ سيارة أخرى ب تتحرك أمامه على نفس الطريق فى نفس الاتجاه فبدت له تبتعد بسرعة مقدارها ٣٠ كم/س فضاعف قائد السيارة أ سرعته وأعاد رصد السيارة ب فبدت له تتقهقر بسرعة ٢٠كم/س فإن سرعة السيارة ب = ... كم/س

(أ) ٥٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٠٠ (د) ٨٠

(١١) انطلقت سيارة من السكون بتسارع مقداره ٤ م/ث^{٢} إلى أن أصبحت سرعتها ٢٤ م/ث فإن المسافة المقطوعة = ... متر.

(أ) ٢٨ (ب) ١٤ (جـ) ٧٢ (د) ٩٨

(١٢) قذفت كرة أفقيًا فى عكس اتجاه الريح بسرعة ابتدائية ٤٥ سم/ث فتحركت فى خط مستقيم بتقصير منتظم مقداره ٦ سم/ث^{٢} فإن الكرة تكون على بعد ١٦٢ سم من نقطة القذف بعد مرور .... ثانية.

(أ) ٩ ، ٦ (ب) ٩ ، ٦ ، ١٨

(جـ) ٣ ، ١٨ (د) جميع ماسبق.

الدرجة الكلية

....

١٢

اختبار 4 من درس 1 حتى درس 4 من الوحدة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) لا تظهر قوى التجاذب المادى بين الأجرام السماوية بوضوح وذلك ....

(أ) لبعد المسافة بينها. (ب) لكبر كتل هذه الأجسام.

(جـ) لقرب المسافة بينها. (د) ب ، حـ معًا.

(٢) كتلتان قوة التجاذب بينهما ٢٧ نيوتن فإذا زادت المسافة بينهما إلى ثلاثة أمثال ما كانت عليه فإن قوة التجاذب بينهما تصبح .... نيوتن.

(أ) ٨١ (ب) ٩ (جـ) ٣ (د) ٢٧

(٣) إذا كانت : $\overleftarrow{ع}_{أب}$ = ٦٥ $\overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أ}$ = ٥٠ $\overleftarrow{ى}$ فإن : $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = ...

(أ) ١٥ $\overleftarrow{ى}$ (ب) −١٥ $\overleftarrow{ى}$ (جـ) ١١٥ $\overleftarrow{ى}$ (د) −١١٥ $\overleftarrow{ى}$

(٤) كوكبان كتلتيهما ٢ ك ، ٣ ك كجم وطولا نصفا قطريهما ٤ نق ، ٣ نق متر فإن النسبة بين عجلتى الجاذبية على سطحيهما = ...

(أ) $\frac{٣}{٨}$ (ب) $\frac{٣٢}{٢٧}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٦}$

(٥) سيارة وشاحنة بدءا الحركة معًا من السكون من نفس النقطة بعجلتان منتظمتان بحيث أن معيار عجلة حركة السيارة ضعف معيار عجلة حركة الشاحنة فبعد ن ثانية قطعت السيارة مسافة $ف_١$ والشاحنة مسافة $ف_٢$ فإن : $ف_١$ = ... $ف_٢$

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ٢ (د) ٤

(٦) سقط جسيم من ارتفاع ١٢٢,٥ متر عن سطح الأرض فإن المسافة التى قطعها خلال الثانية الأخيرة قبل وصوله الأرض مباشرة = ... متر

(أ) ١٩,٦ (ب) ٣٩,٢ (جـ) ٤٤,١ (د) ٤٩

(٧) شدة مجال الجاذبية لكوكب كتلته ك كجم وطول نصف قطره نق متر على ارتفاع ف متر من سطحه = ... نيوتن/كجم حيث ث ثابت الجذب العام.

(أ) ث × $\frac{ك}{نق^{٢}}$ (ب) ث × $\frac{ك^{٢}}{ف^{٢}}$

(جـ) ث × $\frac{ك}{ف^{٢} + نق^{٢}}$ (د) ث × $\frac{ك}{(ف + نق)^{٢}}$

(٨) من نقطة على سطح القمر قذف أحد رواد الفضاء كرة لأعلى بسرعة ابتدائية ٧ متر/ث فإن أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة = ... متر

(علمًا بأن عجلة الجاذبية على سطح القمر) = $\frac{٤٩}{٣٠}$ متر/ث^{٢}

(أ) ٢,٥ (ب) ٤ $\frac{٢}{٧}$ (جـ) ١٥ (د) ١٨

(٩) كوكبان كتلتاهما ٢ × ١٠^٢١ طن ، ٤ × ١٠^٢٥ طن والمسافة بين مركزيهما ٢ × ١٠^٦ كم

فإن قوة الجذب بينهما = ... نيوتن.

(حيث ثابت الجذب العام = ٦,٦٧ × ١٠^-١١ نيوتن.م^٢/كجم^٢)

(أ) ١,٢٢٤ × ١٠^٢٤ (ب) ٢,٦٧ × ١٠^٣٠

(جـ) ١,٣٣٤ × ١٠^٣٠ (د) ١,٣٣٤ × ١٠^٢٤

(١٠) إذا كانت كتلة الأرض ٦ × ١٠^٢٤ كجم وطول نصف قطرها ٦٣٦٠ كم فإن عجلة الجاذبية الأرضية على عمق ٨ كم من سطح الأرض = ... م/ث^٢

(حيث ثابت الجذب العام = ٦,٦٧ × ١٠^-١١ نيوتن.م^٢/كجم^٢)

(أ) ٩,٨ (ب) ٩,٩١٩ (جـ) ٩,٨٧ (د) ٩,٧١٣

(١١) يتحرك قطاران على قضيبين متوازيين فى اتجاهين متضادين بالسرعتين ٨٤ كم/س ، ٦٠ كم/س فإذا كان طولا القطارين ١٢٠ ، ١٨٠ متر فإن الزمن اللازم ليمر كلًا من القطارين بالآخر بالكامل = ... ثانية.

(أ) ٧,٥ (ب) ٤٥ (جـ) ١٥ (د) ٢٢,٥

(١٢) إذا علمت أن قوة الجذب المتبادلة بين الشمس والأرض هى ٣٥,٦٧ × ١٠^٢١ نيوتن وأن كتلة كل من الأرض والشمس هى ٥,٩٧ × ١٠^٢٤ كجم ، ١٩ × ١٠^٢٩ كجم

فإن المسافة بين الأرض والشمس= .... متر.

(إذا علم أن ثابت الجذب العام يساوى ٦,٦٧ × ١٠^-١١ نيوتن.م^٢/كجم^٢)

(أ) ٦,٣٦ × ١٠^٦ (ب) ٢,١٢ × ١٠^٢٢

(جـ) ١,٨ × ١٠^١٢ (د) ١,٤٦ × ١٠^١١



ثانيًا اختبارات تراكمية قصيرة فى الاحتمال

الدرجة الكلية

....

١٢

اختبار 1 على درس 1 من الوحدة الثانية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) عند سحب بطاقة من بين ١٠ بطاقات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ١٠
فإن حدث ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ على البطاقة المسحوبة هو ....

(أ) {٣ ، ٦} (ب) {١ ، ٣ ، ٦ ، ٩}
(جـ) {٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢} (د) {٣ ، ٦ ، ٩}

(٢) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية
فإن حدث عدم وقوع أى من الحدثين يساوى ....

(أ) أ ∩ ب (ب) أ − ب (جـ) أَ ∩ بَ (د) أَ ∪ بَ

(٣) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين فإن : أ − ب = ...

(أ) أ (ب) ب (جـ) ب − أ (د) أَ

(٤) ألقيت قطعة نقود مرتين متتاليتين ولوحظ تتابع الصور والكتابات فإن حدث ظهور كتابة فى الرمية الأولى هو ....

(أ) {(ك ، ص)} (ب) {(ك ، ك) ، (ك ، ص)}
(جـ) {(ك ، ص ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ك ، ك ، ك)}
(د) {(ك ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ك)}

(٥) إذا كانت ص ترمز لإصابة الهدف ، خ للخطأ فى إصابة الهدف ، وكان اللاعب يسدد على المرمى ٣ مرات على الأكثر حيث يتوقف عن التسديد عند اصابة الهدف فإن فضاء العينة = ...

(أ) {(خ ، خ ، خ)}
(ب) {(خ ، خ ، ص) ، (خ ، ص ، خ) ، (خ ، خ ، خ) ، (ص ، خ ، خ)}
(جـ) {(ص) ، (خ ، ص) ، (خ ، خ ، ص) ، (خ ، خ ، خ)}
(د) {(خ ، ص) ، (خ ، خ ، ص) ، (خ ، ص ، ص)}

(٦) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فى كل مرة فإن الحدث {(١ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (١ ، ٥) ، (٥ ، ١) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٣) ، (١ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٥)} هو حدث ....

(أ) الحصول على عدد فردى فى الرمية الأولى.

(ب) الحصول على عدد أولى فى كلا الرميتين.

(جـ) الحصول على عددين مختلفين.

(د) الحصول على عدد فردى فى كل رمية.

(٧) أى من الأشكال الآتية يعبر عن الجزء المظلل فيه عن أ ∪ ب ؟

(أ)   (ب)   (جـ)   (د)

(٨) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن حدث وقوع أ فقط = ...

(أ) أ   (ب) أ ∩ ب   (جـ) أ − ب   (د) ب − أ

(٩) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن عدد عناصر فضاء العينة = ...

(أ) ٤   (ب) ٦   (جـ) ٣٦   (د) ٣٠

(١٠) فى الشكل المقابل :

الجزء المظلل يعبر عن الحدث ....

(أ) وقوع أ ، ب   (ب) وقوع أ أ، ب أ، كلاهما.

(جـ) وقوع أحد الحدثين على الأقل.   (د) وقوع أحد الحدثين على الأكثر.

(١١) (أ ∪ ب)َ = ...

(أ) أَ ∩ بَ   (ب) أَ ∪ بَ

(جـ) ف − (أ ∩ ب)   (د) (أ ∩ ب)َ

(١٢) فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {١ ، صفر ، ٢} فإن عدد عناصر فضاء العينة = ...

(أ) ٩   (ب) ٤   (جـ) ٦   (د) ٥

الدرجة الكلية

١٢

اختبار 2 على درس 1 , 2 من الوحدة الثانية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، أ ⊂ ب فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ل (أ)   (ب) ل (ب)   (جـ) ل (أ) + ل (ب)   (د) ل (أ ∩ ب)

(٢) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة على منضدة ، ولوحظ العدد الظاهر على وجهه العلوى فإن احتمال ألا يزيد هذا العدد عن ٥ ولا يقل عن ٣ هو ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

(٣) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن احتمال وقوع أحدهما فقط هو ....

(أ) ل (أ ∪ ب)   (ب) ل (أ ∪ ب)َ

(جـ) ل (أ ∪ ب) − ل (أ ∩ ب)   (د) ل (أ ∩ ب)

(٤) صندوق به ٣٠ بطاقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ٣٠ ، سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا من هذا الصندوق فإن احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة مرقمة بعدد فردى مكعب كامل = ...

(أ) صفر   (ب) $\frac{١}{١٠}$ (جـ) $\frac{١}{٣٠}$ (د) $\frac{١}{١٥}$

(٥) إذا كان احتمال نجاح طالب فى الرياضيات ٠,٨ واحتمال نجاحه فى اللغة الفرنسية ٠,٧ واحتمال نجاحه فى المادتين معًا ٠,٥٦ فإن احتمال نجاحه فى الرياضيات وعدم نجاحه فى اللغة الفرنسية = ...

(أ) ٠,٢٤   (ب) ٠,٩٤   (جـ) ٠,٤٤   (د) ٠,٢

(٦) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة (ف) لتجربة عشوائية حيث : ل (ب) = $\frac{٥}{٧}$ فإن : ل (أَ ∩ ب) + ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) $\frac{٢}{٧}$ (ب) ١   (جـ) $\frac{٥}{٧}$ (د) $\frac{٩}{٧}$

(٧) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ما ، ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٨ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ فإن : ل (ب − أ) = ...

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٦ (جـ) ٠,١ (د) ٠,٨

(٨) إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية
فإن حدث عدم وقوع أ ، ب معًا = ...

(أ) ١ − (أ ∪ ب) (ب) (أ ∪ ب)َ (جـ) أ ∪ ب (د) أَ ∪ بَ

(٩) فى تجربة إلقاء عملة معدنية تنتهى التجربة عند الحصول على صورة وتعاد التجربة فى حالة الحصول على كتابة فإن فضاء العينة = ...

(أ) {ص ، (ك ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك ، ص)}

(ب) {ك ، (ص ، ك) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ص ، ص ، ك)}

(جـ) {ص ، (ك ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ك ، ك ، ك ، ص)}

(د) يكون غير منتهٍ.

(١٠) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان : ل (أ) = ٣ ل (أَ) ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢
فإن احتمال وقوع أ فقط = ...

(أ) ٠,٥٥ (ب) ٠,٠٥ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٧٥

(١١) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن احتمال الحصول على نفس الرقم فى الرميتين = ...

(أ) $\frac{٥}{٣٦}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

(١٢) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف وكان :
ل (بَ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (أ ∪ ب)َ = ٠,٠٥ فإن : ل (أ) = ...

(أ) ٠,٧٥ (ب) ٠,٧ (جـ) ٠,٩٥ (د) ٠,٢



أولًا : نماذج اختبارات شهر مارس.

ثانيًا : نماذج اختبارات شهر أبريل.

محتوى امتحان شهر مارس

من درس : الحركة المستقيمة (فى الديناميكا).

حتى نهاية الدرس : السقوط الحر (فى الديناميكا).

محتوى امتحان شهر أبريل

من درس : قانون الجذب العام (فى الديناميكا).

حتى نهاية درس : حساب الاحتمال (فى الاحتمال).

الدرجة
....
١٠

اختبـار ١

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٦ درجات)

(١) سيارة تبدأ حركتها بعجلة منتظمة فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ١٠ م/ث ثم وصلت إلى السرعة ٣٠ م/ث فى ٥ ثوانى فإن مقدار السرعة عندما ن = ٣ هى .... م/ث

(أ) ٢٠ (ب) ٢٢ (جـ) ٤٠ (د) ٦٠

(٢) يتحرك جسيم بحيث كان متجه موضعه ر = (٣ ن + ٢) س + (٤ ن − ١) ص ، فإن معيار الإزاحة حتى اللحظة ن = ١ يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) $\sqrt{٣٤}$ (د) ٨

(٣) تحركت سيارة ٦ كم غربًا ثم بعد ذلك ٨ كم فى اتجاه ٦٠° جنوب الغرب. فإن مقدار الإزاحة التى قطعتها السيارة يساوى .... كم

(أ) ٢ $\sqrt{١٣}$ (ب) ٢ $\sqrt{٣١}$ (جـ) ٢ $\sqrt{٧٣}$ (د) ٢ $\sqrt{٣٧}$

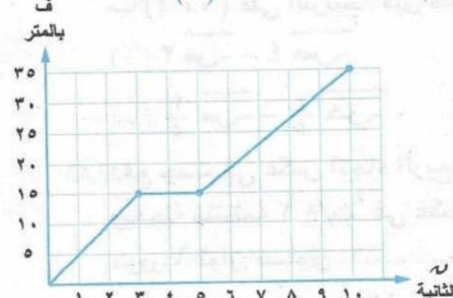
(٤) تطارد سيارة شرطة أ تسير بسرعة ٩٠ كم/س سيارة أخرى ب فى نفس الاتجاه فبدت وكأنها تتقهقر بسرعة ٢٠ كم/س فإن السرعة الفعلية للسيارة ب تساوى .... كم/س

(أ) ٧٠ (ب) ١١٠ (جـ) ٩٠ (د) ٤٥

(٥) بدأ جسم حركته بسرعة ٢٠ سم/ث وعجلة منتظمة ٨ سم/ث^{٢} فى نفس اتجاه السرعة الابتدائية فإن المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة فقط تساوى .... سم.

(أ) ٢٠٠ (ب) ١٤٤ (جـ) ١٠٠ (د) ٥٦

(٦) الشكل المقابل يمثل العلاقة بين الإزاحة والزمن لجسم يتحرك فى خط مستقيم فإن السرعة المتوسطة للجسم خلال الرحلة كلها = ... م/ث



(أ) ٣,٥ (ب) ٤

(جـ) ٤,٥ (د) ٥

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

(أ) يتحرك جسم بعجلة منتظمة فى اتجاه ثابت فإذا قطع مسافة ٢٦ سم خلال الثانية الرابعة من بدء حركته وقطع ٥٦ سم خلال الثانية التاسعة من بدء حركته أوجد العجلة التى يتحرك بها الجسم وكذلك سرعته الابتدائية. (درجتان)

(ب) يتحرك قطار أ بسرعة ١٠٠ كم/س ، لحق بقطار آخر ب طوله ١٩٠ مترًا يتحرك بسرعة ٦٠ كم/س على شريط مواز فمر عليه بالكامل فى ٢٧ ثانية أوجد طول القطار أ (درجتان)



الدرجة
....
١٠

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٦ درجات)

(١) بدء جسم حركته بسرعة ٣٠ سم/ث. وبعجلة منتظمة ٥ سم/ث^{٢} فى اتجاه سرعته الابتدائية فإن المسافة المقطوعة بعد ١٠ ثوان من بدء الحركة = ... سم

(أ) ٥٥٠ (ب) ٣٠٠ (جـ) ٧٥٠ (د) ١٥٠٠

(٢) تتحرك طائرة بسرعة ٣٠٠ كم/س فى اتجاه الجنوب لمدة ساعتين ثم بسرعة ٢٥٠ كم/س فى اتجاه الشمال لمسافة ٧٥٠ كم فإن السرعة المتوسطة للرحلة كلها = ... كم/س

(أ) ٢٦٠ (ب) ٢٧٠ (جـ) ٢٧٥ (د) ٢٨٠

(٣) تحرك جسم فى اتجاه ثابت بسرعة ابتدائية ما وبعجلة منتظمة فإذا قطع فى الثانية الثالثة من حركته ٢٠ مترًا ثم قطع فى الثانيتين الخامسة والسادسة معًا ٦٠ مترًا فإن سرعته الابتدائية تساوى .... م/ث

(أ) ٤ (ب) ١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٣٠

(٤) تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين ٣، ٨ ثوان عند الموضعين أ (٧ ، ٢) ، ب (٤ ، ٦) على الترتيب. فإن متجه السرعة المتوسطة $\overrightarrow{ع_م}$ = ...

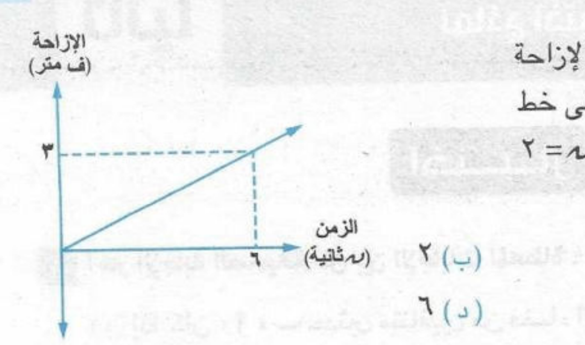
(أ) ٣ $\overrightarrow{س}$ - ٤ $\overrightarrow{ص}$ (ب) - ٣ $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$

(جـ) $\frac{٣}{٥}$ $\overrightarrow{س}$ - $\frac{٤}{٥}$ $\overrightarrow{ص}$ (د) $\frac{-٣}{٥}$ $\overrightarrow{س}$ + $\frac{٤}{٥}$ $\overrightarrow{ص}$

(٥) دفع جسم فى عكس اتجاه الريح فتحرك فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ١٠ م/ث وبعجلة منتظمة ٢ م/ث^{٢} فى عكس اتجاه سرعته الابتدائية فإن الإزاحة الحادثة بعد مرور ٦ ثوان تساوى .... متر.

(أ) ٩٦ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٣٦

(٦) الشكل المقابل يمثل العلاقة بين الإزاحة المقطوعة والزمن لجسم يتحرك فى خط مستقيم فإن سرعة الجسم عند ن = ٢ هى .... م/ث



(أ) ٣ (ب) ٢

(جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٦

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

(أ) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٦٦ م/ث إلى ٧٩,٢ كم/س خلال قطعها مسافة ٦٦ مترًا ، أوجد الزمن الذى قطعت فيه السيارة هذه المسافة ، ثم أوجد المسافة التى تقطعها بعد ذلك حتى تسكن. (درجتان)

(ب) تتحرك باخرة بسرعة منتظمة فى خط مستقيم نحو ميناء ما وعندما أصبحت على بعد ١٠٠ كم منه مرت فوقها طائرة تطير فى الاتجاه المضاد بسرعة ٣٠٠ كم/س ورصدت حركة الباخرة فبدت لها متحركة بسرعة ٣٥٠ كم/س ، أوجد الوقت الذى يمضى من لحظة الرصد حتى وصول الباخرة إلى الميناء. (درجتان)

ثانيًا نماذج اختبارات شهر أبريل

الدرجة
١٠

اختـبـار ١

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : (٦ درجات)

(١) إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = س ، ل (أ ∪ ب)َ = $\frac{١}{٣}$ فإن : س = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٣}$

(٢) قمر صناعى كتلته ٤٠٠٠ كجم يدور حول الأرض فى مدار شبه دائرى على ارتفاع ٤٤٠ كم من سطح الأرض فإذا كانت كتلة الأرض ٦ × $١٠^{٢٤}$ كجم وطول نصف قطرها ٦,٣٦ × $١٠^{٦}$ متر فإن قوة الجذب المتبادلة بين الأرض والقمر الصناعى = ... نيوتن. (ث = ٦,٦٧ × $١٠^{-١١}$ نيوتن.م^{٢}/كجم^{٢})

(أ) ٣٤٤١٨ (ب) ٢,٣٥ × $١٠^{١١}$ (جـ) ٣٤٦١٩ (د) ٣٩٥٧٥

(٣) سحب بطاقة من مجموعة بطاقات مرقمة دون معرفة الأرقام المكتوبة على البطاقات يعبر عن ....

(أ) تجربة ليست عشوائية. (ب) تجربة عشوائية.

(جـ) حدث مستحيل. (د) حدث مؤكد.

(٤) كرتان كتلة الأولى ك كجم وكتلته الثانية $\frac{١}{٢ ك}$ كجم موضوعتان بحيث كانت المسافة بين مركزيهما ١٠ متر وكان ثابت الجذب العام ٦,٦٧ × $١٠^{-١١}$ نيوتن.م^{٢}/كجم^{٢} فإن قوة الجذب بين الكرتان = ... نيوتن.

(أ) ٦,٦٧ × $١٠^{-١٣}$ (ب) ٣,٣٣٥ × $١٠^{-١٣}$

(جـ) ٣,٣٣٥ × $١٠^{١٣}$ (د) ٣,٥٣٣ × $١٠^{-١٣}$

(٥) ألقى حجر نرد منتظم ثلاث مرات ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن احتمال أن يكون مجموع الأرقام الظاهرة هو ١٨ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣٦}$ (جـ) $\frac{١}{٢١٦}$ (د) $\frac{١}{١٠٨}$

(٦) كوكب كتلته مساوية ثلاث مرات كتله الأرض وقطره يساوى ثلاث مرات قدر قطر الأرض فإن النسبة بين عجلة الجاذبية على سطح هذا الكوكب وعجلة الجاذبية على سطح الأرض = ...

(أ) ١ : ٩ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٩ : ١ (د) ٣ : ١

---

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

(أ) عند إلقاء قطعة نقود عدة مرات وتوقفت التجربة عند ظهور صورة أو ٣ كتابات
اكتب فضاء النواتج ثم عيِّن الأحداث الآتية :

(١) أ حدث «ظهور صورة على الأكثر». (٢) ب حدث «ظهور صورة على الأقل».

(٣) حـ حدث «ظهور كتابتين على الأقل».

(٤) ء حدث «ظهور صورتين على الأقل. **(درجتان)**

(ب) وضعت كرة من الحديد بحيث يقع مركزها على بعد ٤٠ سم من مركز كرة أخرى من النيكل كتلتها ٥٠ كجم فكانت قوة التجاذب بينهما ١,٢ × ١٠$^{-٧}$ نيوتن ، فكم تكون كتلة كرة الحديد إذا علمت أن ثابت الجذب العام يساوى ٦,٦٧ × ١٠$^{-١١}$ نيوتن. م^{٢}/كجم^{٢} ؟ **(درجتان)**

اختبار ٢

الدرجة
١٠

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : **(٦ درجات)**

(١) عند إلقاء عملة معدنية وحجر نرد منتظم مرة واحدة فإن حدث الحصول على كتابة وعدد أقل من ٣ هو ....

(أ) {(ك ، ٣)} (ب) {(ك ، ٤) ، (ك ، ٥) ، (ك ، ٦)}

(جـ) {(ك ، ١) ، (ك ، ٢)} (د) {(ك ، ١) ، (ك ، ٢) ، (ك ، ٣)}

(٢) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن حدث عدم وقوع أى من الحدثين يساوى ....

(أ) أ ∩ ب (ب) أ − ب (جـ) أ̄ ∩ ب̄ (د) أ̄ ∪ ب̄

(٣) إذا كانت كتلة جسم على سطح القمر = ٤٠ كجم فإن وزنها على الأرض = ... نيوتن.

(أ) ٢٤٠ (ب) ٣٩٢ (جـ) ٧٨٤ (د) ٢٣٥٢

(٤) إذا نقصت المسافة بين مركزى كتلتين فزادت قوة الجاذبية بينهما إلى الضعف فإن النسبة بين المسافتين الأولى و الثانية = ...

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : $\sqrt{٢}$ (جـ) ١ : ٢ (د) $\sqrt{٢}$: ١

(٥) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما وكان :

ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ ∪ ب)َ = $\frac{١}{٣}$ وكان أ ⊂ ب فإن : ل (ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{٥}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{١٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

(٦) إذا علمت أن قوة الجذب المتبادلة بين الشمس والأرض هى ٣٥,٦٧ × ١٠^٢١ نيوتن وأن كتلة كل من الأرض والشمس هى ٥,٩٧ × ١٠^٢٤ كجم ، ١٩ × ١٠^٢٩ كجم على الترتيب فإن المسافة بين الأرض والشمس ≃ .... متر. حيث ثابت الجذب العام ث = ٦,٦٧ × ١٠^-١١ نيوتن. م^٢/كجم^٢

(أ) ٦,٣٦ × ١٠^٦ (ب) ٢,١٢ × ١٠^٢٢ (جـ) ١,٨ × ١٠^١٢ (د) ١,٤٦ × ١٠^١١

---

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

(أ) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان ل (أ) = $\frac{٢}{٣}$ ل (ب) ، واحتمال حدث وقوع أحدهما على الأكثر يساوى ٠,٧٥ ، واحتمال حدث وقوع أحدهما على الأقل يساوى ٠,٦

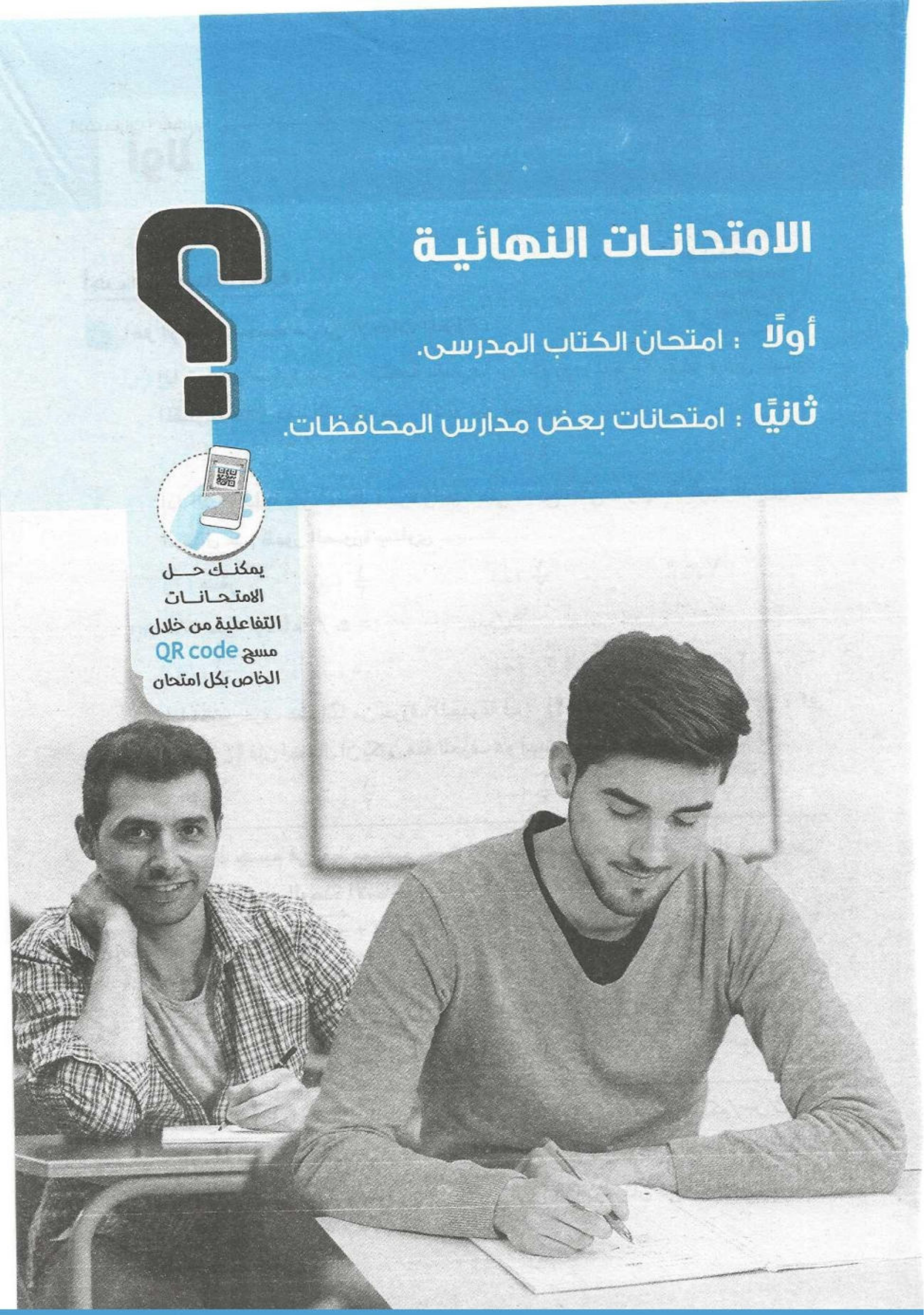
فأوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

(١) احتمال وقوعهما معًا. (٢) وقوع أحد الحدثين فقط.

(٣) وقوع ب أو عدم وقوع أ **(درجتان)**

(ب) إذا علمت أن كتلة الأرض ٥,٩٧ × ١٠^٢٤ كجم وطول نصف قطرها ٦,٣٦ × ١٠^٦ متر أوجد شدة مجال الجاذبية الأرضية على ارتفاع ٥٠ كم من سطح الأرض

(حيث ثابت الجذب العام ث = ٦,٦٧ × ١٠^-١١ نيوتن.متر^٢/كجم^٢) **(درجتان)**


الامتحانات النهائية
أولًا : امتحان الكتاب المدرسى.
ثانيًا : امتحانات بعض مدارس المحافظات.
يمكنك حل الامتحانات التفاعلية من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان

أولاً امتحان الكتاب المدرسى

تم دمج أسئلة اختبارى الكتاب المدرسى الخاصة بمقرر الفصل الدراسى الثانى فى اختبار واحد

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا تحركت سيارة بسرعة منتظمة مقدارها ٩٠ كم/س لمدة ٣٠ دقيقة ، فإن المسافة المقطوعة خلال هذه الفترة بوحدة الكيلو متر تساوى ....

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) ٢,٧ (جـ) ٤٥ (د) ١٦٢

(٢) إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة على سطح أفقى ، ولوحظ الوجه العلوى فإن احتمال عدم ظهور الصورة يساوى ....

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

(٣) ١٨٠ مترًا / ساعة / ث = ... سم/ث^٢

(أ) $\frac{١}{٢٠}$ (ب) ٥ (جـ) ٣٠ (د) ٣٠٠

(٤) إذا اختير حرف عشوائيًا من حروف المجموعة ف = {أ ، ب ، حـ ، ء ، هـ ، و ، ر ، ك ، م ، ع} فإن احتمال أن يكون هذا الحرف هو أحد حروف كلمة مبروك هو ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

---

٢ (أ) يتحرك جسيم فى خط مستقيم بحيث كان متجه موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ بالعلاقة :

$\overleftarrow{ر}$ = (٦ ن − ٣) $\overleftarrow{س}$ + (٨ ن + ١) $\overleftarrow{ص}$ أوجد مقدار الإزاحة عند اللحظة ن = ٣

(ب) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٦٦ م/ث إلى ٧٩,٢ كم/س خلال قطعها مسافة ٦٦ مترًا ، أوجد الزمن الذى قطعت فيه السيارة هذه المسافة ، ثم أوجد المسافة التى تقطعها بعد ذلك حتى تسكن.

---

٣ (أ) قطع راكب دراجة على طريق مستقيم مسافة ٣٧,٥ كم بسرعة ٢٥ كم/س ثم قطع ١٨ كم بسرعة ١٢ كم/س **أوجد معيار متجه السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها إذا كانت :**

(١) الإزاحتان فى اتجاه واحد. (٢) الإزاحتان فى اتجاهين متضادين.

(ب) بدأ جسم حركته فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٥ سم/ث^{٢} ، وبسرعة ابتدائية ٢٠ سم/ث فى عكس اتجاه العجلة. **أوجد سرعته وإزاحته بعد :**

(١) ٣ ثوانٍ (٢) ٤ ثوانٍ (٣) ٦ ثوانٍ (٤) ٩ ثوانٍ

---

٤ (أ) إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٦}$ **فاحسب :**

(١) ل (أ ∪ ب) (٢) ل (أ ∪ بَ)

(ب) قُذف جسم رأسيًا لأعلى من نقطة على سطح الأرض فعاد إليها بعد ١٠ ثوانٍ من لحظة القذف.

أوجد : (١) السرعة الابتدائية. (٢) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم.

---

٥ (أ) إذا كان طول نصف قطر كل من القمر والأرض ١٦٠٠ كم ، ٦٤٠٠ كم على الترتيب ، وكانت النسبة بين عجلتى الجاذبية لكل منهما ١ : ٦

فأوجد النسبة بين كتلتيهما على الترتيب.

(ب) أ ، ب حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية حيث :

ل (أ) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٣}{٤}$ **فأوجد ل (ب) فى كل من الحالتين الآتيتين :**

(١) أ ، ب حدثان متنافيان. (٢) ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$



ثانيًا امتحانات بعض مدارس المحافظات



١ إدارة السيدة زينب توجيه الرياضيات — محافظة القاهرة



اختبار تفاعلى ①

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① السرعة المتوسطة لجسم يتحرك من السكون بعجلة منتظمة (حـ) م/ث^٢
خلال الثانيتين الخامسة والسادسة = ... م/ث

(أ) ٢,٥ حـ (ب) ٥ حـ (جـ) ٦ حـ (د) ٤ حـ

② أ ، ب جسمان يتحركان فى اتجاهين متضادين ، معيار سرعة أ ضعف معيار سرعة ب
فإن : $ع_{أب}$ = ...

(أ) ٢ $ع_{أ}$ (ب) ١,٥ $ع_{أ}$ (جـ) ٢,٥ $ع_{أ}$ (د) ٣ $ع_{أ}$

③ ١٨٠ مترًا/ساعة/ث = ... سم/ث^٢

(أ) $\frac{١}{٢٠}$ (ب) ٥ (جـ) ٣٠ (د) ٣٠٠

④ يتحرك جسيم بحيث كان متجه موضعه $\overleftarrow{ر}$ = (٣ ن + ٢) $\overleftarrow{س}$ + (٤ ن − ١) $\overleftarrow{ص}$
، فإن معيار الإزاحة حتى اللحظة ن = ١ ثانية يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) $\sqrt{٣٤}$

⑤ قُذف جسم رأسيًا لأعلى من نقطة على سطح الأرض فعاد إليها بعد ١٠ ثوان من لحظة القذف فإن سرعته الابتدائية = ... م/ث

(أ) ٩,٨ (ب) ٤,٩ (جـ) ٩٨ (د) ٤٩

⑥ قطعت سيارة مسافة ٥٠ كم فى ساعة واحدة ثم توقفت لمدة نصف ساعة ثم تحركت فى نفس الاتجاه مسافة ٣٠ كم فى نصف ساعة ، فإن السرعة المتوسطة تساوى .... كم/س

(أ) ٨٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٣٠ (د) ٤٠

⑦ سقط جسيم من ارتفاع ٧٨,٤ م نحو سطح الأرض فإن سرعة الجسيم لحظة وصوله إلى سطح الأرض = ... م/ث

(أ) ١٩,٢　(ب) ٣٩,٢　(جـ) ٢٩,٢　(د) ٢٧,٧

⑧ يتحرك جسم بعجلة منتظمة فى اتجاه ثابت فإذا قطع مسافة ٢٦ سم خلال الثانية الرابعة من بدء حركته وقطع ٥٦ سم خلال الثانية التاسعة من بدء حركته فإن العجلة التى يتحرك بها الجسم = ... سم/ث^{٢}

(أ) ٤　(ب) ٥　(جـ) ٦　(د) ٧

⑨ تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٨٥ كم/س وتتحرك دراجة بخارية على نفس الطريق فى الاتجاه المضاد بسرعة ٤٥ كم/س ، فإن سرعة الدراجة البخارية بالنسبة إلى السيارة = ... كم/س

(أ) ١٣٠　(ب) ٤٠　(جـ) ٤٥　(د) ٨٥

⑩ بدأ جسم حركته من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة ٣ سم/ث^{٢} فقطع مسافة ٢٤ سم فإن سرعته فى نهاية تلك المسافة = ... سم/ث

(أ) ١٤٤　(ب) ١٢　(جـ) ٢٤　(د) ٧٢

⑪ قذف جسيم رأسيًا لأعلى بسرعة ٤٢ م/ث فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم = ... متر.

(أ) ٦٥　(ب) ٩٨　(جـ) ٨٤　(د) ٩٠

⑫ إذا سحبت كرة عشوائيًا من صندوق به ٣ كرات بيضاء ، ٥ كرات حمراء ، ٧ كرات خضراء ، فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء أو خضراء هو ....

(أ) $\frac{١}{٥}$　(ب) $\frac{٢}{٣}$　(جـ) $\frac{٧}{١٥}$　(د) $\frac{١}{٢}$

⑬ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ل (أ̄) ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ل (أ) فإن : ل (ب̄) = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$　(ب) $\frac{١}{٤}$　(جـ) $\frac{٣}{٤}$　(د) $\frac{١}{٣}$

⑭ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ، فإن احتمال الحصول على عدد فردى أقل من ٥ هو ....

(أ) $\frac{٢}{٥}$　(ب) $\frac{١}{٢}$　(جـ) $\frac{١}{٣}$　(د) $\frac{١}{٦}$

(١٥) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ب ⊂ أ

وكان : ل (أ) = ٠,٩ ، ل (ب) = ٠,٦ فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٢

(١٦) عند سحب بطاقة من ١٠ بطاقات متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٠ ، فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ على البطاقة هو ....

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٥

(١٧) إذا كانت : ف = {أ ، ب ، حـ} فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٥}$ فإن : ل (حـ) = ...

(أ) $\frac{٤}{١٥}$ (ب) $\frac{٢}{١٥}$ (جـ) $\frac{١}{١٥}$ (د) $\frac{١١}{١٥}$

(١٨) إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان فإن : ل (أ ∩ ب)َ = ...

(أ) ∅ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) صفر (د) ١

(١٩) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن احتمال وقوع أ فقط هو ....

(أ) ل (أ) (ب) ل (أ − ب) (جـ) ل (ب − أ) (د) ل (أَ ∩ بَ)

(٢٠) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ما حيث : ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٨ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ فإن : ل (أ)َ + ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٩ (جـ) ١,٦ (د) ١

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن السؤالين الآتيين :

١ قذف جسم رأسيًا لأعلى من نقطة على سطح الأرض فعاد إليها بعد ١٠ ثوانٍ من لحظة القذف.
أوجد : (١) السرعة الابتدائية. (٢) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم.

٢ جسم يتحرك فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٧ م/ث وعجلة منتظمة ٤ م/ث^٢ فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية أوجد السرعة النهائية والمسافة المقطوعة بعد ٦ ثوانى.



٢ إدارة العمرانية توجيه الرياضيات — محافظة الجيزة



أولا أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٩٨ م/ث فإن زمن وصوله إلى أقصى ارتفاع = ...

(أ) ١٥ ثانية. (ب) ١٠ ثوان. (جـ) ٣ ثوان. (د) ٢٠ ثانية.

② إذا كان أ ، ب حدثين متنافين من فضاء عينة ف وكان : ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٢

فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٢ (د) ٠,٨

③ الزمن بالساعة الذى تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ٣٠ م/ث فى قطع مسافة ٢٧٠ كم يساوى ....

(أ) ١,٥ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ٢,٥

④ إذا كان أ حدث من فضاء عينة ف وكان : ل (أ) = ٤ ل (أَ) فإن : ل (أ) = ...

(أ) ٠,٤ (ب) ٠,٨ (جـ) ٠,٦ (د) ١

⑤ إذا تناقصت سرعة سيارة من ٩٠ كم/س إلى ٣٦ كم/س خلال ٤ ثوانى فإن المسافة المقطوعة خلال هذه الفترة تساوى .... متر.

(أ) ١٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٧٠ (د) ١٤٠

⑥ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف وكان : ل (أ) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٥

، ل (أ ∪ ب) = ٠,٩ فإن : ل (ب − أ) = ...

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٢ (د) ٠,٨

⑦ قطع راكب دراجة على طريق مستقيم مسافة ٣٧,٥ كم بسرعة ٢٥ كم/س ثم قطع مسافة قدرها ١٨ كم بسرعة ١٢ كم/س فى الاتجاه المعاكس فإن معيار متجه السرعة المتوسطة يساوى .... كم/س

(أ) ٦,٥ (ب) ١٣ (جـ) ١٨,٥ (د) ٣١,٢٥

⑧ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف ، أ ⊂ ب ، ل (ب) = ٣ ل (أ)

، ل (أ ∪ ب) = ٠,٧٢ فإن : ل (أ) = ...

(أ) ٠,١٨ (ب) ٠,٢٤ (جـ) ٠,٣٦ (د) ٠,٤٨

⑨ قذف جسيم رأسيًا لأعلى فعاد إلى نقطة القذف بعد ١٠ ثوانى فإن أقصى ارتفاع وصل إليه الجسيم = ... متر.

(أ) ١٢٢,٥ (ب) ١٠٢,٥ (جـ) ١٢٩,٥ (د) ٤٩

⑩ ألقى حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال حدث الحصول على عدد أكبر من ٣ أو أقل من ٤ يساوى ....

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) ∅ (د) ٠,٥

⑪ إذا كان : $\overleftarrow{ع}_أ$ = ١٥ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_ب$ = ٢٢ $\overleftarrow{س}$ فإن : $\overleftarrow{ع}_{أب}$ = ...

(أ) ٣٧ $\overleftarrow{س}$ (ب) ٧ $\overleftarrow{س}$ (جـ) −٥ $\overleftarrow{س}$ (د) −٧ $\overleftarrow{س}$

⑫ إذا كان ب حدث من فضاء عينة ف وكان : ل (ب) = ٠,٦ فإن : ل (ف − ب) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٨

⑬ سقط حجر من السكون من ارتفاع ١٠ متر على أرض رخوة فغاص فيها مسافة ١٩٦ سم فإن عجلة حركة الجسم داخل الأرض = ... م/ث^2

(أ) ٥٠ (ب) −٥٠ (جـ) ٥ (د) −٥

⑭ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة ما وكان : ل (أ) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل (ب) = $\frac{٥}{٨}$

، ل (أ َ ∩ بَ) = $\frac{١}{٨}$ فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٥}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٢}$

⑮ داخل قطار طوله ٢٧٥ مترًا نفقًا مستقيمًا بسرعة منتظمة ٩٠ كم/س فاستغرق عبوره بالكامل من النفق زمن قدره ٢٥ ثانية فإن طول النفق = ... متر.

(أ) ٦٢٥ (ب) ٣٥٠ (جـ) ٢٥٠ (د) ٩٠٠

(١٦) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن احتمال وقوع حدث أن يكون الفرق المطلق بين العددين الظاهرين = ٣ هو ....

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٦}$

(١٧) قذف جسيم رأسيًا لأعلى بسرعة ١٤ م/ث فإن الزمن اللازم لكى يصل الجسيم لنقطة على بعد ٣٥٠ م أسفل نقطة القذف يساوى .... ث.

(أ) ١٠ (ب) ٩ (جـ) ٨ (د) ٧

(١٨) إذا كان س ، ص حدثين متنافيين من فضاء عينة ف فإن : ل (سَ ∪ صَ) = ...

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٧}{١٠}$

(١٩) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٣٧ سم/ث وعجلة منتظمة فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية مقدارها ٨ سم/ث^٢ فإن المسافة المقطوعة خلال الثانيتين التاسعة والعاشرة تساوى .... سم.

(أ) ٧٣ (ب) ١٠٨ (جـ) ٢١٨ (د) ٣٦٠

(٢٠) يتحرك جسيم فى خط مستقيم من نقطة ثابتة (و) بحيث أن متجه موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى بالعلاقة $\overleftarrow{ر}$ = (ن^٢ + ٣ ن + ٥) $\overleftarrow{ى}$ حيث $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة موازى للخط المستقيم فإن متجه السرعة المتوسطة منذ بدء الحركة حتى (ن = ٣) ثانية يساوى .... $\overleftarrow{ى}$

(أ) ٦ (ب) ٩ (جـ) ١٢ (د) ١٨

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن السؤالين الآتيين :

١ قذف جسيم رأسيًا لأعلى بسرعة ٤٩ م/ث أوجد الزمن اللازم لكى يكون الجسم على بعد ١٠٢,٩ متر أعلى نقطة القذف.

---

٢ بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٣٠ سم/ث وبعجلة منتظمة ٦ سم/ث^٢ تعمل فى اتجاه سرعته.

أوجد : (١) المسافة المقطوعة بعد ٥ ثوان من بدء الحركة.

(٢) المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة فقط.

٣ إدارة شرق توجيه الرياضيات — محافظة الإسكندرية

اختبـــار تفاعلى ③

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① ٤٥ كم/دقيقة = ... م/ث

(أ) ٧٥٠ (ب) ١٢,٥ (جـ) ١٦٢ (د) ٧٥

② عندما يتحرك جسيم فإن مقدار الإزاحة .... المسافة المقطوعة.

(أ) $<$ (ب) $\leq$ (جـ) $>$ (د) $\geq$

③ إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان فإن : ل (أ ∩ بَ) = ...

(أ) ∅ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) صفر (د) ١

④ أ ، ب حدثان من فضاء العينة ف بحيث ل (أ ∪ ب) = ٠,٨٥ ، ل (أ) = ٠,٧٥ ، ل (بَ) = ٠,٦ فإن : ل (أ ∩ بَ) = ...

(أ) ٠,٤ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤٥ (د) ٠,١٥

⑤ أ ، ب حدثان من فضاء العينة فى تجربة عشوائية فإن : (ف − (أ ∪ ب)) هو ....

(أ) حدث عدم وقوع أى من الحدثين أ ، ب (ب) حدث وقوع أ ، ب معًا.

(جـ) حدث عدم وقوع الحدثين أ ، ب (د) حدث وقوع أ أو ب

⑥ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية بحيث كان أ ⊃ ب

، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٥}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٤}{٥}$ فإن : ل (أ) = ...

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) $\frac{٤}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

⑦ إذا ألقيت قطعة نقود ٥ مرات متتالية فإن احتمال ظهور خمس كتابات متتالية هو ....

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٣٢}$ (د) $\frac{٥}{٣٢}$

⑧ إذا قذف جسم رأسيًا لأعلى فوصل إلى أقصى ارتفاع بعد مرور ٥ ثوانى من لحظة قذفه فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم هو .... م

(أ) ١٢٢,٥ (ب) ٤٩ (جـ) ٥ (د) ٢,٥

(٩) إذا كانت ف = {أ ، ب ، حـ} فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٦}$

، ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ فإن : ل (حـ) = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{٢}$

(١٠) فى تجربة إلقاء قطعة نقود ثم حجر نرد وملاحظة الوجه الظاهر على الوجه العلوى لكل منهما فإن احتمال حدث ظهور كتابة وعدد فردى يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٢}$

(١١) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإذا كان :

ل (أ) = $\frac{٣}{٥}$ ل (أ ∪ ب) = ٠,٤٥ ، ل (أ − ب) = ٠,٢ فإن : ل (بَ) = ...

(أ) ٠,٧٥ (ب) ٠,٤٥ (جـ) ٠,٦٥ (د) ٠,٥٥

(١٢) دراجة بخارية تتحرك بسرعة ٥٠ كم/س شاهد سائقها سيارة متحركة فى نفس الاتجاه فبدت له أنها تبتعد عنه للأمام بسرعة ١٥ كم/س فإن السرعة الحقيقية للسيارة = ... كم/س

(أ) ١٥ (ب) ٦٥ (جـ) ٣٥ (د) ٥٠

(١٣) إذا كان : ل (أ) : ل (ب) : ل (أ ∪ ب) : ل (أ ∩ ب) = ٣ : ك : ٥ : ٢

فإن : ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٥ (د) ١٠

(١٤) يتحرك جسم من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع مسافة (س) مترًا فى أول ١٠ ثوان وقطع مسافة (ص) مترًا فى العشر ثوان التالية فإن ....

(أ) ص = س (ب) ص = ٢ س (جـ) ص = ٣ س (د) ص = ٤ س

(١٥) إذا سقط جسم من ارتفاع متر ١٩,٦ متر على أرض رملية فغاص فيها مسافة ١٦ سم حتى سكن فإن عجلة حركة الجسم داخل الرمل بوحدة م/ث^{٢} تساوى ....

(أ) ١٢٠٠,٥ (ب) ١٩,٦ (جـ) ٩,٨ (د) −١٢٠٠,٥

(١٦) قذف جسم رأسيًا إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض فقطع ١٦ م خلال ن ثانية الأولى وهو صاعد فإن المسافة التى يقطعها خلال ن ثانية الأخيرة وهو هابط..............

(أ) ١٦ سم (ب) ٢٠٠ سم (جـ) ٨٠٠ سم (د) ١٦٠٠ سم

(١٧) إذا كان $\overset{\rightharpoonup}{ر}$ متجه الموضع لجسيم يتحرك فى خط مستقيم من نقطة ويعطى بالعلاقة
$\overset{\rightharpoonup}{ر}$ = (٢ ن^{٢} + ١٣) $\overset{\rightharpoonup}{ى}$ فإن معيار متجه الإزاحة بعد ١,٥ ثانية يساوى .... وحدة.

(أ) ٧,٥ (ب) ٤,٥ (جـ) ٦ (د) ن^{٢}

(١٨) جسمان كتلتهما ١٠ كجم ، ٢٠ كجم وقعًا فى من نفس الارتفاع وبإهمال مقاومة الهواء
إذا كانت الكتلة ٢٠ كجم تأخذ ن زمن حتى تصل إلى الأرض فإن الزمن الذى تأخذه
الكتلة ١٠ كجم حتى تصل إلى الأرض تساوى ....

(أ) ن (ب) ٢ ن (جـ) $\frac{١}{٢}$ ن (د) $\frac{١}{٤}$ ن

(١٩) قذف جسم رأسيًا إلى أعلى بسرعة ٢٤,٥ م/ث فإن المسافة المقطوعة فى الثانية الثانية
= .... سم.

(أ) ٤٩٠ (ب) ٩٨٠ (جـ) ٢٤٥ (د) ٢,٤٥

(٢٠) السرعة المتوسطة لجسم يتحرك بسرعة ابتدائية ع. وعجلة منتظمة حـ خلال الثانية الخامسة
من حركته = ...

(أ) ع. + ٥ حـ (ب) ع. + ٤ حـ (جـ) ع. + ٤,٥ حـ (د) ع. + ٥,٥ حـ

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن السؤالين الآتيين :

(١) قذفت كرة رأسيًا إلى أعلى من نافذة أحد المنازل وشوهدت وهى هابطة أمام النافذة بعد ٤ ثوانى من قذفها ثم وصلت إلى سطح الأرض بعد ٥ ثوانى من لحظة قذفها أوجد ارتفاع النافذة عن سطح الأرض.

(٢) تتحرك سيارة بسرعة منتظمة ٧٢ كم/س مرت بسيارة شرطة ساكنة فبدأت سيارة الشرطة فى متابعتها بعد ١٠ ثوانى من مرورها متحركة بعجلة منتظمة مسافة ١٠٠ م حتى بلغت سرعتها ٩٠ كم/س ثم سارت بهذه السرعة حتى لحقت بالسيارة الأولى أوجد الزمن الذى استغرقته عملية المطاردة منذ لحظة تحرك سيارة الشرطة والمسافة التى قطعتها هذه السيارة.



٤ إدارة العبور توجيه الرياضيات — محافظة القليوبية

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختبار تفاعلى ④

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① تحرك جسم شرقًا ٣٠ كم فى ٣ ساعات ثم تحرك ٣٠ كم غربًا فى ساعتين فإن سرعته المتوسطة تساوى .... كم/ساعة.

(أ) صفر　(ب) ١٢　(جـ) ١٥　(د) ٣٠

② دخل قطار طوله ١٥٠ متر نفق مستقيم طوله ف متر فاستغرق عبوره بالكامل من النفق زمن قدره ١٥ ثانية ، فإن طول النفق إذا كانت سرعة القطار منتظمة وتساوى ٩٠ كم/س يساوى .... متر.

(أ) ١٢٥　(ب) ١٥٠　(جـ) ٢٢٥　(د) ٣٧٥

③ يتحرك جسيم فى خط مستقيم بحيث كان متجه موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ بالعلاقة $\overleftarrow{ر} = (٦ ن - ٣) \overleftarrow{س} + (٨ ن + ١) \overleftarrow{ص}$ فإن مقدار الإزاحة عند اللحظة ن = ٣ يساوى .... وحدة طول.

(أ) ١٨　(ب) ٤٢　(جـ) ٢٤　(د) ٣٠

④ ١٨٠ متر/ساعة = ... سم/ث

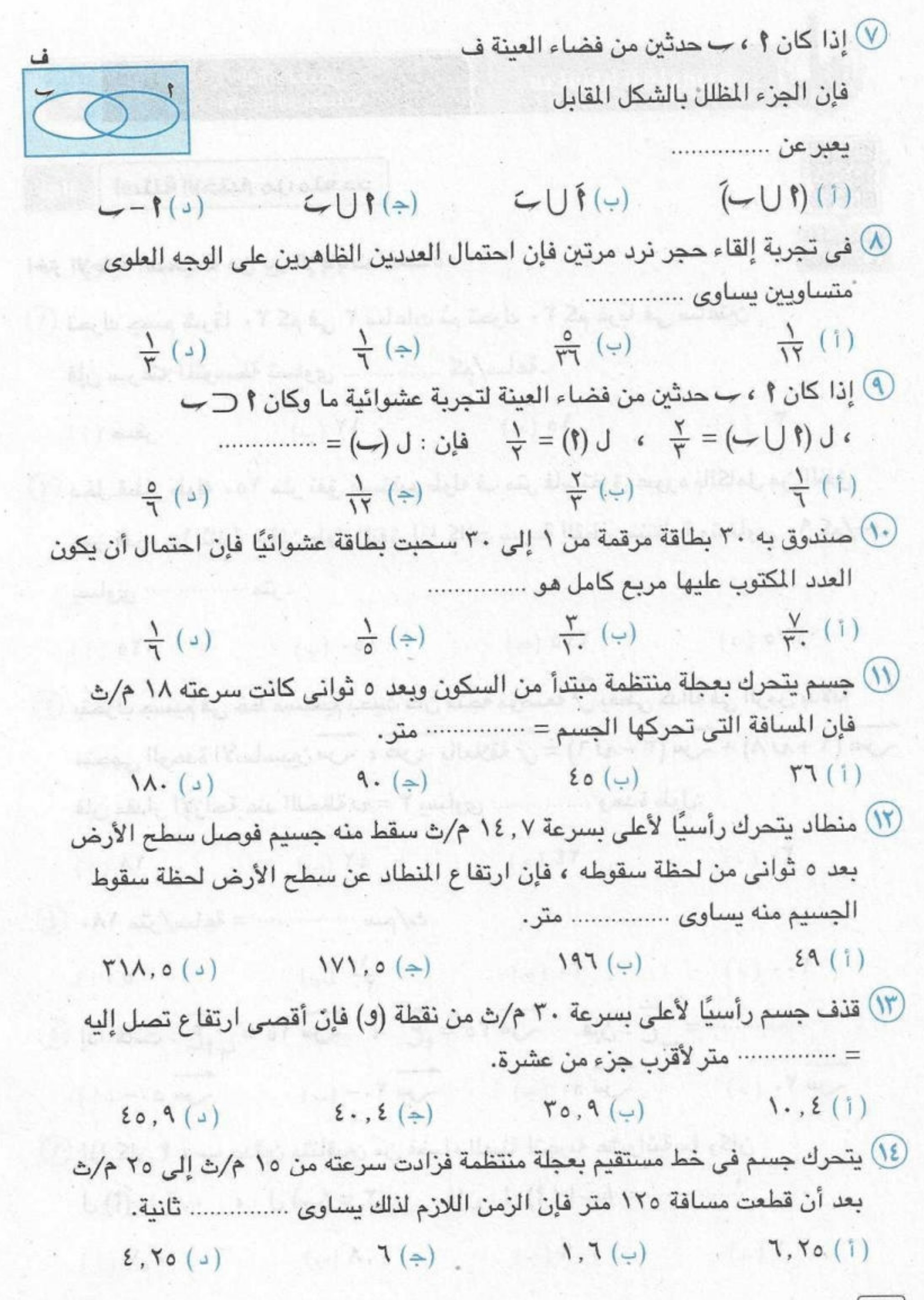
(أ) ٥　(ب) $\frac{١}{٢٠}$　(جـ) ٣٠　(د) ٣٠٠

⑤ إذا كانت : $\overleftarrow{ع}_{أب} = ١٥ \overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أ} = ٣٥ \overleftarrow{س}$ فإن : $\overleftarrow{ع}_{ب} =$ ....

(أ) $-٥٠ \overleftarrow{س}$　(ب) $-٢٠ \overleftarrow{س}$　(جـ) $٥٠ \overleftarrow{س}$　(د) $٢٠ \overleftarrow{س}$

⑥ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان :
ل (أ) = ٠,٦ ، ل (ب) = ٠,٣ فإن : ل (أ ⋃ ب) = ...

(أ) ٠,٧　(ب) ٠,٨　(جـ) ٠,٩　(د) ١



⑦ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف
فإن الجزء المظلل بالشكل المقابل
يعبر عن ....

(أ) (أ ∪ ب)′ (ب) أ′ ∪ ب′ (ج) أ ∪ ب′ (د) أ − ب

⑧ فى تجربة إلقاء حجر نرد مرتين فإن احتمال العددين الظاهرين على الوجه العلوى متساويين يساوى ....

(أ) $\frac{١}{١٢}$ (ب) $\frac{٥}{٣٦}$ (ج) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٣}$

⑨ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان أ ⊂ ب
، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ فإن : ل (ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (ج) $\frac{١}{١٢}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

⑩ صندوق به ٣٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٣٠ سحبت بطاقة عشوائيًا فإن احتمال أن يكون العدد المكتوب عليها مربع كامل هو ....

(أ) $\frac{٧}{٣٠}$ (ب) $\frac{٣}{١٠}$ (ج) $\frac{١}{٥}$ (د) $\frac{١}{٦}$

⑪ جسم يتحرك بعجلة منتظمة مبتدأ من السكون وبعد ٥ ثوانى كانت سرعته ١٨ م/ث فإن المسافة التى تحركها الجسم = ... متر.

(أ) ٣٦ (ب) ٤٥ (ج) ٩٠ (د) ١٨٠

⑫ منطاد يتحرك رأسيًا لأعلى بسرعة ١٤,٧ م/ث سقط منه جسيم فوصل سطح الأرض بعد ٥ ثوانى من لحظة سقوطه ، فإن ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض لحظة سقوط الجسيم منه يساوى .... متر.

(أ) ٤٩ (ب) ١٩٦ (ج) ١٧١,٥ (د) ٣١٨,٥

⑬ قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٣٠ م/ث من نقطة (و) فإن أقصى ارتفاع تصل إليه = ... متر لأقرب جزء من عشرة.

(أ) ١٠,٤ (ب) ٣٥,٩ (ج) ٤٠,٤ (د) ٤٥,٩

⑭ يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فزادت سرعته من ١٥ م/ث إلى ٢٥ م/ث بعد أن قطعت مسافة ١٢٥ متر فإن الزمن اللازم لذلك يساوى .... ثانية.

(أ) ٦,٢٥ (ب) ١,٦ (ج) ٨,٦ (د) ٤,٢٥

(١٥) سقط جسم من ارتفاع فقطع فى الثانية الأخيرة مسافة ١٩,٦ متر قبل اصطدامه بالأرض فإن زمن وصوله إلى الأرض من لحظة سقوطه يساوى .... ثانية.

(أ) ٢ (ب) ٢,٥ (جـ) ٣ (د) ٣,٥

(١٦) المسافة التى يقطعها جسيم يتحرك فى اتجاه ثابت من السكون بعجلة مقدارها ٥ سم/ث^{٢} فى زمن قدره ٤ ثوانى يساوى .... سم

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٤٠ (د) ٨٠

(١٧) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ − ب) = $\frac{٥}{١٢}$ ، فإن احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{٧}{١٢}$ (د) $\frac{١١}{١٢}$

(١٨) إذا كان ف = {أ ، ب ، حـ} فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٥}$ فإن : ل (حـ) = ...

(أ) $\frac{٤}{١٥}$ (ب) $\frac{٢}{١٥}$ (جـ) $\frac{١}{١٥}$ (د) $\frac{١١}{١٥}$

(١٩) فى تجربة إلقاء قطعة نقود عدة مرات بحيث تتوقف التجربة عند ظهور الصورة أو ثلاث كتابات فإن عدد عناصر فضاء العينة ف = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

(٢٠) يصوب لاعبان أ ، ب فى وقت واحد نحو هدف ما فإذا كان احتمال أن يصيب اللاعب أ الهدف هو $\frac{٢}{٥}$ ، احتمال أن يصيب اللاعب ب الهدف هو $\frac{١}{٤}$ واحتمال أن يصيب اللاعبان الهدف معًا هو $\frac{١}{١٠}$ فإن احتمال إصابة الهدف من اللاعب أ فقط يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{١٠}$ (د) $\frac{١١}{٢٠}$

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن السؤالين الآتيين :

١ سقطت كرة من ارتفاع ١٠ أمتار عن سطح الأرض وعند وصولها للأرض ارتدت إلى أعلى بسرعة تساوى نصف سرعة وصولها للأرض. أوجد أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة.

---

٢ بدأ جسيم حركته من سكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع مسافة ٣٨ سم فى الثانية العاشرة فقط من حركته. أوجد مقدار عجلته والمسافة التى قطعها فى الخمس ثوانى الأولى من بدأ الحركة.



٥ إدارة شرق الزقازيق
توجيه الرياضيات

محافظة الشرقية

أولاً **أسئلة الاختيار من متعدد**

اختبار تفاعلى ٥

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① تواجد جسم عند لحظتين زمنيتين ٣ ، ٧ ثوان عند الموضعين أ (٥ ، ٢)
، ب (٩ ، ١٠) فإن السرعة المتوسطة للجسم خلال هذه الفترة يساوى ....

(أ) ٥ (ب) $\sqrt{٥}$ (جـ) ٤ (د) ٣

② إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ، أ ⊂ ف وكان : ٥ ل (أَ) = ٣ ل (أ)
فإن : ل (أ) = ...

(أ) $\frac{٣}{٨}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٥}{٨}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

③ إذا كان متجه موضع جسم يتحرك فى خط مستقيم من النقطة (و) يعطى كدالة فى الزمن ن (ثانية) بالعلاقة : $\overleftarrow{ر}$ = (٢ ن^{٢} + ٣) $\overleftarrow{ى}$ فإن معيار متجه الإزاحة ف بعد ٢ ث حيث معيار $\overleftarrow{ر}$ بالمتر يساوى .... متر.

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١١

④ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان ب ⊂ أ وكان :
ل (أ) = ٢ ل (ب) = ٠,٦ فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٢

⑤ إذا كان $\overleftarrow{ع}_{أب}$ = ٦٥ $\overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أ}$ = ٥٠ $\overleftarrow{ى}$ فإن : $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = ... $\overleftarrow{ى}$

(أ) ١٥ (ب) −١٥ (جـ) ١١٥ (د) −١١٥

⑥ سقط جسم رأسيًا لأسفل من ارتفاع ٤٩٠ م عن سطح الأرض فإن زمن وصول الجسم إلى سطح الأرض = ... ث

(أ) ٩٨ (ب) ٢٠ (جـ) ١٠ (د) ٩,٨

⑦ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية
فإن : ل (أ ∩ بَ) = ...

(أ) صفر (ب) ل (أ) (جـ) ل (ب) (د) ١

⑧ أطلقت رصاصة أفقيًا على كتلة خشبية بسرعة ١٠٠ م/ث فغاصت فيها مسافة ٥٠ سم فإن العجلة التى تتحرك بها الرصاصة داخل الكتلة الخشبية علمًا بأن العجلة منتظمة هى .... م/ث^{٢}.

(أ) ١٠٠٠٠ (ب) ١٠٠٠ (جـ) -١٠٠٠ (د) -١٠٠٠٠

⑨ بدأ جسم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٠ سم/ث وبعجلة منتظمة ٤ سم/ث^{٢} فى اتجاه سرعته فإن المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة فقط تساوى .... متر.

(أ) ٢٨ (ب) ٢,٨ (جـ) ٠,٢٨ (د) ٠,٠٢٨

⑩ إذا كانت : ف = {أ ، ب ، حـ} فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٣ ل (حـ) ، ل (ب) = ٢ ل (حـ) فإن : ل (حـ) = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

⑪ فى تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية وملاحظة تتابع الصور والكتابات فإن احتمال ظهور صورتين على الأقل يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٥}{٨}$

⑫ فى تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عددين مجموعهما ٩ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٩}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٥}{٣٦}$

⑬ من مجموعة الأرقام {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} كون عدد من رقمين مختلفين. كم عدد عناصر فضاء العينة ؟

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٢ (د) ١٦

⑭ قذف جسيم رأسيًا لأعلى بسرعة ٣٩,٢ م/ث فإن زمن وصول الجسيم لأقصى ارتفاع = ... ث

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

⑮ قذفت كرة صغيرة رأسيًا إلى أعلى من نافذة أحد المنازل وشوهدت الكرة وهى هابطة أمام النافذة بعد ٣ ث من قذفها ثم وصلت إلى سطح الأرض بعد ٤ ث من لحظة القذف فإن ارتفاع هذه النافذة عن سطح الأرض = ... م

(أ) ٩,٨ (ب) ١٤,٧ (جـ) ١٩,٦ (د) ٤,٩

∴ ٢٠٠ = (٠ + ١٠)/٢ × ن   ∴ ن = ٤٠ ثانية

∴ الزمن الذى استغرقه الجسيم فى قطع المسافة كلها

= ٨٠ + ٨٠ + ٤٠ = ٢٠٠ ثانية

∴ السرعة المتوسطة خلال قطع المسافة كلها

= (٤٠٠ + ٨٠٠ + ٢٠٠)/٢٠٠ = ١٤٠٠/٢٠٠ = ٧ م/ث

٢

بالنسبة للجسم الساقط :

∵ ف = ع. ن + ½ ء ن²

∴ ف١ = صفر + ½ × ٩,٨ × ن² = ٤,٩ ن² (١)

، بالنسبة للجسم المقذوف لأعلى :

∵ ف = ع. ن − ½ ء ن²

∴ ف٢ = ٢٠ ن − ½ × ٩,٨ × ن²

= ٢٠ ن − ٤,٩ ن² (٢)

، ∵ مجموع مقدارى الازاحتين ف١ ، ف٢ = ٤٠ متر

، من (١) ، (٢) :

∴ ٤,٩ ن² + ٢٠ ن − ٤,٩ ن² = ٤٠

∴ ٢٠ ن = ٤٠   ∴ ن = ٢ ثانية

بالنسبة للجسم الساقط فإن المسافة المقطوعة

= مقدار الإزاحة ف١ = ٤,٩ (٢)² = ١٩,٦ متر

∴ يتقابل الجسمان على ارتفاع = ٤٠ − ١٩,٦

= ٢٠,٤ م

١٣ محافظة بنى سويف

اولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (د)   (٢) (ب)   (٣) (ب)   (٤) (د)
(٥) (د)   (٦) (جـ)   (٧) (ب)   (٨) (أ)
(٩) (جـ)   (١٠) (أ)   (١١) (ب)   (١٢) (جـ)
(١٣) (جـ)   (١٤) (ب)   (١٥) (أ)   (١٦) (ب)
(١٧) (ب)   (١٨) (جـ)   (١٩) (ب)   (٢٠) (جـ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

ع. = ١٠ سم/ث ، ف = ١٠ سم

ع = صفر

، ∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

∴ (٠)² = (١٠)² + ٢ جـ (١٠)

∴ جـ = −٥ سم/ث²

٢

∵ ف = ع. ن − ½ ء ن²

∴ ف = ٤٩ × ٢ − ½ × ٩,٨ × ٤ = ٧٨,٤ مترًا

∴ بعد ٢ ثانية يكون الجسيم أعلى موضع القذف بمقدار ٧٨,٤ مترًا ومتحركًا إلى أعلى.

١٤ محافظة أسيوط

اولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (جـ)   (٢) (أ)   (٣) (أ)   (٤) (ب)
(٥) (د)   (٦) (ب)   (٧) (جـ)   (٨) (أ)
(٩) (د)   (١٠) (أ)   (١١) (جـ)   (١٢) (أ)
(١٣) (د)   (١٤) (جـ)   (١٥) (د)   (١٦) (جـ)
(١٧) (ب)   (١٨) (جـ)   (١٩) (ب)   (٢٠) (جـ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

ع. = ٠ — ١٠٠ سم — ٢٨٠ سم — ع = ٠

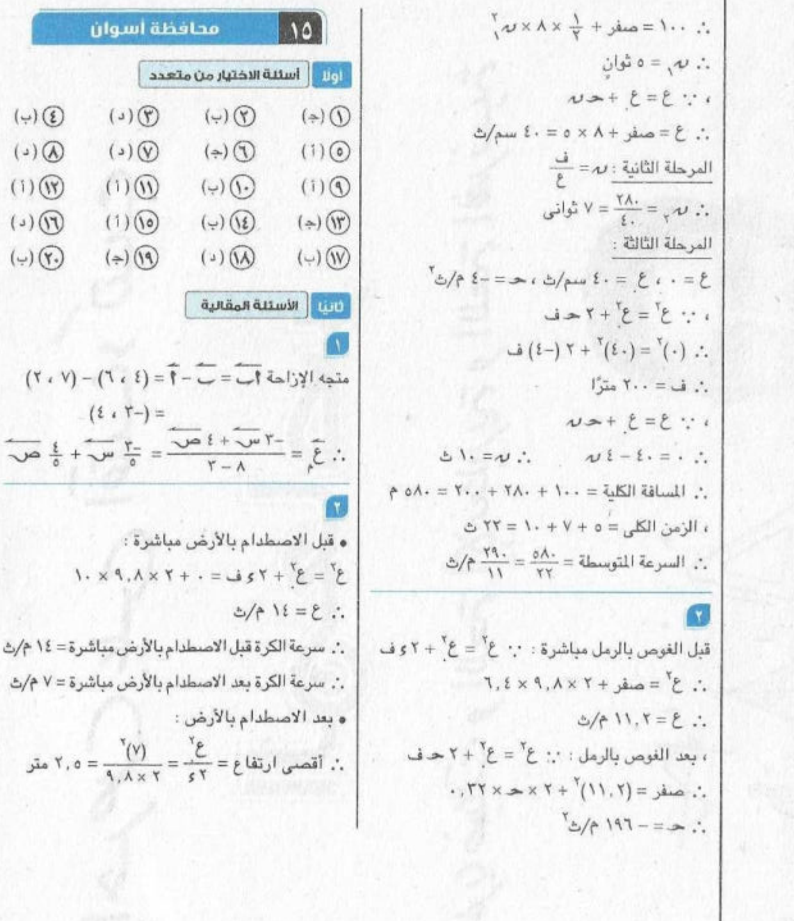
المرحلة الأولى — المرحلة الثانية — المرحلة الثالثة

المرحلة الأولى :

ع. = ٠ ، ف = ١٠٠ سم

، جـ = ٨ سم/ث²

∵ ف = ع. ن + ½ جـ ن²



∴ ١٠٠ = صفر + ½ × ٨ × ن١²

∴ ن١ = ٥ ثوانٍ

، ∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ع = صفر + ٨ × ٥ = ٤٠ سم/ث

المرحلة الثانية : ن = ف/ع

∴ ن٢ = ٢٨٠/٤٠ = ٧ ثوانى

المرحلة الثالثة :

ع = ٠ ، ع. = ٤٠ سم/ث ، جـ = −٤ م/ث²

، ∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

∴ (٠)² = (٤٠)² + ٢ (−٤) ف

∴ ف = ٢٠٠ مترًا

، ∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ٠ = ٤٠ − ٤ ن   ∴ ن = ١٠ ث

∴ المسافة الكلية = ١٠٠ + ٢٨٠ + ٢٠٠ = ٥٨٠ م

، الزمن الكلى = ٥ + ٧ + ١٠ = ٢٢ ث

∴ السرعة المتوسطة = ٥٨٠/٢٢ = ٢٩٠/١١ م/ث

٢

قبل الغوص بالرمل مباشرة : ∵ ع² = ع.² + ٢ ء ف

∴ ع² = صفر + ٢ × ٩,٨ × ٦,٤

∴ ع = ١١,٢ م/ث

، بعد الغوص بالرمل : ∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

∴ صفر = (١١,٢)² + ٢ × جـ × ٠,٣٢

∴ جـ = −١٩٦ م/ث²

١٥ محافظة أسوان

اولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (جـ)   (٢) (ب)   (٣) (د)   (٤) (ب)
(٥) (أ)   (٦) (جـ)   (٧) (د)   (٨) (د)
(٩) (أ)   (١٠) (ب)   (١١) (أ)   (١٢) (أ)
(١٣) (جـ)   (١٤) (ب)   (١٥) (أ)   (١٦) (د)
(١٧) (ب)   (١٨) (د)   (١٩) (جـ)   (٢٠) (ب)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

متجه الإزاحة أب = ب − أ = (٤ ، ٦) − (٧ ، ٢)

= (−٣ ، ٤)

∴ عَ = (−٣ س + ٤ ص)/(٨ − ٣) = −٣/٥ س + ٤/٥ ص

٢

• قبل الاصطدام بالأرض مباشرة :

ع² = ع.² + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ١٠

∴ ع = ١٤ م/ث

∴ سرعة الكرة قبل الاصطدام بالأرض مباشرة = ١٤ م/ث

∴ سرعة الكرة بعد الاصطدام بالأرض مباشرة = ٧ م/ث

• بعد الاصطدام بالأرض :

∴ أقصى ارتفاع = ع.²/٢ء = (٧)²/(٢ × ٩,٨) = ٢,٥ متر

٦ إدارة منوف
توجيه الرياضيات

محافظة المنوفية

اختبار تفاعلى ٦

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) قذفت كرة رأسيًا لأعلى فوصلت إلى ارتفاع ٥ متر ثم عادت إلى نقطة القذف مرة أخرى فإن مقدار الإزاحة الحادثة يساوى .... متر.

(أ) ١٥ (ب) ١٠ (جـ) ٥ (د) صفر

(٢) الزمن الذى تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ٢٠ م/ث فى قطع مسافة ١٨٠ كم يساوى .... ساعة.

(أ) ٣ (ب) ٢,٥ (جـ) ٢ (د) ١,٥

(٣) تتحرك سيارتان أ ، ب على طريق مستقيم واحد فى اتجاهين متضادين بالسرعتين ١٢٥ كم/س ، ٧٥ كم/س على الترتيب ، فإن مقدار سرعة السيارة ب بالنسبة إلى السيارة أ = ... كم/س

(أ) ٢٠٠ (ب) ٧٥ (جـ) ٥٠ (د) −٥٠

(٤) يتحرك جسيم فى خط مستقيم بتقصير منتظم مقداره يساوى ٣ م/ث^2 فسكن بعد ١٩ ثانية فإن مقدار سرعته الابتدائية = ... م/ث

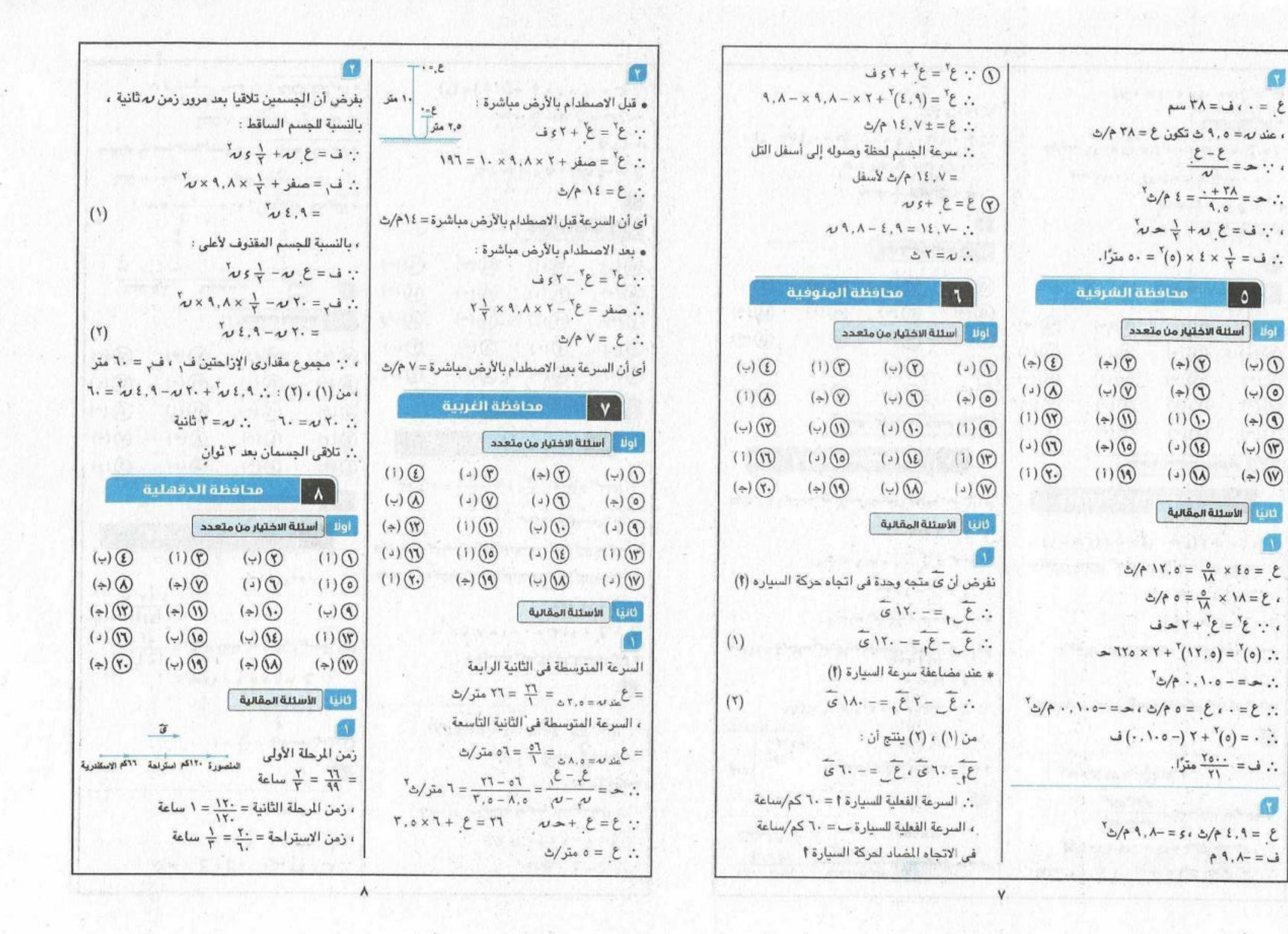
(أ) ٦٠ (ب) ٥٧ (جـ) ٥٤ (د) ١٦

(٥) يتحرك جسيم من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع ٢٤ م فى الثوانى الأربع الأولى من حركته ، فإن مقدار عجلته = ... م/ث^2

(أ) ١٢ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ١,٥

(٦) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٥ سم/ث وعجلة منتظمة ٤ سم/ث^2 فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية ، فإن المسافة التى يكون الجسم قد قطعها فى الثانية السادسة فقط = ... سم.

(أ) ٣٩ (ب) ٣٧ (جـ) ٣٥ (د) ٣٢



٢

$ع_٠ = ٠$ ، $ف = ٣٨$ سم

، عند $ن = ٩.٥$ ث تكون $ع = ٣٨$ م/ث

، $\because ح = \frac{ع - ع_٠}{ن}$

$\therefore ح = \frac{٣٨ - ٠}{٩.٥} = ٤$ م/ث^٢

، $\because ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} ح ن^٢$

$\therefore ف = \frac{١}{٢} \times ٤ \times (٥)^٢ = ٥٠$ مترًا.

٥ محافظة الشرقية

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (ب)	(٢) (جـ)	(٣) (جـ)	(٤) (جـ)
(٥) (ب)	(٦) (جـ)	(٧) (ب)	(٨) (د)
(٩) (جـ)	(١٠) (أ)	(١١) (جـ)	(١٢) (أ)
(١٣) (ب)	(١٤) (د)	(١٥) (جـ)	(١٦) (د)
(١٧) (جـ)	(١٨) (د)	(١٩) (أ)	(٢٠) (أ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

$ع_٠ = ٤٥ \times \frac{٥}{١٨} = ١٢.٥$ م/ث

، $ع = ١٨ \times \frac{٥}{١٨} = ٥$ م/ث

، $\because ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ ح ف$

$\therefore (٥)^٢ = (١٢.٥)^٢ + ٢ \times ٦٢٥ ح$

$\therefore ح = -٠.١٠٥$ م/ث^٢

$\therefore ع = ٠$ ، $ع_٠ = ٥$ م/ث ، $ح = -٠.١٠٥$ م/ث^٢

$\therefore ٠ = (٥)^٢ + ٢ (-٠.١٠٥)$ ف

$\therefore ف = \frac{٢٥٠٠}{٢١}$ مترًا.

٢

$ع_٠ = ٤.٩$ م/ث ، $د = -٩.٨$ م/ث^٢

$ف = -٩.٨$ م

(١) $\because ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ د ف$

$\therefore ع^٢ = (٤.٩)^٢ + ٢ \times -٩.٨ \times -٩.٨$

$\therefore ع = \pm ١٤.٧$ م/ث

$\therefore$ سرعة الجسم لحظة وصوله إلى أسفل التل = ١٤.٧ م/ث لأسفل

(٢) $ع = ع_٠ + د ن$

$\therefore -١٤.٧ = ٤.٩ - ٩.٨ ن$

$\therefore ن = ٢$ ث

٦ محافظة المنوفية

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (د)	(٢) (ب)	(٣) (أ)	(٤) (ب)
(٥) (جـ)	(٦) (ب)	(٧) (جـ)	(٨) (أ)
(٩) (أ)	(١٠) (د)	(١١) (ب)	(١٢) (ب)
(١٣) (أ)	(١٤) (د)	(١٥) (د)	(١٦) (أ)
(١٧) (د)	(١٨) (ب)	(١٩) (جـ)	(٢٠) (جـ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

نفرض أن $\hat{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة السيارة أ

$\therefore \vec{ع}_{ب أ} = -١٢٠ \hat{ى}$

$\therefore \vec{ع}_ب - \vec{ع}_أ = -١٢٠ \hat{ى}$ (١)

* عند مضاعفة سرعة السيارة أ

$\therefore \vec{ع}_ب - ٢ \vec{ع}_أ = -١٨٠ \hat{ى}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

$\vec{ع}_أ = ٦٠ \hat{ى}$ ، $\vec{ع}_ب = -٦٠ \hat{ى}$

$\therefore$ السرعة الفعلية للسيارة أ = ٦٠ كم/ساعة

، السرعة الفعلية للسيارة ب = ٦٠ كم/ساعة

فى الاتجاه المضاد لحركة السيارة أ

٢

• قبل الاصطدام بالأرض مباشرة :

$\because ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ د ف$

$\therefore ع^٢ = صفر + ٢ \times ٩.٨ \times ١٠ = ١٩٦$

$\therefore ع = ١٤$ م/ث

أى أن السرعة قبل الاصطدام بالأرض مباشرة = ١٤م/ث

• بعد الاصطدام بالأرض مباشرة :

$\because ع^٢ = ع_٠^٢ - ٢ د ف$

$\therefore صفر = ع_٠^٢ - ٢ \times ٩.٨ \times ٢\frac{١}{٢}$

$\therefore ع_٠ = ٧$ م/ث

أى أن السرعة بعد الاصطدام بالأرض مباشرة = ٧ م/ث

٧ محافظة الغربية

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (ب)	(٢) (جـ)	(٣) (د)	(٤) (أ)
(٥) (جـ)	(٦) (د)	(٧) (د)	(٨) (ب)
(٩) (د)	(١٠) (ب)	(١١) (أ)	(١٢) (جـ)
(١٣) (أ)	(١٤) (د)	(١٥) (أ)	(١٦) (د)
(١٧) (د)	(١٨) (ب)	(١٩) (جـ)	(٢٠) (أ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

السرعة المتوسطة فى الثانية الرابعة

$= ع_{عند\ ن = ٣.٥\ ث} = \frac{٢٦}{١} = ٢٦$ متر/ث

، السرعة المتوسطة فى الثانية التاسعة

$= ع_{عند\ ن = ٨.٥\ ث} = \frac{٥٦}{١} = ٥٦$ متر/ث

$\therefore ح = \frac{ع_٢ - ع_١}{ن_٢ - ن_١} = \frac{٥٦ - ٢٦}{٨.٥ - ٣.٥} = ٦$ متر/ث^٢

$\because ع = ع_٠ + ح ن$ $٢٦ = ع_٠ + ٦ \times ٣.٥$

$\therefore ع_٠ = ٥$ متر/ث

٢

بفرض أن الجسمين تلاقيا بعد مرور زمن ن ثانية ،

بالنسبة للجسم الساقط :

$\because ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} د ن^٢$

$\therefore ف_١ = صفر + \frac{١}{٢} \times ٩.٨ \times ن^٢$

$= ٤.٩ ن^٢$ (١)

، بالنسبة للجسم المقذوف لأعلى :

$\because ف = ع_٠ ن - \frac{١}{٢} د ن^٢$

$\therefore ف_٢ = ٢٠ ن - \frac{١}{٢} \times ٩.٨ \times ن^٢$

$= ٢٠ ن - ٤.٩ ن^٢$ (٢)

، $\because$ مجموع مقدارى الإزاحتين $ف_١$ ، $ف_٢ = ٦٠$ متر

، من (١) ، (٢) : $\therefore ٤.٩ ن^٢ + ٢٠ ن - ٤.٩ ن^٢ = ٦٠$

$\therefore ٢٠ ن = ٦٠$ $\therefore ن = ٣$ ثانية

$\therefore$ تلاقى الجسمان بعد ٣ ثوان

٨ محافظة الدقهلية

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (أ)	(٢) (ب)	(٣) (أ)	(٤) (ب)
(٥) (أ)	(٦) (د)	(٧) (جـ)	(٨) (جـ)
(٩) (ب)	(١٠) (جـ)	(١١) (جـ)	(١٢) (جـ)
(١٣) (أ)	(١٤) (ب)	(١٥) (ب)	(١٦) (د)
(١٧) (جـ)	(١٨) (جـ)	(١٩) (ب)	(٢٠) (جـ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

زمن المرحلة الأولى $= \frac{٦٦}{٩٩} = \frac{٢}{٣}$ ساعة

، زمن المرحلة الثانية $= \frac{١٢٠}{١٢٠} = ١$ ساعة

، زمن الاستراحة $= \frac{٢٠}{٦٠} = \frac{١}{٣}$ ساعة

(١٦) ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين فإن احتمال ظهور صورة واحدة على الأكثر = ...

(أ) ٠,٧٥ (ب) ٠,٥ (جـ) ٠,٢٥ (د) $\frac{٢}{٣}$

(١٧) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ ∪ ب) = ٠,٨٥ ، ل (أ) = ٠,٧٥ ، ل (ب) = ٠,٦ فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ٠,١٥ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٧

(١٨) صندوق به ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠ سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة أوليًا أكبر من ١٠ هو ....

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,١ (د) ٠,٢٥

(١٩) إذا كان ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما ، أ ⊂ ف ، وكان : $\frac{\text{ل (أ)}}{\text{ل (أ)}} = \frac{٣}{٥}$

فإن : ل (أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{٣}{٨}$ (جـ) $\frac{٥}{٨}$ (د) $\frac{٢}{٥}$

(٢٠) إذا كان احتمال نجاح طالب فى الرياضيات ٠,٨ واحتمال نجاحه فى اللغة الفرنسية ٠,٧ واحتمال نجاحه فى المادتين معًا ٠,٥٦ فإن احتمال نجاحه فى الرياضيات وعدم نجاحه فى اللغة الفرنسية = ...

(أ) ٠,٩٤ (ب) ٠,٤٤ (جـ) ٠,٢٤ (د) ٠,٢

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن السؤالين الآتيين :

١ قامت سيارة (أ) تتحرك على طريق مستقيم بقياس السرعة النسبية لسيارة (ب) قادمة الاتجاه المضاد فوجدتها ١٢٠ كم/س ، ولما ضعفت السيارة (أ) سرعتها وأعادت القياس وجدت أن سرعة (ب) أصبحت ١٨٠ كم/س أوجد السرعة الفعلية لكل من السيارتين.

---

٢ سقطت كرة من المطاط من ارتفاع ١٠ متر واصطدمت بالأرض وارتدت رأسيًا لأعلى مسافة ٢,٥ متر. احسب سرعة الكرة قبل اصطدامها بالأرض مباشرة.

إجابات اختبارات شهر أبريل

اختبار ١

١

① (جـ)　② (جـ)　③ (أ)

④ (ب)　⑤ (جـ)　⑥ (ب)

٢

(أ) ف = {ص ، (ك ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك)}

① أ = ف

② ب = {ص ، (ك ، ص) ، (ك ، ك ، ص)}

③ حـ = {(ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك)}

④ ء = $\varnothing$

(ب) بفرض كتلة الحديد ك كجم

$\therefore ١,٢ \times ١٠^{-٧} = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{ك \times ٥٠}{(٠,٤)^{٢}}$

$\therefore ك = \frac{٣٨٤٠}{٦٦٧}$ كجم

اختبار ٢

١

① (جـ)　② (جـ)　③ (ب)

④ (د)　⑤ (د)　⑥ (د)

٢

(أ) احتمال وقوع أحدهما على الأكثر = ل $(أ \cap ب)'$

$= ٠,٧٥$

، احتمال وقوع أحدهما على الأقل = ل $(أ \cup ب)$

$= ٠,٦$

① احتمال وقوعهما معًا = ل $(أ \cap ب) = ٠,٢٥$

② احتمال وقوع أحد الحدثين فقط

= ل $(أ \cup ب)$ − ل $(أ \cap ب)$

$= ٠,٦ - ٠,٢٥ = ٠,٣٥$

③ $\because$ ل $(أ \cup ب)$ = ل (أ) + ل (ب) − ل $(أ \cap ب)$

$\therefore ٠,٦ =$ ل (أ) + $\frac{٢}{٣}$ ل (أ) − ٠,٢٥

$\therefore \frac{٥}{٣}$ ل (أ) = ٠,٨٥　$\therefore$ ل (أ) = ٠,٣٤

$\therefore$ احتمال وقوع ب أو عدم وقوع أ

= ل $(ب \cup أ')$ = ل $(أ - ب)'$ = ١ − ل (أ − ب)

= ١ − [ل (أ) − ل $(أ \cap ب)$]

$= ١ - (٠,٣٤ - ٠,٢٥) = ٠,٩١$

(ب) على ارتفاع ٥٠٠٠ متر عن سطح الأرض

$\therefore$ شدة مجال الجاذبية

$= ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}}{(٦,٣٦ \times ١٠^{٦} + ٥٠٠٠)^{٢}}$

≃ ٩,٦٩ نيوتن/كجم

إجابات امتحان الكتاب المدرسي

١

① (جـ)　② (جـ)　③ (ب)　④ (جـ)

٢

(أ) ٣٠ وحدة طول

(ب) ١,٥ ثانية ، ٨,٢٥ متر

٣

(أ) ① ١٨,٥ كم/س　② ٦,٥ كم/س

(ب) ① ٥ سم/ث ، $٣٧\frac{١}{٢}$ سم

② صفر ، ٤٠ سم

③ −١٠ سم/ث ، ٣٠ سم

④ −٢٥ سم/ث ، −٢٢,٥ سم

٤

(أ) ① $\frac{٣}{٤}$　② $\frac{١}{٢}$

(ب) ① ع = ٤٩ م/ث

② ف = ١٢٢,٥ متر

٥

(أ) ١ : ٩٦

(ب) ① $\frac{١}{٨}$　② $\frac{١}{٤}$

⑧ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : أ ⊂ ب ، ل (أ) = ٠,٦

، ل (ب) = ٠,٩ فإن : ل (ب − أ) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٢

⑨ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن : ل (أ ⋂ ب) = ...

(أ) ∅ (ب) صفر (جـ) ٠,٥ (د) ١

⑩ قطاران أ ، ب طول أحدهما ٤٠ متر والآخر ٦٠ متر يتحركان فى اتجاهين متضادين بسرعتين ٥ م/ث ، ٢٠ م/ث على الترتيب فإن زمن عبور كل منهما للآخر = ... ث

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

⑪ تحرك رجل من نقطة ثابتة فى اتجاه الشمال مسافة ١٦٠ متر فى ٣ دقائق ثم تحرك نحو الجنوب بسرعة منتظمة مقدارها ٤٠ م/د لمدة ٢ دقيقة فإن : ع̅ = ... م/د

(أ) ١٦ (ب) ٣٢ (جـ) ٤٨ (د) ٦٤

⑫ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء النواتج لتجربة عشوائية وكان : ل (أَ) = $\frac{٣}{٥}$

، ل (أ − ب) = ٠,٢ فإن : ل (أ ⋂ ب) = ...

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) $\frac{١}{٣}$

⑬ إذا كانت : ف = {أ ، ب ، حـ} فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٥ فإن : ل (حـ) = ...

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٦

⑭ قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٤٢ م/ث فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم = ... متر.

(أ) ٦٥ (ب) ٩٨ (جـ) ٨٤ (د) ٩٠

⑮ بدأ جسم حركته بسرعة ٢٤ م/ث بتقصير منتظم ٨ م/ث^{٢} فإن الجسم يتوقف لحظيًا بعد زمن قدره = ... ث

(أ) ٣ (ب) ١٦ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ٩٠



الإجابات

٨ إدارة شرق المنصورة توجيه الرياضيات — محافظة الدقهلية

اختبار تفاعلى ⑧

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① يتحرك جسيم بحيث كان متجه موضعه :
$\overrightarrow{ر} = (٣ ن + ٢)\ \overrightarrow{س} + (٤ ن - ١)\ \overrightarrow{ص}$ فإن معيار الإزاحة حتى اللحظة ن = ١ يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) $\sqrt{٣٤}$

② قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٩٨ م/ث فإن زمن وصوله لأقصى ارتفاع يساوى .... ث

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

③ تحرك جسيم بسرعة ١٥ م/ث وبعجلة ٣ م/ث^٢ فى نفس اتجاه سرعته فإن مقدار الإزاحة الحادثة بعد مضى ٤ ثوانى من بدء الحركة تساوى .... م

(أ) ٨٤ (ب) ٤٢ (جـ) ٣٦ (د) ٢٤

④ بدأ جسيم حركته بسرعة ١٠ م/ث حتى وصلت ٣٠ م/ث فى نهاية فترة زمنية قدرها ١٠ث.ثانية ، فإن المسافة المقطوعة خلال هذه الفترة تساوى .... م

(أ) ١٠٠ (ب) ٢٠٠ (جـ) ٣٠٠ (د) ٤٠٠

⑤ بدأ جسيم حركته بسرعة ١٢٦ كم/س وتوقف بعد أن قطع مسافة ١٢٢,٥ م فإن عجلة حركة الجسيم تساوى .... م/ث^٢

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ٦٤,٨ (د) −٦٤,٨

⑥ راقبت سيارة شرطة متحركة بسرعة ٦٠ كم/س شاحنة تتحرك فى الاتجاه المضاد ، فبدت لها وكأنها تتحرك بسرعة ١٥٠ كم/س فإن السرعة الفعلية للشاحنة تساوى .... كم/س

(أ) ٢١٠ (ب) ١٥٠ (جـ) ١٠٥ (د) ٩٠

⑦ السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية ع. وعجلة منتظمة حـ خلال الثانية السادسة من حركته تساوى ....

(أ) ع. + ٥ حـ (ب) ع. + ٦ حـ (جـ) ع. + ٥,٥ حـ (د) ع. − ٥,٥ حـ

(١١) إذا كان : ف = {أ ، ب ، حـ} فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$

، ل (ب) = $\frac{٢}{٥}$ فإن : ل (حـ) = ...

(أ) $\frac{٤}{١٥}$ (ب) $\frac{٢}{١٥}$ (جـ) $\frac{١}{١٥}$ (د) $\frac{١١}{١٥}$

(١٢) تتحرك سيارتان أ ، ب على طريق مستقيم واحد وفى اتجاهين متضادين بالسرعتين ١٢٥ كم/س ، ٧٥ كم/س على الترتيب فإن معيار سرعة السيارة ب بالنسبة للسيارة أ = ... م/ث

(أ) ٢٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) $\frac{٥٠٠}{٩}$ (د) ١٥٠

(١٣) إذا كان : ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٤ ، أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء النواتج

فإن : ل (ب − أ) = ...

(أ) ٠,١ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٧

(١٤) استخدم قائد سيارة الفرامل فتوقف خلال ١٥ ثانية بعد أن قطع مسافة ٣٠ متر ، فإن سرعة السيارة عند بداية استخدام الفرامل = ... م/ث.

(أ) ١٥ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

(١٥) قذفت كرة أفقيًا فى عكس اتجاه الرياح بسرعة ابتدائية ١٥ سم/ث فتحركت بتقصير منتظم ٥ سم/ث^{٢} فإن الزمن الذى تستغرقه الكرة حتى تعود إلى نقطة البداية = ... ثوان.

(أ) ٦ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢

(١٦) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن : ل (أ ∩ ب$'$) = ...

(أ) ∅ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

(١٧) إذا كان : $\overleftarrow{ع}_{ب أ}$ = −١٠٥ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أ}$ = ٤٠ $\overleftarrow{س}$ فإن : $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = ...

(أ) ١٥٥ $\overleftarrow{ى}$ (ب) −٦٥ $\overleftarrow{ى}$ (جـ) ٦٥ $\overleftarrow{ى}$ (د) −١٥٥ $\overleftarrow{ى}$

(١٨) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ ∪ ب) = ٠,٧٥

، ل (أ − ب) = ٠,٢ فإن : ل (ب) = ...

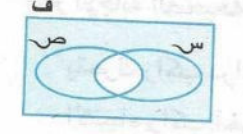
(أ) ٠,٧٥ (ب) ٠,٦ (جـ) ٠,٦٥ (د) ٠,٥٥

(١٧) إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما بحيث كان :

ل (أ) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل (ب − أ) = $\frac{١}{٦}$ فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) $\frac{٧}{١٢}$ (ب) $\frac{٥}{١٢}$ (جـ) $\frac{١١}{١٢}$ (د) ١

(١٨) الشكل المقابل يمثل ....



(أ) س ∩ ص (ب) س ∪ ص

(جـ) (س ∩ ص)َ (د) (س ∪ ص)َ

(١٩) حقيبة بها بطاقات متماثلة ومرقمة بالأرقام من ١١ إلى ٢٠ سُحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة فرديًا أوليًا يساوى ....

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٥ (د) صفر

(٢٠) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٦ ، ل (ب) = ٠,٣ ، ل (أَ ∪ بَ) = ٠,٨

فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٧ (د) صفر

ثانيًا **الأسئلة المقالية**

أجب عن السؤالين الآتيين :

(١) قطعت سيارة المسافة بين الإسكندرية والمنصورة على مرحلتين ، الأولى من الإسكندرية إلى دمنهور ومقدارها ٦٦ كم بسرعة ٩٩ كم/س والثانية من دمنهور إلى المنصورة ومقدارها ١٢٠ كم بسرعة ١٢٠ كم/س فإذا توقفت السيارة فى دمنهور لمدة ٢٠ دقيقة. ، أوجد سرعتها المتوسطة خلال الرحلة كلها. (اعتبر السيارة تتحرك فى خط مستقيم طوال الوقت).

---

(٢) إذا سقط جسم رأسيًا لأسفل فوصل إلى سطح الأرض بعد (ن) ث أثبت أن المسافة ف التى قطعها خلال الثانية الأخيرة من حركته تعطى بالعلاقة : ف = $\frac{١}{٢}$ ء (٢ن − ١)

«حيث ء عجلة الجاذبية الأرضية».

(١٩) كيس يحتوى على ٢٥ كرة منها ٤ كرات صفراء ، ٧ كرات حمراء والباقى أسود اللون فإذا سحبت كرة عشوائيًا فإن احتمال الكرة المسحوبة ليست بيضاء يساوى ....

(أ) $\frac{١٤}{٢٥}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{١٨}{٢٥}$ (د) $\frac{٢١}{٢٥}$

(٢٠) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة على منضدة ولوحظ العدد الظاهر على وجهه العلوى فإن احتمال ألا يزيد هذا العدد عن ٥ ولا يقل عن ٣ هو ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن السؤالين الآتيين :

١ تحرك جسـيم فى خط مسـتقيم من السكون فقطع مسافة ١٠٠ متر بعجلة منتظمة ٨ م/ث^{٢} ثـم انقطعت العجلـة فسار بالسرعة التى اكتسبها مسافة أخرى قدرها ٢٨٠ متر ثم تحرك حركة تقصيرية بعجلة منتظة ٤ م/ث^{٢} حتى سكن. احسب السرعة المتوسطة خلال المسافة كلها.

---

٢ سقط جسم من ارتفاع ٦,٤ مترًا عن سطح أرض رملية فغاص فيها مسافة ٣٢ سم أوجد العجلة المنتظمة التى تحرك بها داخل الرمل.

١٥ إدارة أسوان توجيه الرياضيات — محافظة أسوان

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) طائرة هليكوبتر تتتحرك بسرعة ١٥ م/ث لأعلى ، وقع حجر منها وصل إلى الأرض بعد ٨ ثوان ، فإن ارتفاع الطائرة عن الأرض عند لحظة وقوع الحجر ≃ .... متر.

(أ) ١٠٧ (ب) ١٤٥ (جـ) ١٩٤ (د) ٢٣٦

(٢) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن احتمال وقوع أ فقط هو..............

(أ) ل (أ) (ب) ل (أ − ب) (جـ) ل (ب − أ) (د) ل (أ ∩ ب)

⑦ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، ل (أ) = ل (أَ) ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{1}{3}$

فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{2}{3}$ (جـ) $\frac{5}{6}$ (د) $\frac{1}{6}$

⑧ قذف جسم رأسيًا لأسفل بسرعة ٢٠,٦ م/ث من قمة برج ارتفاعه ١٠٥,٩ متر فإن السرعة التى يصل بها إلى سطح الأرض = ... م/ث

(أ) ٣٥ (ب) ٥٠ (جـ) ٣٨ (د) ٢٩,٤

⑨ المسافة التى يقطعها جسم يتحرك فى اتجاه ثابت من السكون بعجلة ٥ سم/ث^2 فى زمن قدره ٤ ثوان = ... سم.

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٤٠ (د) ٨٠

⑩ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة على منضدة ولوحظ العدد الظاهر على وجهه العلوى فإن احتمال ألا يزيد هذا العدد عن ٥ ولا يقل عن ٣ هو ....

(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{2}{3}$

⑪ يتحرك جسم من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع ٢٤ مترًا فى الثوانى الأربع الأولى من حركته ، فإن مقدار العجلة = ... م/ث^2

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) $\frac{3}{2}$

⑫ ل (ف) + ل (∅) = ...

(أ) ∅ (ب) ف ∪ ∅ (جـ) صفر (د) ١

⑬ قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٢٤ م/ث من قمة مبنى ارتفاعه ٣٢,٤ متر فإن الزمن الذى يصل فيه إلى الأرض = ... ثانية.

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٥ (د) ٦

⑭ سحبت بطاقة عشوائيًا من ٥٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٥٠ فإن احتمال أن يكون العدد على البطاقة المسحوبة ليس مربعًا كاملًا وليس مضاعفًا للعدد ٧ هو ....

(أ) $\frac{7}{50}$ (ب) $\frac{33}{50}$ (جـ) $\frac{37}{50}$ (د) $\frac{13}{50}$

③ سقطت كرة من المطاط من ارتفاع ١٠ متر فاصطدمت بالأرض وارتدت رأسيًا إلى أعلى مسافة ٢,٥ متر فإن مجموع معيارى سرعتى الكرة قبل وبعد الاصطدام = ... م/ث

(أ) ٢١ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٣ (د) ٢٤

④ سقط جسم من ارتفاع ١٢٢,٥ مترًا فوق سطح الأرض فإن زمن وصوله إلى الأرض = ... ثانية.

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

⑤ عند سحب بطاقة من بين عشرة بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فإن احتمال ظهور عدد أولى على البطاقة المسحوبة يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٢}{٥}$

⑥ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن : ل (أ َ ∪ بَ) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,٧

⑦ إذا كان أ ، ب حدثان من ف وكان : أ ∩ ب = ∅ ، ل (أ) = ٠,٧

فإن : ل (أ ∩ بَ) = ...

(أ) صفر (ب) ٠,٧ (جـ) ٠,٣ (د) ١

⑧ أ ، ب جسمان يتحركان فى اتجاهين متضادين ومعيار سرعة أ ضعف معيار سرعة ب فإن سرعة أ بالنسبة إلى ب = ...

(أ) ١,٥ $\overleftarrow{ع}_{أ}$ (ب) ٢ $\overleftarrow{ع}_{أ}$ (جـ) ٢,٥ $\overleftarrow{ع}_{أ}$ (د) ٣ $\overleftarrow{ع}_{أ}$

⑨ يتحرك جسيم بحيث كان متجه موضعه $\overleftarrow{ر}$ ويعطى كدالة فى الزمن بالعلاقة $\overleftarrow{ر}$ = (٣ ن + ٢) $\overleftarrow{س}$ + (٤ ن − ١) $\overleftarrow{ص}$ فإن معيار الإزاحة حتى اللحظة ن = ١ ث يساوى .... وحدة طول.

(أ) $\sqrt{٣٤}$ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ٥

⑩ أطلقت رصاصة بسرعة ١٠٠ م/ث على كتلة خشبية فغاصت فيها ٥٠ سم فإن العجلة التى تحركت بها الرصاصة داخل قطعة الخشب تساوى .... م/ث^{٢}

(أ) −١٠٠٠٠ (ب) ١٠٠٠٠ (جـ) −١٠٠ (د) ١٠٠

١٠ توجيه الرياضيات محافظة دمياط

اختبار تفاعلى ⑩

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① ١٨٠ متر/ساعة/ث = ... سم/ث^{٢}

(أ) ٠,٠٥ (ب) ٥ (جـ) ٣٠ (د) ٣٠٠

② عند إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن احتمال ظهور عددين متساويين = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣٦}$ (د) $\frac{١}{٢}$

③ قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ١٩,٦ م/ث فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم = ... م

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٩,٨ (د) ١٩,٦

④ يتحرك راكب دراجة أ على طريق مستقيم بسرعة ١٥ كم/س ويتحرك فى نفس الاتجاه راكب آخر ب بسرعة ١٢ كم/س فإن القياس الجبرى لمتجه سرعة ب بالنسبة إلى أ = ... كم/س

(أ) −٢٧ (ب) −٣ (جـ) ٣ (د) ٢٧

⑤ إذا كان : ب ⊂ أ فإن : ل (أ ∩ ب$'$) = ...

(أ) ل (أ) (ب) ل (ب$'$) (جـ) ل (ب) (د) ل (أ$'$)

⑥ بدأ جسم حركته بسرعة ٢٠ سم/ث وعجلة منتظمة ٨ سم/ث^{٢} فى نفس اتجاه السرعة الابتدائية فإن المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة فقط = ... سم.

(أ) ٥٦ (ب) ١٠٠ (جـ) ١٤٤ (د) ٢٠٠

⑦ ألقيت قطعة نقود ثم حجر نرد ولوحظ الوجه العلوى لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوى لحجر النرد فإن احتمال حدث ظهور كتابة وعدد زوجى = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٤}{١٥}$

(٩) إذا كان متجه موضع جسيم هو $\overline{ر} = (ن^{٢} - ٤ ن - ٥) \overline{ى}$ فإن معيار الإزاحة يساوى صفر عند ن= .... ث

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٥

(١٠) بدأ جسم حركته فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٩ م/ث وبعجلة منتظمة ٢ م/$ث^{٢}$ فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية فإن المسافة المقطوعة خلال الثوانى الرابعة والخامسة والسادسة تساوى .... م

(أ) ٥٤ (ب) ٥٧ (جـ) ٦٠ (د) ١٨

(١١) قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ابتدائية ٩,٨ م/ث فإن المسافة المقطوعة حتى عودته إلى نقطة القذف = ... م

(أ) ٤,٩ (ب) ٩,٨ (جـ) ١٩,٦ (د) ٤٩

(١٢) احتمال الحدث المؤكد = ...

(أ) صفر (ب) $\emptyset$ (جـ) ١ (د) ف

(١٣) إذا كان : ف = {أ ، ب ، حـ} وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$

فإن : ل (حـ) = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٧}$

(١٤) إذا كان أ ، ب حدثان من ف وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ $\cap$ ب) = $\frac{١}{٤}$

فإن : ل (أ $\cup$ ب) = ...

(أ) $\frac{٥}{١٢}$ (ب) $\frac{٧}{١٢}$ (جـ) $\frac{١١}{١٢}$ (د) $\frac{١}{١٢}$

(١٥) إذا كان أ ، ب حدثان من ف وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ $\cap$ ب) = $\frac{١}{٤}$

فإن : ل (أ - ب) = ...

(أ) $\frac{١}{١٢}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{٥}{١٢}$

(١٦) إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى أقل من ٥ = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

(١٧) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من ف وكان : ل (أ) = ٠,٧٥ ، ل $\overline{(أ \cup ب)}$ = ٠,١

فإن : ل (ب) = ...

(أ) ٠,٢٥ (ب) ٠,١٥ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,٦٥

(١٦) إذا كان ؟ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل (؟) = $\frac{٢}{٣}$ ل (ب) واحتمال حدث وقوع أحدهما على الأكثر يساوى ٠,٧٥ واحتمال حدث وقوع أحدهما على الأقل يساوى ٠,٦ فإن : ل (؟) = ...

(أ) ٠,٨٥ (ب) ٠,٣٤ (جـ) ٠,٥١ (د) ٠,٦

(١٧) عندما يتحرك جسيم فإن مقدار الإزاحة .... المسافة المقطوعة.

(أ) $<$ (ب) $\leq$ (جـ) $>$ (د) $\geq$

(١٨) ؟ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان : ؟ $\subset$ ب ، ل (؟ $\cap$ ب) = $\frac{٢}{٥}$ ، ل (؟ $\cup$ ب) = $\frac{٤}{٥}$ فإن : ل (ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$

(١٩) إذا سقط حجر من ارتفاع ١٠ أمتار على أرض رملية فغاص فيها مسافة ١٩٦ سم حتى سكن فإن عجلة الحركة داخل الرمل تساوى .... م/ث^٢

(أ) −٢٥ (ب) −١٤ (جـ) −٥٠ (د) ٥٠

(٢٠) ؟ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان : ل (؟) = ٣ ل (؟َ) ، ل (؟ $\cap$ ب) = ٠,٢ فإن احتمال وقوع ؟ فقط = ...

(أ) ٠,٥٥ (ب) ٠,٠٥ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٧٥

ثانيًا **الأسئلة المقالية**

أجب عن السؤالين الآتيين :

١ بدأ جسم حركته بسرعة ٧ م/ث وبعجلة ٢٠٠ سم/ث^٢ فقطع مسافة ٣٠ مترًا ثم انقطعت العجلة وسار بسرعة منتظمة مسافة ٥٢ مترًا. أوجد الزمن الكلى للحركة.

---

٢ سقطت كرة من ارتفاع ١٠ أمتار عن سطح الأرض وعند وصولها للأرض ارتدت ثانية لأعلى بسرعة تساوى نصف سرعة وصولها إلى الأرض. أوجد أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة.

(١٦) أربعة رجال س ، ص ، ع ، ل يقفون فى صف واحد فإن احتمال أن يقف الرجل س على إحدى نهايتى الصف ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٣}$

(١٧) تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين ٣ ، ٨ ثوان عند الموضعين أ (٧ ، ٢) ، ب (٤ ، ٦) على الترتيب فإن متجه السرعة المتوسطة $\overrightarrow{ع}_م$ = ...

(أ) ٣ $\overrightarrow{س}$ − ٤ $\overrightarrow{ص}$ (ب) −٣ $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$

(جـ) $\frac{٣}{٥}$ $\overrightarrow{س}$ − $\frac{٤}{٥}$ $\overrightarrow{ص}$ (د) $\frac{-٣}{٥}$ $\overrightarrow{س}$ + $\frac{٤}{٥}$ $\overrightarrow{ص}$

(١٨) إذا كان : ف = {أ ، ب ، حـ} فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

٢٠ ل (أ) = ١٥ ل (ب) = ١٢ ل (حـ) فإن : ل (حـ) = ...

(أ) $\frac{٥}{١٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{٧}{١٢}$ (د) $\frac{١}{٣}$

(١٩) قذف جسم لأعلى بسرعة ابتدائية ١٤ م/ث فوصل إلى أقصى ارتفاع ثم عاد لنقطة القذف فإن المسافة المقطوعة = ... متر.

(أ) صفر (ب) −١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٢٨

(٢٠) فى تجربة إلقاء قطعة نقود ثم حجر نرد وملاحظة الظاهر على الوجه العلوى لكل منهما فإن احتمال حدث ظهور كتابة وعدد فردى = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٣}$

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن السؤالين الآتيين :

(١) تحرك جسيم من السكون فى اتجاه ثابت بعجلة منتظمة وبعد أن قطع ٤٠٠ متر بلغت سرعته ١٠ م/ث فأوقف العجلة وسار بهذه السرعة مسافة ٨٠٠ متر ثم تحرك بعد ذلك بتقصير منتظم مسافة ٢٠٠ متر حتى سكن. أوجد سرعته المتوسطة خلال هذه الرحلة.

---

(٢) سقط جسيم من ارتفاع ٤٠ متر عن سطح الأرض وفى نفس اللحظة من سطح الأرض القذف جسيم آخر رأسيًا لأعلى بسرعة ٢٠ م/ث فتقابل الجسمان على ارتفاع ما.
أوجد متى وأين يتقابل الجسمان.

⑧ إذا ازدادت سرعة سيارة بانتظام من ٤٤ كم/س إلى ٨٠ كم/س خلال ٥ ثوانى فإن السيارة كانت تتحرك بتسارع مقداره ....

(أ) ٤ م/ث^{٢} (ب) ٣ م/ث^{٢} (جـ) ٦ م/ث^{٢} (د) ٢ م/ث^{٢}

⑨ بدأ جسم حركته بسرعة ١٥ سم/ثانية وعجلة منتظمة ٦ سم/ث^{٢} فى نفس اتجاه السرعة الابتدائية فإن المسافة المقطوعة فى الثانية الرابعة فقط = ... سم.

(أ) ٤٥ (ب) ٦٠ (جـ) ٣٦ (د) ٥٦

⑩ انطلقت سيارة من السكون بتسارع قدره ٤ متر/ث^{٢} فإن المسافة التى تقطعها السيارة عندما تصبح سرعتها ٢٤ م/ث = ... متر.

(أ) ٧٢ (ب) ٢٧ (جـ) ٩٦ (د) ٥٧٦

⑪ سقط جسم من ارتفاع ١٩,٦ مترًا على أرض رملية فغاص فيها ١٤ سم حتى سكن فإن عجلة حركة الجسم داخل الرمل = ...

(أ) -٩,٨ م/ث^{٢} (ب) -١٣٧٢ م/ث^{٢} (جـ) ١٩,٦ م/ث^{٢} (د) ١٧٣٢ م/ث^{٢}

⑫ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ل (أ') ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ل (أ) فإن : ل (ب') = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

⑬ السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية ع. وعجلة منتظمة حـ خلال الثانية الرابعة من حركته = ...

(أ) ع. + ٤ حـ (ب) ع. + ٢,٥ حـ (جـ) ع. + ٣,٥ حـ (د) $\frac{ع. + ٤ حـ}{٢}$

⑭ فى تجربة رمى قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع الصور والكتابات فإن احتمال الحصول على كتابة فى الرمية الأولى = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

⑮ فصل يتكون من ٢٤ ولدًا ، ١٦ بنتًا منهم ٩ أولاد و٤ بنات يلبسون نظارة فإذا اختير عشوائيًا شخص من هذا الفصل فإن احتمال أن يكون هذا الشخص بنتًا أو ممن يلبسون نظارة = ...

(أ) $\frac{١٣}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{٣}{٨}$ (د) $\frac{٥}{٨}$



١٢ إدارة غرب الفيوم — محافظة الفيوم

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الزمن بالساعة الذى تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ٢٠ م/ث فى قطع مسافة ١٨٠ كم = ... ساعة.

(أ) ١,٥ (ب) ٢ (جـ) ٢,٥ (د) ٣

(٢) سقط جسمان من ارتفاعين ف ، ٤ ف على الترتيب فإن النسبة بين سرعتيهما عند وصولهما للأرض هى ....

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

(٣) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن : ل (أ ∩ ب)َ = ...

(أ) $\varnothing$ (ب) صفر (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) ١

(٤) إذا كان متجه موضع جسيم هو $\overleftarrow{ر}$ = (ن^2 − ٢ ن − ٣) $\overleftarrow{ى}$ فإن معيار الإزاحة يكون صفر بعد مرور .... ث

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٨

(٥) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن احتمال ظهور عددين متساويين هو ....

(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{1}{36}$ (جـ) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{2}$

(٦) السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية (ع.) وعجلة منتظمة (حـ) خلال الثانية السادسة من حركته = ...

(أ) ع. + ٥ حـ (ب) ع. + ٥,٥ حـ (جـ) ع. + ٦ حـ (د) ع. + ٦,٥ حـ

(٧) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان : ل (أ) = ٣ ل (أ)َ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ فإن احتمال وقوع أ فقط = ...

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٥ (جـ) ٠,٥٥ (د) ٠,٧٥

١٢ إدارة غرب الفيوم — محافظة الفيوم

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① الزمن بالساعة الذى تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ٢٠ م/ث فى قطع مسافة ١٨٠ كم = ... ساعة.

(أ) ١,٥ (ب) ٢ (جـ) ٢,٥ (د) ٣

② سقط جسمان من ارتفاعين ف ، ٤ ف على الترتيب فإن النسبة بين سرعتيهما عند وصولهما للأرض هى ....

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

③ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن : ل (أ ∩ ب)َ = ...

(أ) ∅ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

④ إذا كان متجه موضع جسيم هو $\overrightarrow{ر}$ = (ن٢ − ٢ ن − ٣) $\overrightarrow{ى}$ فإن معيار الإزاحة يكون صفر بعد مرور .... ث

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٨

⑤ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن احتمال ظهور عددين متساويين هو ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣٦}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٢}$

⑥ السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية (ع٠) وعجلة منتظمة (جـ) خلال الثانية السادسة من حركته = ...

(أ) ع٠ + ٥ جـ (ب) ع٠ + ٥,٥ جـ (جـ) ع٠ + ٦ جـ (د) ع٠ + ٦,٥ جـ

⑦ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان : ل (أ) = ٣ ل (أ)َ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ فإن احتمال وقوع أ فقط = ...

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٥ (جـ) ٠,٥٥ (د) ٠,٧٥

⑧ إذا ازدادت سرعة سيارة بانتظام من ٤٤ كم/س إلى ٨٠ كم/س خلال ٥ ثوانى فإن السيارة كانت تتحرك بتسارع مقداره ....

(أ) ٤ م/ث^{٢} (ب) ٣ م/ث^{٢} (جـ) ٦ م/ث^{٢} (د) ٢ م/ث^{٢}

⑨ بدأ جسم حركته بسرعة ١٥ سم/ثانية وعجلة منتظمة ٦ سم/ث^{٢} فى نفس اتجاه السرعة الابتدائية فإن المسافة المقطوعة فى الثانية الرابعة فقط = ... سم.

(أ) ٤٥ (ب) ٦٠ (جـ) ٣٦ (د) ٥٦

⑩ انطلقت سيارة من السكون بتسارع قدره ٤ متر/ث^{٢} فإن المسافة التى تقطعها السيارة عندما تصبح سرعتها ٢٤ م/ث = ... متر.

(أ) ٧٢ (ب) ٢٧ (جـ) ٩٦ (د) ٥٧٦

⑪ سقط جسم من ارتفاع ١٩,٦ مترًا على أرض رملية فغاص فيها ١٤ سم حتى سكن فإن عجلة حركة الجسم داخل الرمل = ...

(أ) −٩,٨ م/ث^{٢} (ب) −١٣٧٢ م/ث^{٢} (جـ) ١٩,٦ م/ث^{٢} (د) ١٧٣٢ م/ث^{٢}

⑫ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ل (أَ) ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ل (أ) فإن : ل (بَ) = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

⑬ السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية ع. وعجلة منتظمة حـ خلال الثانية الرابعة من حركته = ...

(أ) ع. + ٤ حـ (ب) ع. + ٢,٥ حـ (جـ) ع. + ٣,٥ حـ (د) $\frac{ع. + ٤ حـ}{٢}$

⑭ فى تجربة رمى قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع الصور والكتابات فإن احتمال الحصول على كتابة فى الرمية الأولى = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

⑮ فصل يتكون من ٢٤ ولدًا ، ١٦ بنتًا منهم ٩ أولاد و٤ بنات يلبسون نظارة فإذا اختير عشوائيًا شخص من هذا الفصل فإن احتمال أن يكون هذا الشخص بنتًا أو ممن يلبسون نظارة = ...

(أ) $\frac{١٣}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{٣}{٨}$ (د) $\frac{٥}{٨}$

(١٦) أربعة رجال س ، ص ، ع ، ل يقفون فى صف واحد فإن احتمال أن يقف الرجل س على إحدى نهايتى الصف ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٣}$

(١٧) تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين ٣ ، ٨ ثوان عند الموضعين أ (٧ ، ٢) ، ب (٤ ، ٦) على الترتيب فإن متجه السرعة المتوسطة $\overleftarrow{ع}_م$ = ...

(أ) ٣ $\overleftarrow{س}$ − ٤ $\overleftarrow{ص}$ (ب) −٣ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$

(جـ) $\frac{٣}{٥}$ $\overleftarrow{س}$ − $\frac{٤}{٥}$ $\overleftarrow{ص}$ (د) $\frac{-٣}{٥}$ $\overleftarrow{س}$ + $\frac{٤}{٥}$ $\overleftarrow{ص}$

(١٨) إذا كان : ف = {أ ، ب ، حـ} فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

٢٠ ل (أ) = ١٥ ل (ب) = ١٢ ل (حـ) فإن : ل (حـ) = ...

(أ) $\frac{٥}{١٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{٧}{١٢}$ (د) $\frac{١}{٣}$

(١٩) قذف جسم لأعلى بسرعة ابتدائية ١٤ م/ث فوصل إلى أقصى ارتفاع ثم عاد لنقطة القذف فإن المسافة المقطوعة = ... متر.

(أ) صفر (ب) −١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٢٨

(٢٠) فى تجربة إلقاء قطعة نقود ثم حجر نرد وملاحظة الظاهر على الوجه العلوى لكل منهما فإن احتمال حدث ظهور كتابة وعدد فردى = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٣}$

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن السؤالين الآتيين :

١ تحرك جسيم من السكون فى اتجاه ثابت بعجلة منتظمة وبعد أن قطع ٤٠٠ متر بلغت سرعته ١٠ م/ث فأوقف العجلة وسار بهذه السرعة مسافة ٨٠٠ متر ثم تحرك بعد ذلك بتقصير منتظم مسافة ٢٠٠ متر حتى سكن. أوجد سرعته المتوسطة خلال هذه الرحلة.

---

٢ سقط جسيم من ارتفاع ٤٠ متر عن سطح الأرض وفى نفس اللحظة من سطح الأرض القذف جسيم آخر رأسيًا لأعلى بسرعة ٢٠ م/ث فتقابل الجسمان على ارتفاع ما. أوجد متى وأين يتقابل الجسمان.

(١٦) إذا كان ﺃ ، ﺏ حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل (ﺃ) = $\frac{٢}{٣}$ ل (ﺏ) واحتمال حدث وقوع أحدهما على الأكثر يساوى ٠,٧٥ واحتمال حدث وقوع أحدهما على الأقل يساوى ٠,٦ فإن : ل (ﺃ) = ...

(أ) ٠,٨٥ (ب) ٠,٣٤ (جـ) ٠,٥١ (د) ٠,٦

(١٧) عندما يتحرك جسيم فإن مقدار الإزاحة .... المسافة المقطوعة.

(أ) $<$ (ب) $\leq$ (جـ) $>$ (د) $\geq$

(١٨) ﺃ ، ﺏ حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان : ﺃ $\supset$ ﺏ ، ل (ﺃ $\cap$ ﺏ) = $\frac{٢}{٥}$ ، ل (ﺃ $\cup$ ﺏ) = $\frac{٤}{٥}$ فإن : ل (ﺏ) = ...

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$

(١٩) إذا سقط حجر من ارتفاع ١٠ أمتار على أرض رملية فغاص فيها مسافة ١٩٦ سم حتى سكن فإن عجلة الحركة داخل الرمل تساوى .... م/ث^{٢}

(أ) −٢٥ (ب) −١٤ (جـ) −٥٠ (د) ٥٠

(٢٠) ﺃ ، ﺏ حدثين من فضاء العينة وكان : ل (ﺃ) = ٣ ل (ﺃ‘) ، ل (ﺃ $\cap$ ﺏ) = ٠,٢ فإن احتمال وقوع ﺃ فقط = ...

(أ) ٠,٥٥ (ب) ٠,٠٠٥ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٧٥

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن السؤالين الآتيين :

(١) بدأ جسم حركته بسرعة ٧ م/ث وبعجلة ٢٠٠ سم/ث^{٢} فقطع مسافة ٣٠ مترًا ثم انقطعت العجلة وسار بسرعة منتظمة مسافة ٥٢ مترًا. أوجد الزمن الكلى للحركة.

(٢) سقطت كرة من ارتفاع ١٠ أمتار عن سطح الأرض وعند وصولها للأرض ارتدت ثانية لأعلى بسرعة تساوى نصف سرعة وصولها إلى الأرض. أوجد أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة.

(٩) إذا كان متجه موضع جسيم هو $\overleftarrow{ر}$ = (ن^٢ − ٤ ن − ٥) $\overleftarrow{ى}$ فإن معيار الإزاحة يساوى صفر عند ن = ... ث

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٥

(١٠) بدأ جسم حركته فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٩ م/ث وبعجلة منتظمة ٢ م/ث^٢ فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية فإن المسافة المقطوعة خلال الثوانى الرابعة والخامسة والسادسة تساوى .... م

(أ) ٥٤ (ب) ٥٧ (جـ) ٦٠ (د) ١٨

(١١) قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ابتدائية ٩,٨ م/ث فإن المسافة المقطوعة حتى عودته إلى نقطة القذف = ... م

(أ) ٤,٩ (ب) ٩,٨ (جـ) ١٩,٦ (د) ٤٩

(١٢) احتمال الحدث المؤكد = ...

(أ) صفر (ب) ∅ (جـ) ١ (د) ف

(١٣) إذا كان : ف = {أ ، ب ، حـ} وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$

فإن : ل (حـ) = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٧}$

(١٤) إذا كان أ ، ب حدثان من ف وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٤}$

فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) $\frac{٥}{١٢}$ (ب) $\frac{٧}{١٢}$ (جـ) $\frac{١١}{١٢}$ (د) $\frac{١}{١٢}$

(١٥) إذا كان أ ، ب حدثان من ف وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٤}$

فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) $\frac{١}{١٢}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{٥}{١٢}$

(١٦) إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى أقل من ٥ = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

(١٧) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من ف وكان : ل (أ) = ٠,٧٥ ، ل $\overline{(أ ∪ ب)}$ = ٠,١

فإن : ل (ب) = ...

(أ) ٠,٢٥ (ب) ٠,١٥ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,٦٥

١٠ توجيه الرياضيات — محافظة دمياط

اختبار تفاعلى ١٠

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① ١٨٠ متر/ساعة/ث = ... سم/ث^{٢}

(أ) ٠,٠٥ (ب) ٥ (جـ) ٣٠ (د) ٣٠٠

② عند إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن احتمال ظهور عددين متساويين = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣٦}$ (د) $\frac{١}{٢}$

③ قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ١٩,٦ م/ث فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم = ... م

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٩,٨ (د) ١٩,٦

④ يتحرك راكب دراجة أ على طريق مستقيم بسرعة ١٥ كم/س ويتحرك فى نفس الاتجاه راكب آخر ب بسرعة ١٢ كم/س فإن القياس الجبرى لمتجه سرعة ب بالنسبة إلى أ = ... كم/س

(أ) -٢٧ (ب) -٣ (جـ) ٣ (د) ٢٧

⑤ إذا كان : ب ⊂ أ فإن : ل (أ ∩ بَ) = ...

(أ) ل (أ) (ب) ل (بَ) (جـ) ل (ب) (د) ل (أَ)

⑥ بدأ جسم حركته بسرعة ٢٠ سم/ث وعجلة منتظمة ٨ سم/ث^{٢} فى نفس اتجاه السرعة الابتدائية فإن المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة فقط = ... سم.

(أ) ٥٦ (ب) ١٠٠ (جـ) ١٤٤ (د) ٢٠٠

⑦ ألقيت قطعة نقود ثم حجر نرد ولوحظ الوجه العلوى لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوى لحجر النرد فإن احتمال حدث ظهور كتابة وعدد زوجى = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٤}{١٥}$

(٣) سقطت كرة من المطاط من ارتفاع ١٠ متر فاصطدمت بالأرض وارتدت رأسيًا إلى أعلى مسافة ٢,٥ متر فإن مجموع معيارى سرعتى الكرة قبل وبعد الاصطدام = ... م/ث

(أ) ٢١ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٣ (د) ٢٤

(٤) سقط جسم من ارتفاع ١٢٢,٥ مترًا فوق سطح الأرض فإن زمن وصوله إلى الأرض = ... ثانية.

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

(٥) عند سحب بطاقة من بين عشرة بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فإن احتمال ظهور عدد أولى على البطاقة المسحوبة يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٢}{٥}$

(٦) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,٧

(٧) إذا كان أ ، ب حدثان من ف وكان : أ ∩ ب = ∅ ، ل (أ) = ٠,٧

فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) صفر (ب) ٠,٧ (جـ) ٠,٣ (د) ١

(٨) أ ، ب جسمان يتحركان فى اتجاهين متضادين ومعيار سرعة أ ضعف معيار سرعة ب فإن سرعة أ بالنسبة إلى ب = ...

(أ) $١,٥ \overleftarrow{ع}_{أ}$ (ب) $٢ \overleftarrow{ع}_{أ}$ (جـ) $٢,٥ \overleftarrow{ع}_{أ}$ (د) $٣ \overleftarrow{ع}_{أ}$

(٩) يتحرك جسيم بحيث كان متجه موضعه $\overleftarrow{ر}$ ويعطى كدالة فى الزمن بالعلاقة $\overleftarrow{ر} = (٣ن + ٢) \overleftarrow{س} + (٤ن - ١) \overleftarrow{ص}$ فإن معيار الإزاحة حتى اللحظة ن = ١ ث يساوى .... وحدة طول.

(أ) $\sqrt{٣٤}$ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ٥

(١٠) أطلقت رصاصة بسرعة ١٠٠ م/ث على كتلة خشبية فغاصت فيها ٥٠ سم فإن العجلة التى تحركت بها الرصاصة داخل قطعة الخشب تساوى .... م/ث^{٢}

(أ) ١٠٠٠٠- (ب) ١٠٠٠٠ (جـ) ١٠٠- (د) ١٠٠

⑦ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، ل (أ) = ل (أَ) ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٣}$

فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٥}{٦}$ (د) $\frac{١}{٦}$

⑧ قذف جسم رأسيًا لأسفل بسرعة ٢٠,٦ م/ث من قمة برج ارتفاعه ١٠٥,٩ متر فإن السرعة التى يصل بها إلى سطح الأرض = ... م/ث

(أ) ٣٥ (ب) ٥٠ (جـ) ٣٨ (د) ٢٩,٤

⑨ المسافة التى يقطعها جسم يتحرك فى اتجاه ثابت من السكون بعجلة ٥ سم/ث^{٢} فى زمن قدره ٤ ثوان = ... سم.

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٤٠ (د) ٨٠

⑩ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة على منضدة ولوحظ العدد الظاهر على وجهه العلوى فإن احتمال ألا يزيد هذا العدد عن ٥ ولا يقل عن ٣ هو ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

⑪ يتحرك جسم من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع ٢٤ مترًا فى الثوانى الأربع الأولى من حركته ، فإن مقدار العجلة = ... م/ث^{٢}

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) $\frac{٣}{٢}$

⑫ ل (ف) + ل (∅) = ...

(أ) ∅ (ب) ف ∪ ∅ (جـ) صفر (د) ١

⑬ قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٢٤ م/ث من قمة مبنى ارتفاعه ٣٢,٤ متر فإن الزمن الذى يصل فيه إلى الأرض = ... ثانية.

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٥ (د) ٦

⑭ سحبت بطاقة عشوائيًا من ٥٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٥٠ فإن احتمال أن يكون العدد على البطاقة المسحوبة ليس مربعًا كاملًا وليس مضاعفًا للعدد ٧ هو ....

(أ) $\frac{٧}{٥٠}$ (ب) $\frac{٣٣}{٥٠}$ (جـ) $\frac{٣٧}{٥٠}$ (د) $\frac{١٣}{٥٠}$

(١٩) كيس يحتوى على ٢٥ كرة منها ٤ كرات صفراء ، ٧ كرات حمراء والباقى أسود اللون فإذا سحبت كرة عشوائيًا فإن احتمال الكرة المسحوبة ليست بيضاء يساوى ....

(أ) $\frac{١٤}{٢٥}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{١٨}{٢٥}$ (د) $\frac{٢١}{٢٥}$

(٢٠) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة على منضدة ولوحظ العدد الظاهر على وجهه العلوى فإن احتمال ألا يزيد هذا العدد عن ٥ ولا يقل عن ٣ هو ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن السؤالين الآتيين :

١ تحرك جسـيم فى خط مسـتقيم من السكون فقطع مسافة ١٠٠ متر بعجلة منتظمة ٨ م/ث^٢ ثـم انقطعت العجلة فسار بالسرعة التى اكتسبها مسافة أخرى قدرها ٢٨٠ متر ثم تحرك حركة تقصيرية بعجلة منتظمة ٤ م/ث^٢ حتى سكن. احسب السرعة المتوسطة خلال المسافة كلها.

---

٢ سقط جسم من ارتفاع ٦,٤ مترًا عن سطح أرض رملية فغاص فيها مسافة ٣٢ سم أوجد العجلة المنتظمة التى تحرك بها داخل الرمل.

١٥ إدارة أسوان توجيه الرياضيات — محافظة أسوان

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

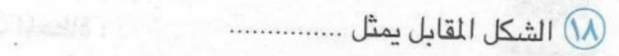
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) طائرة هليكوبتر تتتحرك بسرعة ١٥ م/ث لأعلى ، وقع حجر منها وصل إلى الأرض بعد ٨ ثوان ، فإن ارتفاع الطائرة عن الأرض عند لحظة وقوع الحجر ≃ .... متر.

(أ) ١٠٧ (ب) ١٤٥ (جـ) ١٩٤ (د) ٢٣٦

(٢) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن احتمال وقوع أ فقط هو..............

(أ) ل (أ) (ب) ل (أ − ب) (جـ) ل (ب − أ) (د) ل (أ ∩ ب)

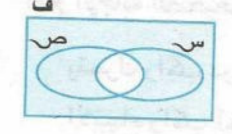


(١٧) إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما بحيث كان :

ل (أ) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل (ب − أ) = $\frac{١}{٦}$ فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) $\frac{٧}{١٢}$ (ب) $\frac{٥}{١٢}$ (جـ) $\frac{١١}{١٢}$ (د) ١

(١٨) الشكل المقابل يمثل ....



(أ) س ∩ ص (ب) س ∪ ص

(جـ) (س ∩ ص)َ (د) (س ∪ ص)َ

(١٩) حقيبة بها بطاقات متماثلة ومرقمة بالأرقام من ١١ إلى ٢٠ سُحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة فرديًا أوليًا يساوى ....

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٥ (د) صفر

(٢٠) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٦ ، ل (ب) = ٠,٣ ، ل (أَ ∪ بَ) = ٠,٨

فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٧ (د) صفر

ثانيًا **الأسئلة المقالية**

أجب عن السؤالين الآتيين :

١ قطعت سيارة المسافة بين الإسكندرية والمنصورة على مرحلتين ، الأولى من الإسكندرية إلى دمنهور ومقدارها ٦٦ كم بسرعة ٩٩ كم/س والثانية من دمنهور إلى المنصورة ومقدارها ١٢٠ كم بسرعة ١٢٠ كم/س فإذا توقفت السيارة فى دمنهور لمدة ٢٠ دقيقة. ، أوجد سرعتها المتوسطة خلال الرحلة كلها. (اعتبر السيارة تتحرك فى خط مستقيم طوال الوقت).

---

٢ إذا سقط جسم رأسيًا لأسفل فوصل إلى سطح الأرض بعد (ن) ث أثبت أن المسافة ف التى قطعها خلال الثانية الأخيرة من حركته تعطى بالعلاقة : ف = $\frac{١}{٢}$ ء (٢ ن − ١)

«حيث ء عجلة الجاذبية الأرضية».

(١١) إذا كان : ف = {أ ، ب ، ح} فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = $\frac{١}{٣}$

، ل (ب) = $\frac{٢}{٥}$ فإن : ل (ح) = ...

(أ) $\frac{٤}{١٥}$ (ب) $\frac{٢}{١٥}$ (جـ) $\frac{١}{١٥}$ (د) $\frac{١١}{١٥}$

(١٢) تتحرك سيارتان أ ، ب على طريق مستقيم واحد وفى اتجاهين متضادين بالسرعتين ١٢٥ كم/س ، ٧٥ كم/س على الترتيب فإن معيار سرعة السيارة ب بالنسبة للسيارة أ = ... م/ث

(أ) ٢٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) $\frac{٥٠٠}{٩}$ (د) ١٥٠

(١٣) إذا كان : ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٤ ، أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء النواتج

فإن : ل (ب – أ) = ...

(أ) ٠,١ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٧

(١٤) استخدم قائد سيارة الفرامل فتوقف خلال ١٥ ثانية بعد أن قطع مسافة ٣٠ متر ، فإن سرعة السيارة عند بداية استخدام الفرامل = ... م/ث.

(أ) ١٥ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

(١٥) قذفت كرة أفقيًا فى عكس اتجاه الرياح بسرعة ابتدائية ١٥ سم/ث فتحركت بتقصير منتظم ٥ سم/ث^{٢} فإن الزمن الذى تستغرقه الكرة حتى تعود إلى نقطة البداية = ... ثوان.

(أ) ٦ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢

(١٦) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن : ل $(أ \cap ب)'$ = ...

(أ) $\varnothing$ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

(١٧) إذا كان : $\overleftarrow{ع}_{ب أ}$ = –١٠٥ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أ}$ = ٤٠ $\overleftarrow{س}$ فإن : $\overleftarrow{ع}_{ب}$ = ...

(أ) ١٥٥ $\overleftarrow{ى}$ (ب) –٦٥ $\overleftarrow{ى}$ (جـ) ٦٥ $\overleftarrow{ى}$ (د) –١٥٥ $\overleftarrow{ى}$

(١٨) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل $(أ \cup ب)$ = ٠,٧٥

، ل (أ – ب) = ٠,٢ فإن : ل (ب) = ...

(أ) ٠,٧٥ (ب) ٠,٦ (جـ) ٠,٦٥ (د) ٠,٥٥

٨ إدارة شرق المنصورة توجيه الرياضيات — محافظة الدقهلية


اختبار تفاعلى ⑧

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① يتحرك جسيم بحيث كان متجه موضعه :
$\overline{ر} = (٣ن + ٢)\overline{س} + (٤ن - ١)\overline{ص}$ فإن معيار الإزاحة حتى اللحظة ن = ١ يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٥　(ب) ٧　(جـ) ٨　(د) $\sqrt{٣٤}$

② قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٩٨ م/ث فإن زمن وصوله لأقصى ارتفاع يساوى .... ث

(أ) ٥　(ب) ١٠　(جـ) ١٥　(د) ٢٠

③ تحرك جسيم بسرعة ١٥ م/ث وبعجلة ٣ م/ث^٢ فى نفس اتجاه سرعته فإن مقدار الإزاحة الحادثة بعد مضى ٤ ثوانى من بدء الحركة تساوى .... م

(أ) ٨٤　(ب) ٤٢　(جـ) ٣٦　(د) ٢٤

④ بدأ جسيم حركته بسرعة ١٠ م/ث حتى وصلت ٣٠ م/ث فى نهاية فترة زمنية قدرها ١٠ث.ثانية ، فإن المسافة المقطوعة خلال هذه الفترة تساوى .... م

(أ) ١٠٠　(ب) ٢٠٠　(جـ) ٣٠٠　(د) ٤٠٠

⑤ بدأ جسيم حركته بسرعة ١٢٦ كم/س وتوقف بعد أن قطع مسافة ١٢٢,٥ م فإن عجلة حركة الجسيم تساوى .... م/ث^٢

(أ) ٥　(ب) −٥　(جـ) ٦٤,٨　(د) −٦٤,٨

⑥ راقبت سيارة شرطة متحركة بسرعة ٦٠ كم/س شاحنة تتحرك فى الاتجاه المضاد ، فبدت لها وكأنها تتحرك بسرعة ١٥٠ كم/س فإن السرعة الفعلية للشاحنة تساوى .... كم/س

(أ) ٢١٠　(ب) ١٥٠　(جـ) ١٠٥　(د) ٩٠

⑦ السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية ع. وعجلة منتظمة حـ خلال الثانية السادسة من حركته تساوى ....

(أ) ع. + ٥ حـ　(ب) ع. + ٦ حـ　(جـ) ع. + ٥,٥ حـ　(د) ع. − ٥,٥ حـ



الإجابات

⑧ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : أ ⊂ ب ، ل (أ) = ٠,٦

، ل (ب) = ٠,٩ فإن : ل (ب – أ) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٢

⑨ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن : ل (أ ∩ بَ) = ...

(أ) ∅ (ب) صفر (جـ) ٠,٥ (د) ١

⑩ قطاران أ ، ب طول أحدهما ٤٠ متر والآخر ٦٠ متر يتحركان فى اتجاهين متضادين

بسرعتين ٥ م/ث ، ٢٠ م/ث على الترتيب فإن زمن عبور كل منهما للآخر = ... ث

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

⑪ تحرك رجل من نقطة ثابتة فى اتجاه الشمال مسافة ١٦٠ متر فى ٣ دقائق ثم تحرك نحو

الجنوب بسرعة منتظمة مقدارها ٤٠ م/د لمدة ٢ دقيقة فإن : عَ = ... م/د

(أ) ١٦ (ب) ٣٢ (جـ) ٤٨ (د) ٦٤

⑫ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء النواتج لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = $\frac{٣}{٥}$

، ل (أ – ب) = ٠,٢ فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) $\frac{١}{٣}$

⑬ إذا كانت : ف = {أ ، ب ، حـ} فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٥ فإن : ل (حـ) = ...

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٦

⑭ قذف جسم رأسيًا لأعلى بسرعة ٤٢ م/ث فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم

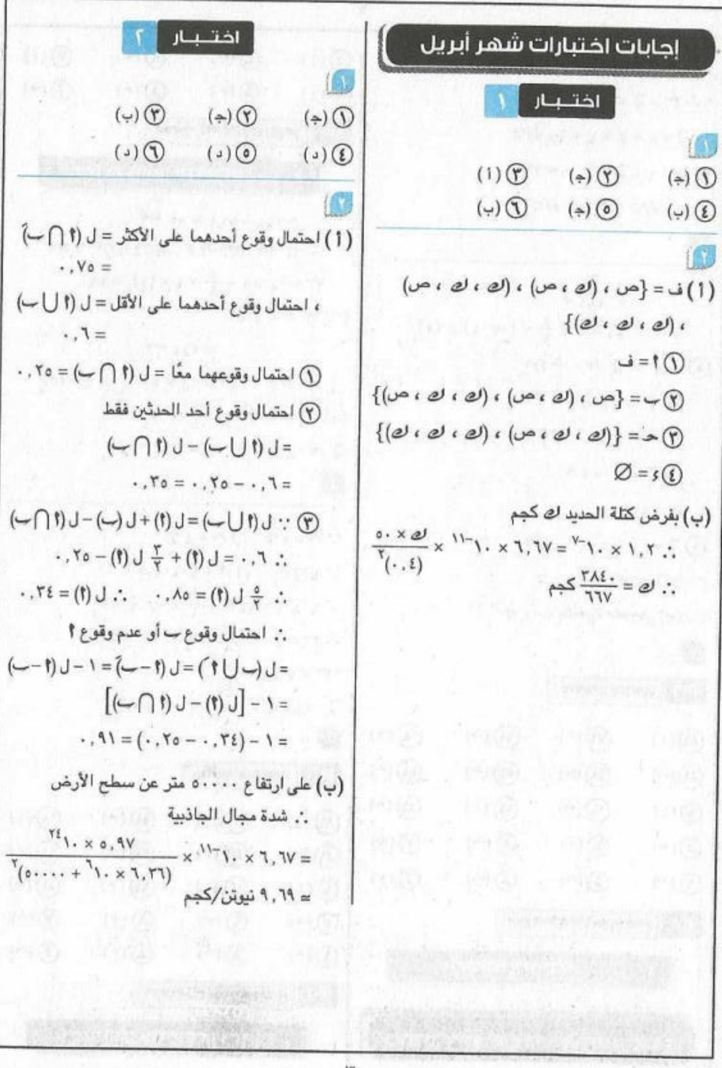
= .... متر.

(أ) ٦٥ (ب) ٩٨ (جـ) ٨٤ (د) ٩٠

⑮ بدأ جسم حركته بسرعة ٢٤ م/ث بتقصير منتظم ٨ م/ث^{٢} فإن الجسم يتوقف لحظيًا بعد

زمن قدره = ... ث

(أ) ٣ (ب) ١٦ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ٩٠



إجابات اختبارات شهر أبريل

اختبار 1

1

① (جـ) ② (جـ) ③ (أ)

④ (ب) ⑤ (جـ) ⑥ (ب)

2

(أ) ف = {ص ، (ك ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك)}

① أ = ف

② ب = {ص ، (ك ، ص) ، (ك ، ك ، ص)}

③ حـ = {(ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك)}

④ ء = ∅

(ب) بفرض كتلة الحديد ك كجم

∴ $١,٢ \times ١٠^{-٧} = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{ك \times ٥٠}{(٠,٤)^{٢}}$

∴ ك = $\frac{٣٨٤٠}{٦٦٧}$ كجم

اختبار 2

1

① (جـ) ② (جـ) ③ (ب)

④ (د) ⑤ (د) ⑥ (د)

2

(أ) احتمال وقوع أحدهما على الأكثر = ل $(أ \cap ب)'$ = ٠,٧٥

، احتمال وقوع أحدهما على الأقل = ل (أ ∪ ب) = ٠,٦

① احتمال وقوعهما معًا = ل (أ ∩ ب) = ٠,٢٥

② احتمال وقوع أحد الحدثين فقط

= ل (أ ∪ ب) − ل (أ ∩ ب)

= ٠,٦ − ٠,٢٥ = ٠,٣٥

③ ∵ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

∴ ٠,٦ = ل (أ) + $\frac{٣}{٢}$ ل (أ) − ٠,٢٥

∴ $\frac{٥}{٢}$ ل (أ) = ٠,٨٥ ∴ ل (أ) = ٠,٣٤

∴ احتمال وقوع ب أو عدم وقوع أ

= ل (ب ∪ $أ'$) = ل $(أ - ب)'$ = ١ − ل (أ − ب)

= ١ − [ل (أ) − ل (أ ∩ ب)]

= ١ − (٠,٣٤ − ٠,٢٥) = ٠,٩١

(ب) على ارتفاع ٥٠٠٠ متر عن سطح الأرض

∴ شدة مجال الجاذبية

$= ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}}{(٦,٣٦ \times ١٠^{٦} + ٥٠٠٠)^{٢}}$

≃ ٩,٦٩ نيوتن/كجم

إجابات امتحان الكتاب المدرسي

1

① (جـ) ② (جـ) ③ (ب) ④ (جـ)

2

(أ) ٣٠ وحدة طول

(ب) ١,٥ ثانية ، ٨,٢٥ متر

3

(أ) ① ١٨,٥ كم/س ② ٦,٥ كم/س

(ب) ① ٥ سم/ث ، $٣٧\frac{١}{٢}$ سم

② صفر ، ٤٠ سم

③ −١٠ سم/ث ، ٣٠ سم

④ −٢٥ سم/ث ، −٢٢,٥ سم

4

(أ) ① $\frac{٣}{٤}$ ② $\frac{١}{٢}$

(ب) ① ع = ٤٩ م/ث

② ف = ١٢٢,٥ متر

5

(أ) ١ : ٩٦

(ب) ① $\frac{١}{٨}$ ② $\frac{١}{٤}$

(١٦) ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين فإن احتمال ظهور صورة واحدة على الأكثر = ...

(أ) ٠,٧٥ (ب) ٠,٥ (جـ) ٠,٢٥ (د) $\frac{٢}{٣}$

(١٧) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ ∪ ب) = ٠,٨٥ ، ل (أ) = ٠,٧٥ ، ل (بَ) = ٠,٦ فإن : ل (أَ ∪ بَ) = ...

(أ) ٠,١٥ (ب) ٠,٣ (جـ) ٠,٤ (د) ٠,٧

(١٨) صندوق به ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠ سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة أوليًا أكبر من ١٠ هو ....

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,١ (د) ٠,٢٥

(١٩) إذا كان ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما ، أ ⊂ ف ، وكان : $\frac{ل (أ)}{ل (أَ)} = \frac{٣}{٥}$

فإن : ل (أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{٣}{٨}$ (جـ) $\frac{٥}{٨}$ (د) $\frac{٢}{٥}$

(٢٠) إذا كان احتمال نجاح طالب فى الرياضيات ٠,٨ واحتمال نجاحه فى اللغة الفرنسية ٠,٧ واحتمال نجاحه فى المادتين معًا ٠,٥٦ فإن احتمال نجاحه فى الرياضيات وعدم نجاحه فى اللغة الفرنسية = ...

(أ) ٠,٩٤ (ب) ٠,٤٤ (جـ) ٠,٢٤ (د) ٠,٢

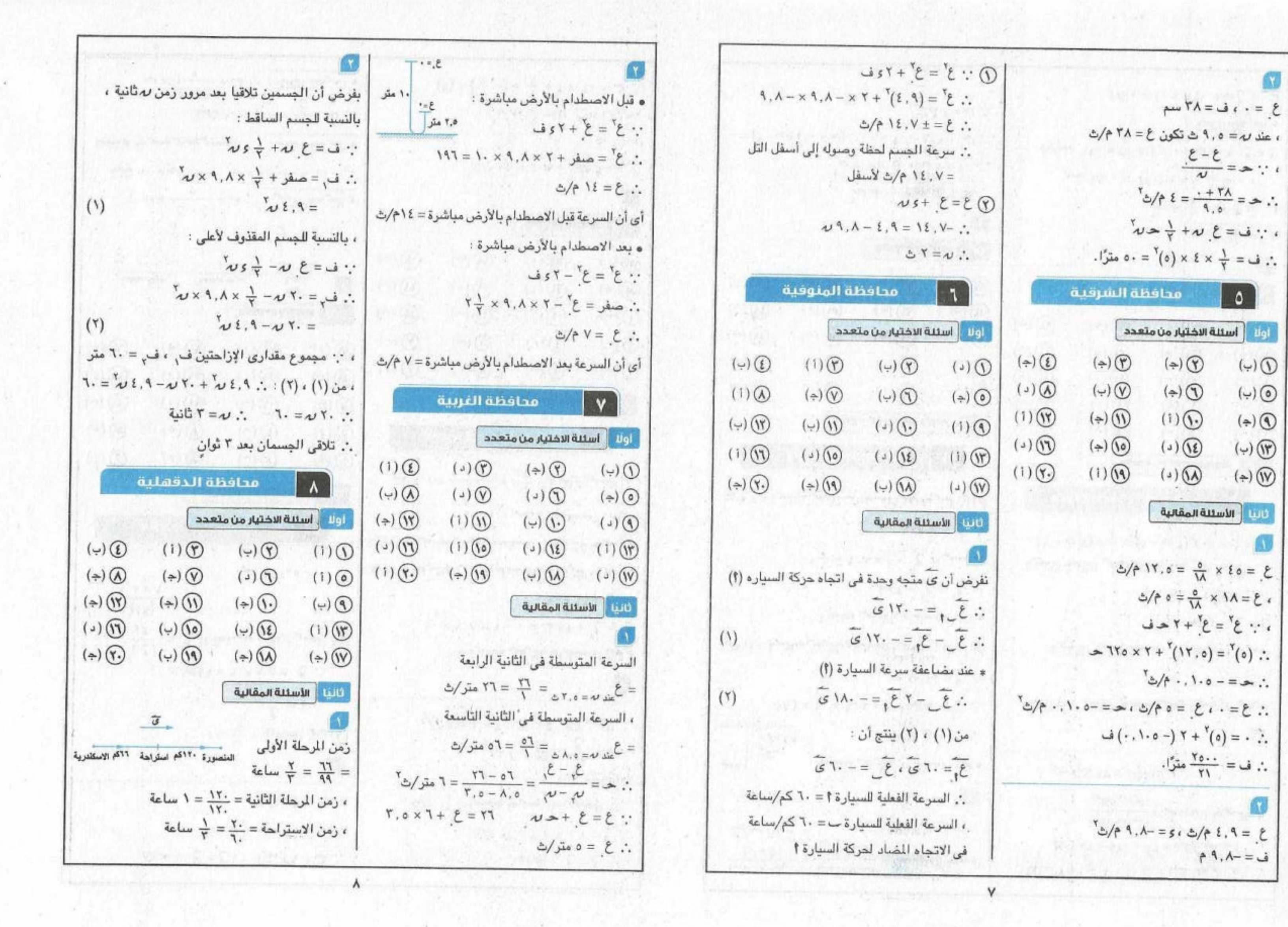
ثانيًا الأسئلة المقالية

أجب عن السؤالين الآتيين :

١ قامت سيارة (أ) تتحرك على طريق مستقيم بقياس السرعة النسبية لسيارة (ب) قادمة الاتجاه المضاد فوجدتها ١٢٠ كم/س ، ولما ضعفت السيارة (أ) سرعتها وأعادت القياس وجدت أن سرعة (ب) أصبحت ١٨٠ كم/س أوجد السرعة الفعلية لكل من السيارتين.

---

٢ سقطت كرة من المطاط من ارتفاع ١٠ متر واصطدمت بالأرض وارتدت رأسيًا لأعلى مسافة ٢,٥ متر. احسب سرعة الكرة قبل اصطدامها بالأرض مباشرة.



٢

ع. = ٠ ، ف = ٣٨ سم

، عند ن = ٩,٥ ث تكون ع = ٣٨ م/ث

، ∵ حـ = $\frac{ع - ع.}{ن}$

∴ حـ = $\frac{٣٨ - ٠}{٩,٥}$ = ٤ م/ث^٢

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن^٢

∴ ف = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × (٥)^٢ = ٥٠ مترًا.

٥ محافظة الشرقية

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

① (ب)	② (جـ)	③ (جـ)	④ (جـ)
⑤ (ب)	⑥ (جـ)	⑦ (ب)	⑧ (د)
⑨ (جـ)	⑩ (أ)	⑪ (جـ)	⑫ (أ)
⑬ (ب)	⑭ (د)	⑮ (جـ)	⑯ (د)
⑰ (جـ)	⑱ (د)	⑲ (أ)	⑳ (أ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

ع. = ٤٥ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٢,٥ م/ث

، ع = ١٨ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٥ م/ث

، ∵ ع^٢ = ع.^{٢} + ٢ حـ ف

∴ (٥)^٢ = (١٢,٥)^٢ + ٢ × ٦٢٥ حـ

∴ حـ = −٠,١٠٥ م/ث^٢

∴ ع = ٠ ، ع. = ٥ م/ث ، حـ = −٠,١٠٥ م/ث^٢

∴ ٠ = (٥)^٢ + ٢ (−٠,١٠٥) ف

∴ ف = $\frac{٢٥٠٠}{٢١}$ مترًا.

٢

ع. = ٤,٩ م/ث ، ء = −٩,٨ م/ث^٢

ف = −٩,٨ م

① ∵ ع^٢ = ع.^{٢} + ٢ ء ف

∴ ع^٢ = (٤,٩)^٢ + ٢ × −٩,٨ × −٩,٨

∴ ع = ± ١٤,٧ م/ث

∴ سرعة الجسم لحظة وصوله إلى أسفل التل

= ١٤,٧ م/ث لأسفل

② ع = ع. + ء ن

∴ −١٤,٧ = ٤,٩ − ٩,٨ ن

∴ ن = ٢ ث

٦ محافظة المنوفية

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

① (د)	② (ب)	③ (أ)	④ (ب)
⑤ (جـ)	⑥ (ب)	⑦ (جـ)	⑧ (أ)
⑨ (أ)	⑩ (د)	⑪ (ب)	⑫ (ب)
⑬ (أ)	⑭ (د)	⑮ (د)	⑯ (أ)
⑰ (د)	⑱ (ب)	⑲ (جـ)	⑳ (جـ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

نفرض أن $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة السياره (أ)

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب أ}$ = −١٢٠ $\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب}$ − $\overrightarrow{ع}_{أ}$ = −١٢٠ $\overrightarrow{ى}$ (١)

* عند مضاعفة سرعة السيارة (أ)

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب}$ − ٢ $\overrightarrow{ع}_{أ}$ = −١٨٠ $\overrightarrow{ى}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

$\overrightarrow{ع}_{أ}$ = ٦٠ $\overrightarrow{ى}$ ، $\overrightarrow{ع}_{ب}$ = −٦٠ $\overrightarrow{ى}$

∴ السرعة الفعلية للسيارة أ = ٦٠ كم/ساعة

، السرعة الفعلية للسيارة ب = ٦٠ كم/ساعة

فى الاتجاه المضاد لحركة السيارة أ

٢

• قبل الاصطدام بالأرض مباشرة :

ع. = ٠
١٠ متر
ع = ٠
٢,٥ متر

∵ ع^٢ = ع.^{٢} + ٢ ء ف

∴ ع^٢ = صفر + ٢ × ٩,٨ × ١٠ = ١٩٦

∴ ع = ١٤ م/ث

أى أن السرعة قبل الاصطدام بالأرض مباشرة = ١٤م/ث

• بعد الاصطدام بالأرض مباشرة :

∵ ع^٢ = ع.^{٢} − ٢ ء ف

∴ صفر = ع.^{٢} − ٢ × ٩,٨ × ٢$\frac{١}{٢}$

∴ ع. = ٧ م/ث

أى أن السرعة بعد الاصطدام بالأرض مباشرة = ٧ م/ث

٧ محافظة الغربية

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

① (ب)	② (جـ)	③ (د)	④ (أ)
⑤ (جـ)	⑥ (د)	⑦ (د)	⑧ (ب)
⑨ (د)	⑩ (ب)	⑪ (أ)	⑫ (جـ)
⑬ (أ)	⑭ (د)	⑮ (أ)	⑯ (د)
⑰ (د)	⑱ (ب)	⑲ (جـ)	⑳ (أ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

السرعة المتوسطة فى الثانية الرابعة

ع$_{عند ن = ٣,٥ ث}$ = $\frac{٢٦}{١}$ = ٢٦ متر/ث

، السرعة المتوسطة فى الثانية التاسعة

ع$_{عند ن = ٨,٥ ث}$ = $\frac{٥٦}{١}$ = ٥٦ متر/ث

∴ حـ = $\frac{ع_٢ - ع_١}{ن_٢ - ن_١}$ = $\frac{٥٦ - ٢٦}{٨,٥ - ٣,٥}$ = ٦ متر/ث^٢

∵ ع = ع. + حـ ن   ٢٦ = ع. + ٦ × ٣,٥

∴ ع. = ٥ متر/ث

٢

بفرض أن الجسمين تلاقيا بعد مرور زمن ن ثانية ،

بالنسبة للجسم الساقط :

∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ء ن^٢

∴ ف$_١$ = صفر + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ن^٢

= ٤,٩ ن^٢ (١)

، بالنسبة للجسم المقذوف لأعلى :

∵ ف = ع. ن − $\frac{١}{٢}$ ء ن^٢

∴ ف$_٢$ = ٢٠ ن − $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ن^٢

= ٢٠ ن − ٤,٩ ن^٢ (٢)

، ∵ مجموع مقدارى الإزاحتين ف$_١$ ، ف$_٢$ = ٦٠ متر

، من (١) ، (٢) : ∴ ٤,٩ ن^٢ + ٢٠ ن − ٤,٩ ن^٢ = ٦٠

∴ ٢٠ ن = ٦٠   ∴ ن = ٣ ثانية

∴ تلاقى الجسمان بعد ٣ ثوان

٨ محافظة الدقهلية

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

① (أ)	② (ب)	③ (أ)	④ (ب)
⑤ (أ)	⑥ (د)	⑦ (جـ)	⑧ (جـ)
⑨ (ب)	⑩ (جـ)	⑪ (جـ)	⑫ (جـ)
⑬ (أ)	⑭ (ب)	⑮ (ب)	⑯ (د)
⑰ (جـ)	⑱ (جـ)	⑲ (ب)	⑳ (جـ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

$\overrightarrow{ى}$
المنصورة ١٢٠كم استراحة ٦٦كم الاسكندرية

زمن المرحلة الأولى = $\frac{٦٦}{٩٩}$ = $\frac{٢}{٣}$ ساعة

، زمن المرحلة الثانية = $\frac{١٢٠}{١٢٠}$ = ١ ساعة

، زمن الاستراحة = $\frac{٢٠}{٦٠}$ = $\frac{١}{٣}$ ساعة

٦ إدارة منوف
توجيه الرياضيات
محافظة المنوفية

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

اختبار تفاعلى ⑥

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① قذفت كرة رأسيًا لأعلى فوصلت إلى ارتفاع ٥ متر ثم عادت إلى نقطة القذف مرة أخرى فإن مقدار الإزاحة الحادثة يساوى .... متر.

(أ) ١٥ (ب) ١٠ (جـ) ٥ (د) صفر

② الزمن الذى تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ٢٠ م/ث فى قطع مسافة ١٨٠ كم يساوى .... ساعة.

(أ) ٣ (ب) ٢,٥ (جـ) ٢ (د) ١,٥

③ تتحرك سيارتان أ ، ب على طريق مستقيم واحد فى اتجاهين متضادين بالسرعتين ١٢٥ كم/س ، ٧٥ كم/س على الترتيب ، فإن مقدار سرعة السيارة ب بالنسبة إلى السيارة أ = ... كم/س

(أ) ٢٠٠ (ب) ٧٥ (جـ) ٥٠ (د) −٥٠

④ يتحرك جسيم فى خط مستقيم بتقصير منتظم مقداره يساوى ٣ م/ث^{٢} فسكن بعد ١٩ ثانية فإن مقدار سرعته الابتدائية = ... م/ث

(أ) ٦٠ (ب) ٥٧ (جـ) ٥٤ (د) ١٦

⑤ يتحرك جسيم من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع ٢٤ م فى الثوانى الأربع الأولى من حركته ، فإن مقدار عجلته = ... م/ث^{٢}

(أ) ١٢ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ١,٥

⑥ بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٥ سم/ث وعجلة منتظمة ٤ سم/ث^{٢} فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية ، فإن المسافة التى يكون الجسم قد قطعها فى الثانية السادسة فقط = ... سم.

(أ) ٣٩ (ب) ٣٧ (جـ) ٣٥ (د) ٣٢

∴ ٢٠٠ = $\frac{٠ + ١٠}{٢}$ × ن   ∴ ن = ٤٠ ثانية

∴ الزمن الذى استغرقه الجسيم فى قطع المسافة كلها

= ٨٠ + ٨٠ + ٤٠ = ٢٠٠ ثانية

∴ السرعة المتوسطة خلال قطع المسافة كلها

= $\frac{٤٠٠ + ٨٠٠ + ٢٠٠}{٢٠٠}$ = $\frac{١٤٠٠}{٢٠٠}$ = ٧ م/ث

٢

بالنسبة للجسم الساقط :

∵ ف = ع. ن + ½ د $ن^٢$

∴ $ف_١$ = صفر + ½ × ٩,٨ × $ن^٢$ = ٤,٩ $ن^٢$ (١)

، بالنسبة للجسم المقذوف لأعلى :

∵ ف = ع. ن − ½ د $ن^٢$

∴ $ف_٢$ = ٢٠ ن − ½ × ٩,٨ × $ن^٢$

= ٢٠ ن − ٤,٩ $ن^٢$ (٢)

، ∵ مجموع مقدارى الازاحتين $ف_١$ ، $ف_٢$ = ٤٠ متر

، من (١) ، (٢) :

∴ ٤,٩ $ن^٢$ + ٢٠ ن − ٤,٩ $ن^٢$ = ٤٠

∴ ٢٠ ن = ٤٠   ∴ ن = ٢ ثانية

بالنسبة للجسم الساقط فإن المسافة المقطوعة

= مقدار الإزاحة $ف_١$ = ٤,٩ $(٢)^٢$ = ١٩,٦ متر

∴ يتقابل الجسمان على ارتفاع = ٤٠ − ١٩,٦

= ٢٠,٤ م

١٣ محافظة بنى سويف

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (د)	(٢) (ب)	(٣) (ب)	(٤) (د)
(٥) (د)	(٦) (جـ)	(٧) (ب)	(٨) (أ)
(٩) (جـ)	(١٠) (أ)	(١١) (ب)	(١٢) (جـ)
(١٣) (جـ)	(١٤) (ب)	(١٥) (أ)	(١٦) (ب)
(١٧) (ب)	(١٨) (جـ)	(١٩) (ب)	(٢٠) (جـ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

ع. = ١٠ سم/ث ، ف = ١٠ سم

ع = صفر

، ∵ $ع^٢$ = $ع.^٢$ + ٢ جـ ف

∴ $(٠)^٢$ = $(١٠)^٢$ + ٢ جـ (١٠)

∴ جـ = −٥ سم/$ث^٢$

٢

∵ ف = ع. ن − ½ د $ن^٢$

∴ ف = ٤٩ × ٢ − ½ × ٩,٨ × ٤ = ٧٨,٤ مترًا

∴ بعد ٢ ثانية يكون الجسيم أعلى موضع القذف بمقدار ٧٨,٤ مترًا ومتحركًا إلى أعلى.

١٤ محافظة أسيوط

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (جـ)	(٢) (أ)	(٣) (أ)	(٤) (ب)
(٥) (د)	(٦) (ب)	(٧) (جـ)	(٨) (أ)
(٩) (د)	(١٠) (أ)	(١١) (جـ)	(١٢) (أ)
(١٣) (د)	(١٤) (جـ)	(١٥) (د)	(١٦) (جـ)
(١٧) (ب)	(١٨) (جـ)	(١٩) (ب)	(٢٠) (جـ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

ع. = ٠ — ١٠٠ سم — ٢٨٠ سم — ع = ٠

المرحلة الأولى ، المرحلة الثانية ، المرحلة الثالثة

المرحلة الأولى :

ع. = ٠ ، ف = ١٠٠ سم

، جـ = ٨ سم/$ث^٢$

∵ ف = ع. ن + ½ جـ $ن^٢$

∴ ١٠٠ = صفر + ½ × ٨ × $ن_١^٢$

∴ $ن_١$ = ٥ ثوانٍ

، ∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ع = صفر + ٨ × ٥ = ٤٠ سم/ث

المرحلة الثانية : ن = $\frac{ف}{ع}$

∴ $ن_٢$ = $\frac{٢٨٠}{٤٠}$ = ٧ ثوانى

المرحلة الثالثة :

ع. = ٤٠ سم/ث ، ع = ٠ ، جـ = −٤ م/$ث^٢$

، ∵ $ع^٢$ = $ع.^٢$ + ٢ جـ ف

∴ $(٠)^٢$ = $(٤٠)^٢$ + ٢ (−٤) ف

∴ ف = ٢٠٠ مترًا

، ∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ٠ = ٤٠ − ٤ ن   ∴ ن = ١٠ ث

∴ المسافة الكلية = ١٠٠ + ٢٨٠ + ٢٠٠ = ٥٨٠ م

، الزمن الكلى = ٥ + ٧ + ١٠ = ٢٢ ث

∴ السرعة المتوسطة = $\frac{٥٨٠}{٢٢}$ = $\frac{٢٩٠}{١١}$ م/ث

٢

قبل الغوص بالرمل مباشرة : ∵ $ع^٢$ = $ع.^٢$ + ٢ د ف

∴ $ع^٢$ = صفر + ٢ × ٩,٨ × ٦,٤

∴ ع = ١١,٢ م/ث

، بعد الغوص بالرمل : ∵ $ع^٢$ = $ع.^٢$ + ٢ جـ ف

∴ صفر = $(١١,٢)^٢$ + ٢ × جـ × ٠,٣٢

∴ جـ = −١٩٦ م/$ث^٢$

١٥ محافظة أسوان

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (جـ)	(٢) (ب)	(٣) (د)	(٤) (ب)
(٥) (أ)	(٦) (جـ)	(٧) (د)	(٨) (د)
(٩) (أ)	(١٠) (ب)	(١١) (أ)	(١٢) (أ)
(١٣) (جـ)	(١٤) (ب)	(١٥) (أ)	(١٦) (د)
(١٧) (ب)	(١٨) (د)	(١٩) (جـ)	(٢٠) (ب)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

متجه الإزاحة $\overrightarrow{أب}$ = $\overrightarrow{ب}$ − $\overrightarrow{أ}$ = (٤ ، ٦) − (٧ ، ٢)

= (−٣ ، ٤)

∴ $\overrightarrow{ع_م}$ = $\frac{-٣ \overrightarrow{س} + ٤ \overrightarrow{ص}}{٨ - ٣}$ = $\frac{-٣}{٥}$ $\overrightarrow{س}$ + $\frac{٤}{٥}$ $\overrightarrow{ص}$

٢

• قبل الاصطدام بالأرض مباشرة :

$ع^٢$ = $ع.^٢$ + ٢ د ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ١٠

∴ ع = ١٤ م/ث

∴ سرعة الكرة قبل الاصطدام بالأرض مباشرة = ١٤ م/ث

∴ سرعة الكرة بعد الاصطدام بالأرض مباشرة = ٧ م/ث

• بعد الاصطدام بالأرض :

∴ أقصى ارتفاع = $\frac{ع.^٢}{٢ د}$ = $\frac{(٧)^٢}{٢ × ٩,٨}$ = ٢,٥ متر

⑧ أطلقت رصاصة أفقيًا على كتلة خشبية بسرعة ١٠٠ م/ث فغاصت فيها مسافة ٥٠ سم فإن العجلة التى تتحرك بها الرصاصة داخل الكتلة الخشبية علمًا بأن العجلة منتظمة هى .... م/ث^{٢}.

(أ) ١٠٠٠٠ (ب) ١٠٠٠ (جـ) −١٠٠٠ (د) −١٠٠٠٠

⑨ بدأ جسم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٠ سم/ث وبعجلة منتظمة ٤ سم/ث^{٢} فى اتجاه سرعته فإن المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة فقط تساوى .... متر.

(أ) ٢٨ (ب) ٢,٨ (جـ) ٠,٢٨ (د) ٠,٠٢٨

⑩ إذا كانت : ف = {أ ، ب ، حـ} فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

ل (أ) = ٣ ل (حـ) ، ل (ب) = ٢ ل (حـ) فإن : ل (حـ) = ...

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

⑪ فى تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية وملاحظة تتابع الصور والكتابات فإن احتمال ظهور صورتين على الأقل يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٥}{٨}$

⑫ فى تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عددين مجموعهما ٩ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٩}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٥}{٣٦}$

⑬ من مجموعة الأرقام { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} كون عدد من رقمين مختلفين. كم عدد عناصر فضاء العينة ؟

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٢ (د) ١٦

⑭ قذف جسيم رأسيًا لأعلى بسرعة ٣٩,٢ م/ث فإن زمن وصول الجسيم لأقصى ارتفاع = ... ث

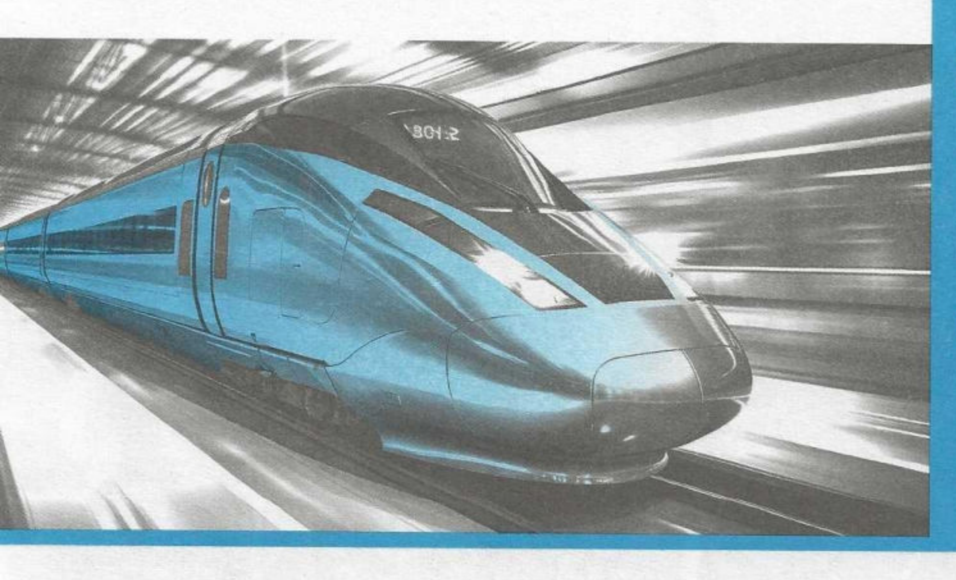
(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

⑮ قذفت كرة صغيرة رأسيًا إلى أعلى من نافذة أحد المنازل وشوهدت الكرة وهى هابطة أمام النافذة بعد ٣ ث من قذفها ثم وصلت إلى سطح الأرض بعد ٤ ث من لحظة القذف فإن ارتفاع هذه النافذة عن سطح الأرض = ... م

(أ) ٩,٨ (ب) ١٤,٧ (جـ) ١٩,٦ (د) ٤,٩

تطبيقات
الرياضيات

الجــزء الخــاص
بالإجـــابات








مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٠٢/ ٢٥٩٣٤٠١٢
e-mail: info@elmoasserbooks.com
www.elmoasserbooks.com
الخط الساخن
15014

الصف الثانى الثانوى
القسم العلمى
الفصل الدراسى الثانى



إجابات تمارين
الوحدة الأولى

إجابات الوحدة الأولى

إجابات تمارين 1

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

① (جـ)	② (د)	③ (جـ)	④ (د)
⑤ (ب)	⑥ (د)	⑦ (جـ)	⑧ (ب)
⑨ (أ)	⑩ (ب)	⑪ (أ)	⑫ (جـ)
⑬ (جـ)	⑭ (جـ)	⑮ (د)	⑯ (أ)
⑰ (ب)	⑱ (أ)	⑲ (أ)	⑳ (ب)
㉑ (جـ)	㉒ (جـ)	㉓ (جـ)	㉔ (أ)
㉕ (ب)	㉖ (أ)		
㉗ أولاً : (ب) ثانيًا : (د)	㉘ (أ)		㉙ (ب)
㉚ (د)	㉛ (د)	㉜ (د)	㉝ (جـ)
㉞ (أ)	㉟ (أ)	㊱ (ب)	㊲ (د)
㊳ (د)	㊴ (جـ)	㊵ (د)	㊶ (جـ)
㊷ (أ)	㊸ (د)	㊹ (ب)	㊺ (جـ)
㊻ (جـ)	㊼ (أ)	㊽ (د)	㊾ (ب)
㊿ (د)	(٥١) (ب)	(٥٢) (جـ)	(٥٣) (ب)
(٥٤) (د)	(٥٥) (أ)	(٥٦) (د)	

ثانيا الأسئلة المقالية

١

الإسماعيلية ٨٠كم استراحة ٤٠كم القاهرة

زمن المرحلة الأولى = ٤٠/٨٠ = ١/٢ ساعة

، زمن المرحلة الثانية = ٨٠/٦٠ = ١ ١/٣ ساعة

، زمن الاستراحة = ١٠/٦٠ = ١/٦ ساعة

∴ زمن الرحلة كلها = ١/٢ + ١ ١/٣ + ١/٦ = ٢ ساعة

، ∵ متجه الإزاحة الكلية = ٤٠ ى + ٨٠ ى = ١٢٠ ى

∴ ع‾م = ١٢٠ ى / ٢ = ٦٠ ى

∴ متجه السرعة المتوسطة معياره ٦٠ كم/س وفى اتجاه الحركة من القاهرة إلى الإسماعيلية.

٢

زمن قطع المسافة الأولى = ٢٧/١٨ = ١ ١/٢ ساعة

، زمن قطع المسافة الثانية = ٣٦/١٢ = ٣ ساعات

∴ الزمن الكلى للرحلة = ١ ١/٢ + ٣ = ٤ ١/٢ ساعة

① إذا كانت الإزاحتان فى اتجاه واحد

∴ متجه الإزاحة الكلية

= ٢٧ ى + ٣٦ ى = ٦٣ ى (٢٧ كم ، ٣٦ كم)

∴ ع‾م = ٦٣ ى / ٤ ١/٢ = ١٤ ى

∴ متجه السرعة المتوسطة معياره ١٤ كم/س وفى اتجاه كل من الإزاحتين.

② إذا كانت الإزاحتان فى اتجاهين متضادين

∴ متجه الإزاحة الكلية

= ٢٧ ى − ٣٦ ى = −٩ ى (٢٧ كم ، ٣٦ كم)

∴ ع‾م = −٩ ى / ٤ ١/٢ = −٢ ى

∴ متجه السرعة المتوسطة معياره ٢ كم/س وفى اتجاه الإزاحة الثانية.

٣

متجه الإزاحة أ‾ب = ب‾ − أ‾ = (٧ ، ٢٥) − (٣ ، ٥)

= (٤ ، ٢٠)

∴ ع‾م = (٤ س‾ + ٢٠ ص‾) / (٦ − ٢) = س‾ + ٥ ص‾

∴ معيار متجه السرعة المتوسطة = √(١ + ٢٥)

= √٢٦ وحدة طول/ثانية.

، ظا هـ = ٥/١ ∴ هـ = ٧٨° ٤١َ ٢٤ً

∴ اتجاه متجه السرعة المتوسطة يصنع زاوية قياسها ٧٨° ٤١َ ٢٤ً

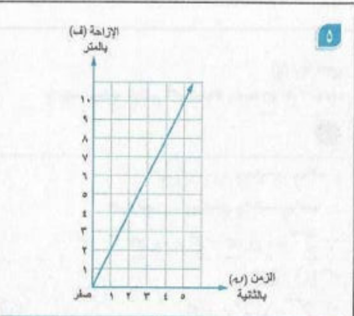
٤

المسافة المقطوعة = السرعة × الزمن

∴ (١٥٠ + ف) = ٩٠ × ٥/١٨ × ١٥

∴ ١٥٠ + ف = ٣٧٥ ∴ ف = ٢٢٥ متر

٥



٦

① السرعة المتوسطة فى الذهاب = المسافة / الزمن = ٩٠/٣

= ٣٠ كم/ساعة.

② السرعة المتوسطة فى العودة = المسافة / الزمن = ٩٠/٢

= ٤٥ كم/ساعة

③ تدل على توقف الدراجة البخارية لمدة ٣ ساعات.

٧

① نعم لأن كلًا منهما بدأ حركته عندما الزمن = صفر

② بعد ٣٠ دقيقة.

③ ٨٠ دقيقة.

④ ∵ ميل الخط البيانى لحركة عمرو = (٩ − ٠)/(٥٠ − ٠)

= ٠,١٨

∴ سرعة عمرو = ٠,١٨ كم/دقيقة

⑤ يصل بعد ٥٠ دقيقة أى فى الساعة ٢٠ : ١٠ صباحًا.

٨

نفرض أن ى متجه وحدة فى اتجاه حركة السيارة (أ) وأن الدراجة هى (ب) :

① الدراجة (ب) تتحرك فى نفس اتجاه حركة السيارة (أ) :

∴ ع‾أ = ٨٠ ى ، ع‾ب = ٣٠ ى

∴ ع‾بأ = ع‾ب − ع‾أ = ٣٠ ى − ٨٠ ى

= −٥٠ ى

أى أن الدراجة تبدو متحركة فى عكس اتجاه حركة السيارة بسرعة ٥٠ كم/س.

② الدراجة (ب) تتحرك عكس اتجاه حركة السيارة (أ) :

∴ ع‾أ = ٨٠ ى ، ع‾ب = −٣٠ ى

∴ ع‾بأ = ع‾ب − ع‾أ = −٣٠ ى − ٨٠ ى

= −١١٠ ى

أى أن الدراجة تبدو متحركة فى عكس اتجاه حركة السيارة بسرعة ١١٠ كم/س.

٩

نفرض أن ى متجه وحدة فى اتجاه حركة المدمرة (أ) وأن السفينة هى (ب) :

∴ ع‾أ = ٦٠ ى ، ع‾بأ = −٢٠ ى

، ∵ ع‾بأ = ع‾ب − ع‾أ

∴ −٢٠ ى = ع‾ب − ٦٠ ى ∴ ع‾ب = ٤٠ ى

∴ السرعة الفعلية للسفينة = ٤٠ كم/س فى نفس اتجاه المدمرة.

١٠

نفرض أن ى متجه وحدة فى اتجاه حركة سيارة الرادار (أ) وأن (ب) هى سيارة النقل

∴ ع‾أ = ٤٠ ى ، ع‾بأ = −١٢٠ ى

، ∵ ع‾بأ = ع‾ب − ع‾أ

∴ −١٢٠ ى = ع‾ب − ٤٠ ى

∴ ع‾ب = −٨٠ ى

أى أن السرعة الفعلية للسيارة (ب) = ٨٠ كم/س فى اتجاه مضاد لسيارة الرادار.

١١

بفرض أن القطارين يتجاوران بعد زمن قدره = ن ساعة

① $ف_{1} + ف_{2} = ٣,٥$

∴ ٥٠ ن + ٢٠ ن = ٣,٥

∴ ٧٠ ن = ٣,٥

∴ ن = $\frac{١}{٢٠}$ ساعة = ٣ دقائق

∴ القطاران يتجاوران بعد ٣ دقائق

② $ف_{1} - ف_{2} = ٣,٥$

∴ ٥٠ ن − ٢٠ ن = ٣,٥

∴ ٣٠ ن = ٣,٥

∴ ن = $\frac{٧}{٦٠}$ ساعة = ٧ دقائق

∴ القطاران يتجاوران بعد ٧ دقائق

١٢

نفرض أن $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه $\overrightarrow{ب أ}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{أ} = ٦٠\overrightarrow{ى}$ ، $\overrightarrow{ع}_{ب} = ٩٠\overrightarrow{ى}$

① $\overrightarrow{ع}_{أب} = \overrightarrow{ع}_{ب} - \overrightarrow{ع}_{أ} = ٩٠\overrightarrow{ى} - ٦٠\overrightarrow{ى} = ٣٠\overrightarrow{ى}$

② $\overrightarrow{ع}_{ب أ} = \overrightarrow{ع}_{أ} - \overrightarrow{ع}_{ب} = ٦٠\overrightarrow{ى} - ٩٠\overrightarrow{ى} = -٣٠\overrightarrow{ى}$

③ ن = $\frac{ف}{ع} = \frac{١٠}{٣٠} = \frac{١}{٣}$ ساعة = ٢٠ دقيقة

١٣

$ع_{أب} = \frac{ف}{ن} = \frac{\text{٤ كيلو متر}}{\text{٢ دقيقة}}$ = ٢ كيلو متر/دقيقة = ١٢٠ كم/س

ويفرض $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه السيارة المعلومة (أ) والسيارة الأخرى هى (ب):

∴ $\overrightarrow{ع}_{أ} = ٧٠\overrightarrow{ى}$ ، $\overrightarrow{ع}_{ب أ} = ١٢٠\overrightarrow{ى}$

، ∵ $\overrightarrow{ع}_{ب أ} = \overrightarrow{ع}_{أ} - \overrightarrow{ع}_{ب}$

∴ $١٢٠\overrightarrow{ى} = ٧٠\overrightarrow{ى} - \overrightarrow{ع}_{ب}$ ∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} = -٥٠\overrightarrow{ى}$

∴ السرعة الفعلية للسيارة الأخرى = ٥٠ كم/س فى الاتجاه المضاد لاتجاه سرعة السيارة المعطاة.

١٤

∵ الطائرتين تتحركان بنفس السرعة وفى نفس الاتجاه

∴ سرعة دفع الصاروخ = $\frac{ف}{ن} = \frac{\text{٥٠٠ متر}}{\text{٢ ثانية}}$ = ٢٥٠ م/ث

١٥

∵ الطائرة وقاذفة القنابل لهما نفس السرعة والاتجاه

∴ سرعة دفع الصاروخ = $\frac{ف}{ن} = \frac{\text{٢٠ كم}}{\text{٤ دقيقة}}$ = ٥ كم/دقيقة = ٣٠٠ كم/س

، ∵ السرعة الكلية للصاروخ = ١٢٠٠ كم/س

∴ سرعة أى من الطائرتين = ١٢٠٠ − ٣٠٠ = ٩٠٠ كم/س

١٦

نفرض أن $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة السياره (أ)

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب أ} = -١٢٠\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} - \overrightarrow{ع}_{أ} = -١٢٠\overrightarrow{ى}$ (١)

* عند مضاعفة سرعة السيارة (أ)

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب أ} = -١٨٠\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} - ٢\overrightarrow{ع}_{أ} = -١٨٠\overrightarrow{ى}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن:

$\overrightarrow{ع}_{أ} = ٦٠\overrightarrow{ى}$ ، $\overrightarrow{ع}_{ب} = -٦٠\overrightarrow{ى}$

∴ السرعة الفعلية للسيارة أ = ٦٠ كم/ساعة

، السرعة الفعلية للسيارة ب = ٦٠ كم/ساعة فى الاتجاه المضاد لحركة السيارة أ

١٧

نفرض أن $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة السياره (أ)

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب أ} = -١٣٠$ كم $\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} - \overrightarrow{ع}_{أ} = -١٣٠\overrightarrow{ى}$ (١)

* عندما خفضت السياره (أ) سرعتها إلى النصف

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب أ} = -١١٠\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} - \frac{١}{٢}\overrightarrow{ع}_{أ} = -١١٠\overrightarrow{ى}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\overrightarrow{ع}_{أ} = ٤٠\overrightarrow{ى}$ ، $\overrightarrow{ع}_{ب} = -٩٠\overrightarrow{ى}$

∴ السرعة الفعلية للسيارة أ = ٤٠ كم/س ، السرعة الفعلية للسيارة ب = ٩٠ كم/س فى الاتجاه المضاد للسيارة أ

١٨

نفرض أن $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه سيارة الشرطة (أ)

$\overrightarrow{ع}_{ب أ} = -١٤٠\overrightarrow{ى}$ ∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} - \overrightarrow{ع}_{أ} = -١٤٠\overrightarrow{ى}$ (١)

، $\overrightarrow{ع}_{حـ أ} = ٦٠\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{حـ} - \overrightarrow{ع}_{أ} = ٦٠\overrightarrow{ى}$ (٢)

بطرح (١) من (٢) : ∴ $\overrightarrow{ع}_{حـ} - \overrightarrow{ع}_{ب} = ٢٠٠\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{حـ ب} = ٢٠٠\overrightarrow{ى}$

∴ $ع_{حـ ب}$ = ٢٠٠ كم/س واتجاهها فى نفس اتجاه سيارة الشرطة.

١٩

نفرض أن $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة سيارة الشرطة (أ)

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب أ} = ٦٠\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} - \overrightarrow{ع}_{أ} = ٦٠\overrightarrow{ى}$ (١)

* عندما زادت سرعة السيارة (أ) إلى الضعف

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب أ} = ٠\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} - ٢\overrightarrow{ع}_{أ} = ٠\overrightarrow{ى}$ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} = ١٢٠\overrightarrow{ى}$ ، $\overrightarrow{ع}_{أ} = ٦٠\overrightarrow{ى}$

∴ سرعة سيارة الشرطة ٦٠ كم/س

، سرعة الشاحنة ١٢٠ كم/س

٢٠

نفرض أن $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة سيارة الشرطة (أ)

∴ $\overrightarrow{ع}_{أ} = ٤٢\overrightarrow{ى}$

، ∵ $\overrightarrow{ع}_{ب أ} = -١٣٢\overrightarrow{ى}$ ∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} - \overrightarrow{ع}_{أ} = -١٣٢\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} - ٤٢\overrightarrow{ى} = -١٣٢\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{ب} = -٩٠\overrightarrow{ى}$

∴ $ع_{ب}$ = ٩٠ كم/س واتجاهها فى الاتجاه المضاد لحركة سيارة الشرطة

، ∵ $\overrightarrow{ع}_{حـ أ} = -١٢\overrightarrow{ى}$ ∴ $\overrightarrow{ع}_{حـ} - \overrightarrow{ع}_{أ} = -١٢\overrightarrow{ى}$

∴ $\overrightarrow{ع}_{حـ} - ٤٢\overrightarrow{ى} = -١٢\overrightarrow{ى}$ ∴ $\overrightarrow{ع}_{حـ} = ٣٠\overrightarrow{ى}$

∴ $ع_{حـ}$ = ٣٠ كم/س واتجاهها فى نفس اتجاه حركة سيارة الشرطة.

٢١

نفرض أن $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة الطراد (أ)

∴ سرعة الطوربيد (حـ) = سرعة الطراد + السرعة التى أطلق بها الطوربيد = ٥٢ + ١٠٨ = ١٦٠ كم/س

∴ $\overrightarrow{ع}_{حـ ب} = \overrightarrow{ع}_{حـ} - \overrightarrow{ع}_{ب} = ١٦٠\overrightarrow{ى} + ٤٠\overrightarrow{ى} = ٢٠٠\overrightarrow{ى}$

∴ $ع_{حـ ب}$ = ٢٠٠ كم/س فى الاتجاه الموجب

∴ ن = $\frac{ف}{ع_{حـ ب}} = \frac{\text{٢٠ كم}}{\text{٢٠٠ كم/س}} = \frac{١}{١٠}$ ساعة = ٦ دقائق

٢٢

نفرض أن $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه القطار (أ)

∴ $\overrightarrow{ع}_{أ} = ١٢٠\overrightarrow{ى}$

① $\overrightarrow{ع}_{ب} = ٠$

∴ $\overrightarrow{ع}_{أب} = \overrightarrow{ع}_{أ} - \overrightarrow{ع}_{ب} = ١٢٠\overrightarrow{ى}$

∴ لكى يمر القطار أ بالقطار ب يقطع مسافة
= ٨٠ + ١٢٠
= ٢٠٠ متر بسرعة قدرها ١٢٠ كم/س
أى ١٢٠ × ٥/١٨ = ١٠٠/٣ م/ث
∴ الزمن اللازم = ٢٠٠ متر ÷ ١٠٠/٣ م/ث = ٦ ثوان

(٢) ع‾ب = ٧٠ ى‾
∴ ع‾أب = ع‾أ − ع‾ب = ١٢٠ ى‾ − ٧٠ ى‾ = ٥٠ ى‾
∴ القطار أ يقطع مسافة ٢٠٠ متر بسرعة قدرها ٥٠ كم/س أى ٥٠ × ٥/١٨ = ١٢٥/٩ م/ث
∴ الزمن اللازم = ٢٠٠ متر ÷ ١٢٥/٩ م/ث = ١٤,٤ ثانية

(٣) ع‾ب = −٨٠ ى‾
∴ ع‾أب = ع‾أ − ع‾ب = ١٢٠ ى‾ + ٨٠ ى‾ = ٢٠٠ ى‾
∴ القطار أ يقطع مسافة ٢٠٠ متر بسرعة قدرها ٢٠٠ كم/س أى ٢٠٠ × ٥/١٨ = ٥٠٠/٩ م/ث
∴ الزمن اللازم = ٢٠٠ متر ÷ ٥٠٠/٩ م/ث = ٣,٦ ثانية

١٣

نفرض أن ى‾ متجه وحدة فى اتجاه القطارين ، وأن طول القطار (أ) = ف مترًا
∴ ع‾أ = ١٠٠ ى‾ ، ع‾ب = ٦٠ ى‾
∴ ع‾أب = ١٠٠ ى‾ − ٦٠ ى‾ = ٤٠ ى‾
∴ القطار أ يقطع مسافة (١٩٠ + ف) مترًا بسرعة ٤٠ كم/س فى زمن قدره ٢٧ ثانية
∴ ١٩٠ + ف = ٤٠ × ٥/١٨ × ٢٧
∴ ١٩٠ + ف = ٣٠٠ ∴ ف = ١١٠ أمتار

وعندما يعبر القطار أ الكوبرى فإنه يقطع مسافة قدرها ١١٠ + ٩٠ = ٢٠٠ متر
زمن عبور الكوبرى = ٢٠٠ ÷ (١٠٠ × ٥/١٨) = ٧,٢ ثانية

ثالثًا مسائل تقيس مهارات التفكير

١

(١) (د)	(٢) (جـ)	(٣) (جـ)	(٤) (ب)
(٥) (د)	(٦) (جـ)	(٧) (جـ)	(٨) (جـ)

إرشادات لحل رقم ١ :

(١) نرسم م‾حـ ⊥ أ‾ب
∴ أحـ = ب حـ = نق جا θ/٢
∴ أب = ٢ نق جا θ/٢
∴ الإزاحة الحادثة = ٢ نق جا θ/٢

(٢) ∵ ن١ = ف/ع١ ، ن٢ = ف/ع٢
∴ الزمن الكلى = ف/ع١ + ف/ع٢ = ف (ع١ + ع٢)/(ع١ ع٢)
∴ السرعة المتوسطة = المسافة الكلية ÷ الزمن الكلى
= ٢ف ÷ (ف (ع١ + ع٢)/(ع١ ع٢)) = ٢ ع١ ع٢/(ع١ + ع٢)

(٣) بفرض زمن الحركة = ن ساعة
∴ ف١ = ١٠ ن ، ف٢ = ١٤ ن
، ∵ ف٢ − ف١ = ٢٠
∴ ١٤ ن − ١٠ ن = ٢٠ ∴ ٤ ن = ٢٠
∴ ن = ٢٠/٤ = ٥ ساعات
∴ المسافة التى يقطعها الجسم بسرعة ١٤ كم/س هى : ١٤ × ٥ = ٧٠ كم

(٤) نفرض أن ى‾ متجه وحدة فى اتجاه القطارين وأن طول كل قطار = ف متر

∴ ع‾أ = ٤٦ ى‾ ، ع‾ب = ٣٦ ى‾
∴ ع‾أب = ٤٦ ى‾ − ٣٦ ى‾ = ١٠ ى‾
∴ عأب × ٣٦ = ٢ ف
∴ ١٠ × ٥/١٨ × ٣٦ = ٢ ف
∴ ف = ٥٠ متر

(٥) ∵ المتسابق أتم دورة كاملة
∴ الإزاحة = صفر‾
∴ مقدار متجه السرعة المتوسطة = صفر/١٠٠
= صفر م/ث

(٦) ∵ القطار يتحرك بسرعة منتظمة (١٥ م/ث) ويعبر رجل ساكن فى ٢٧ ثانية
∴ طول القطار = ١٥ × ٢٧ = ٤٠٥ متر
، لكى يعبر القطار رصيف طوله ١٥٠ متر بالكامل فإن القطار يتحرك مسافة = ١٥٠ + ٤٠٥
= ٥٥٥ متر
∴ الزمن = ف/ع = ٥٥٥/١٥ = ٣٧ ثانية

(٧) ∵ السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها
= (ف١ + ف٢)/(ن١ + ن٢)
∴ ٤٠ = (٩٠ + ٣٠)/(ن١ + ن٢)
∴ ن١ + ن٢ = ١٢٠/٤٠ = ٣ ساعات
، ∵ ن١ = ٣٠/٣٠ = ١ ساعة
∴ ن٢ = ٢ ساعة ∴ ع = ف/ن = ٩٠/٢
∴ ع = ٤٥ كم/س

(٨) بفرض متجه سرعة القطار الأول = ع‾أ
، متجه سرعة القطار الثانى = ع‾ب وأن ى‾ متجه وحدة فى اتجاه حركة القطار الأول
∵ القطار الأول يعبر رجل ساكن فى ٢٧ ثانية
∴ طول القطار الأول = ٢٧ عأ

، ∵ القطار الثانى يعبر رجل ساكن فى ١٧ ثانية
∴ طول القطار الثانى = ١٧ عب
، ∵ ع‾أب = عأ ى‾ − عب (−ى‾)
= (عأ + عب) ى‾
، ∵ القطاران يعبران بعضهما فى ٢٣ ثانية
∴ طول القطارين = عأب × ٢٣
= (عأ + عب) × ٢٣
∴ ٢٧ عأ + ١٧ عب = ٢٣ عأ + ٢٣ عب
∴ ٤ عأ = ٦ عب
∴ عأ/عب = ٦/٤ = ٣/٢

٢

نفرض أن ى‾ متجه وحدة فى اتجاه حركة الطائرة (أ) والقطار هو (ب)
∴ عأ = ١٢٦ كم/س = ١٢٦ × ٥/١٨ م/ث = ٣٥ م/ث
∴ ع‾أ = ٣٥ ى‾ ونفرض أن طول القطار = ف
* فى الحالة الأولى من مؤخرة القطار إلى مقدمته خلال ١٥ ثانية :
∴ عأب × ١٥ = ف ∴ (عأ − عب) × ١٥ = ف
∴ (٣٥ − عب) × ١٥ = ف (١)
* فى الحالة الثانية من المقدمة إلى المؤخرة خلال ٢٠ ثانية ، ع‾أ = ٣٥/٢ ى‾ = ١٧,٥ ى‾
∴ عأب × ٢٠ = ف ∴ (عب − عأ) × ٢٠ = ف
∴ (عب − ١٧,٥) × ٢٠ = ف (٢)
من (١) ، (٢) ينتج أن :
١٥ (٣٥ − عب) = ٢٠ (عب − ١٧,٥)
∴ ٣ (٣٥ − عب) = ٤ (عب − ١٧,٥)
∴ ١٠٥ − ٣ عب = ٤ عب − ٧٠

∴ ٧ عَ = ١٧٥ ، عَ = ٢٥ م/ث

ومن (١) : ∴ (٣٥ − ٢٥) × ١٥ = ف

∴ ف = ١٥٠ مترًا   ∴ طول القطار = ١٥٠ مترًا

٢

اتجاه القطار

$\frac{٢}{٨}$ ف $\frac{٣}{٨}$ ف $\frac{٣}{٨}$ ف

نفرض أن طول الكوبرى اب = ف كم

عندما يكون الرجل عند نقطة «حـ» على بُعد $\frac{٣}{٨}$ ف من نقطه «ا» يسمع صوت صفير القطار وحيث أن الرجل إذا رجع هذه المسافة سيقابل القطار عند ا فإن الرجل إذا تحرك نفس المسافة فى الاتجاه من ا إلى ب أى يصل إلى «ء» على بُعد $\frac{٦}{٨}$ ف يكون القطار عند النقطه «ا»

∵ زمن وصول الرجل إلى «ب» = زمن وصول القطار إلى «ب»

$\frac{\frac{٢}{٨} ف}{ع} = \frac{ف}{٦٠}$

∴ ع(الرجل) = $\frac{٢}{٨}$ × ٦٠ = ١٥ كم/س

أى أن الرجل يتحرك بسرعة منتظمة ١٥ كم/س حتى يصل إلى ب

إجابات تمارين 2

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (ب)	(٢) (جـ)	(٣) (جـ)	(٤) (جـ)
(٥) (ب)	(٦) (أ)	(٧) (أ)	(٨) (د)
(٩) (جـ)	(١٠) (جـ)	(١١) (ب)	(١٢) (أ)
(١٣) (د)	(١٤) (جـ)	(١٥) (أ)	(١٦) (د)
(١٧) (أ)	(١٨) (جـ)	(١٩) (أ)	(٢٠) (جـ)
(٢١) (أ)	(٢٢) (د)	(٢٣) (ب)	(٢٤) (أ)
(٢٥) (جـ)	(٢٦) (أ)	(٢٧) (ب)	(٢٨) (جـ)
(٢٩) (جـ)	(٣٠) (أ)	(٣١) (د)	(٣٢) (ب)
(٣٣) (د)	(٣٤) (جـ)	(٣٥) (جـ)	(٣٦) (أ)
(٣٧) (جـ)	(٣٨) (د)	(٣٩) (أ)	(٤٠) (د)
(٤١) (جـ)	(٤٢) (جـ)	(٤٣) (د)	(٤٤) (أ)
(٤٥) (ب)	(٤٦) (أ)	(٤٧) (ب)	(٤٨) (د)
(٤٩) (ب)	(٥٠) (د)	(٥١) (أ)	(٥٢) (جـ)
(٥٣) (د)	(٥٤) (ب)	(٥٥) (جـ)	(٥٦) (د)
(٥٧) (ب)	(٥٨) (أ)	(٥٩) (د)	(٦٠) (جـ)
(٦١) (ب)	(٦٢) (ب)	(٦٣) (جـ)	(٦٤) (د)
(٦٥) (ب)	(٦٦) (جـ)	(٦٧) (جـ)	(٦٨) (د)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

∵ ع. = ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥ م/ث

(١) ∵ ع = ع. + حـ ن

∴ صفر = ١٥ + ٥ حـ   ∴ حـ = −٣ م/$ث^٢$

(٢) ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ $ن^٢$

= ١٥ × ٥ − $\frac{١}{٢}$ × ٣ × $(٥)^٢$ = ٣٧,٥ متر

٢

ف = $\frac{ع. + ع}{٢}$ × ن   ∴ ١٩ = $\frac{٧,٥ + ع}{٢}$ × ٤,٥

∴ ع = $\frac{١٧}{١٨}$ متر/ث

٣

• المرحلة الأولى :

ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ $ن^٢$

= ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٤ × $(٣٠)^٢$ = ١٨٠٠ سم

ع = ع. + حـ ن = ٠ + ٤ × ٣٠ = ١٢٠ سم/ث

• المرحلة الثانية :

ف٢ = ع ن = ١٢٠ × ٤٠ = ٤٨٠٠

السرعة المتوسطة = $\frac{المسافة الكلية}{الزمن الكلى}$ = $\frac{١٨٠٠ + ٤٨٠٠}{٣٠ + ٤٠}$ = ٩٤ $\frac{٢}{٧}$ سم/ث

٤

∵ ع. = ١٣٢ × $\frac{٥}{١٨}$ = $\frac{١١٠}{٣}$ م/ث

، ع = ٢٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = $\frac{٢٠}{٣}$ م/ث

، ∵ $ع^٢$ = $ع.^٢$ + ٢ حـ ف

∴ $(\frac{٢٠}{٣})^٢$ = $(\frac{١١٠}{٣})^٢$ + ٢ × حـ × ١١٧٠

∴ حـ = −$\frac{٥}{٩}$ م/$ث^٢$

، ∵ ع = ع. + حـ ن   ∴ $\frac{٢٠}{٣}$ = $\frac{١١٠}{٣}$ − $\frac{٥}{٩}$ ن

∴ ن = ٥٤ ثانية ، عند السكون نضع ع = ٠

، ع. = $\frac{٢٠}{٣}$

∴ صفر = $(\frac{٢٠}{٣})^٢$ − ٢ × $\frac{٥}{٩}$ × ف

∴ ف = ٤٠ مترًا

٥

المسافة على التل المنحدر :

ف١ = $\frac{ع^٢ - ع.^٢}{٢ حـ}$ = $\frac{١٨^٢ - ٠}{٢ × ٢}$ = ٨١ متر

المسافة على الطريق الأفقى :

ف٢ = ع ن = ١٨ × ٦٠ = ١٠٨٠ متر

∴ المسافة الكلية = ٨١ + ١٠٨٠ = ١١٦١ مترًا

٦

ع. = ٠   حـ = $\frac{١}{٤}$ م/$ث^٢$ ع = ٨ م/ث   حـ = −٠,٢ م/$ث^٢$ ع = ٠

• فى الفترة الأولى :

∵ $ع^٢$ = $ع.^٢$ + ٢ حـ ف

∴ $(٨)^٢$ = صفر + ٢ × ٠,٢ × ف

∴ ف = ١٦٠ مترًا

، ∵ ع = ع. + حـ ن   ∴ ٨ = صفر + ٠,٢ ن

∴ ن = ٤٠ ثانية

• فى الفترة الثانية :

∵ $ع^٢$ = $ع.^٢$ + ٢ حـ ف

∴ صفر = $(٨)^٢$ − ٢ × $\frac{١}{٤}$ ف   ∴ ف = ١٢٨ مترًا

، ∵ ع = ع. + حـ ن   ∴ صفر = ٨ − $\frac{١}{٤}$ ن

∴ ن = ٣٢ ثانية

∴ الزمن الكلى = ٤٠ + ٣٢ = ٧٢ ثانية

، المسافة الكلية = ١٦٠ + ١٢٨ = ٢٨٨ مترًا

٧

• الحالة الأولى :

ف١ = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × $٦^٢$ = ٩ متر

، ع = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٦ = ٣ متر/ث

• الحالة الثانية :

ف٢ = ع ن = ٣ × ٦ = ١٨ متر

∴ المسافة التى قطعها كريم = ٩ + ١٨ = ٢٧ متر

٨

قبل استجابة الفرامل :

ف١ = ع ن = ٢٤ × $\frac{١}{٢}$ = ١٢ متر

، بعد استجابة الفرامل :

$ع^٢$ = $ع.^٢$ + ٢ حـ ف٢

∴ ف٢ = $\frac{(٠)^٢ - (٢٤)^٢}{٢ × -٩,٦}$ = ٣٠ متر

∴ المسافة الكلية = ١٢ + ٣٠ = ٤٢ متر

٩

بوضع ف = ١٠٥ سم

∴ ١٠٥ = ٦٠ ن − $\frac{١}{٢}$ × ٧,٥ $ن^٢$

∴ $ن^٢$ − ١٦ ن + ٢٨ = ٠

∴ (ن − ٢)(ن − ١٤) = ٠

∴ ن = ٢ أ، ن = ١٤

∴ الجسيم يكون على بعد ١٠٥ سم من النقطة (و) وفى نفس الجهة فى الأزمنة ٢ ، ١٤ ثانية

، بوضع ف = −٣٠٠

∴ −٣٠٠ = ٦٠ ن − $\frac{١}{٢}$ × ٧,٥ $ن^٢$

∴ $ن^٢$ − ١٦ ن − ٨٠ = ٠

∴ (ن − ٢٠)(ن + ٤) = ٠   ∴ ن = ٢٠

∴ الجسيم يكون على بُعد ٣٠٠ سم من النقطة (و) وفى عكس الجهة التى بدأ الحركة منها عند ٢٠ ثانية.

١٠

ف = ± ٧٢٠ سم

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن²

* بوضع ف = ٧٢٠

∴ ٧٢٠ = ١٥٠ ن + $\frac{١}{٢}$ × −١٥ × ن²

∴ $\frac{١٥}{٢}$ ن² − ١٥٠ ن + ٧٢٠ = ٠

∴ ن² − ٢٠ ن + ٩٦ = ٠

∴ (ن − ١٢) (ن − ٨) = ٠

∴ ن = ١٢ ثانية ، ن = ٨ ثانية

* بوضع ف = −٧٢٠

∴ −٧٢٠ = ١٥٠ ن + $\frac{١}{٢}$ × −١٥ × ن²

∴ $\frac{١٥}{٢}$ ن² − ١٥٠ ن − ٧٢٠ = ٠

∴ ن² − ٢٠ ن − ٩٦ = ٠

∴ (ن − ٢٤) (ن + ٤) = ٠ ∴ ن = ٢٤ ثانية

١١

(١) بوضع ف = ٠ ، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن²

∴ صفر = ٤٥ × ن − $\frac{١}{٢}$ × ٦ ن²

∴ ن² − ١٥ ن = ٠ ∴ ن (ن − ١٥) = ٠

∴ ن = ١٥

∴ الكرة تعود إلى نقطة القذف بعد ١٥ ثانية.

(٢) تكون الكرة على بُعد ١٦٢ سم من نقطة القذف عندما ف = ± ١٦٢ ، بوضع ف = ١٦٢

∴ ١٦٢ = ٤٥ ن − $\frac{١}{٢}$ × ٦ ن²

∴ ن² − ١٥ ن + ٥٤ = ٠

∴ (ن − ٦) (ن − ٩) = ٠ ∴ ن = ٦ أ، ن = ٩

، بوضع ف = −١٦٢

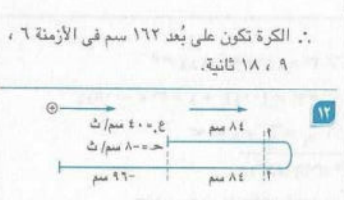
∴ −١٦٢ = ٤٥ ن − $\frac{١}{٢}$ × ٦ ن²

∴ ن² − ١٥ ن − ٥٤ = ٠

∴ (ن − ١٨) (ن + ٣) = ٠ ∴ ن = ١٨

∴ الكرة تكون على بُعد ١٦٢ سم في الأزمنة ٦ ، ٩ ، ١٨ ثانية.

١٢



(١) ∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

= (٤٠)² − ٢ × ٨ × ٨٤ = ٢٥٦

∴ ع = ± ١٦ سم/ث

وهى سرعة الجسيم عند النقطة أ ذهابًا في الاتجاه الموجب وإيابًا في الاتجاه السالب.

(٢) ∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

= (٤٠)² − ٢ × ٨ × −٩٦ = ٣١٣٦

∴ ع = −٥٦ سم/ث

لأن الجسيم عندئذ يكون متحركًا في اتجاه مضاد لاتجاه السرعة الابتدائية.

١٣

السرعة المتوسطة للثانية الرابعة = ع عند ن = ٣,٥ ث = $\frac{٢٦}{١}$ = ٢٦ متر/ث

، السرعة المتوسطة للثانية التاسعة = ع عند ن = ٨,٥ ث = $\frac{٥٦}{١}$ = ٥٦ متر/ث

∴ جـ = $\frac{ع_٢ - ع_١}{ن_٢ - ن_١}$ = $\frac{٥٦ - ٢٦}{٨,٥ - ٣,٥}$ = ٦ متر/ث²

∵ ع = ع. + جـ ن   ٢٦ = ع. + ٦ × ٣,٥

∴ ع. = ٥ متر/ث

١٤

∵ السرعة المتوسطة خلال الثانية الثالثة = $\frac{٢٠}{١}$ = ٢٠ م/ث

∴ السرعة عند الزمن ٢$\frac{١}{٢}$ ثانية = ٢٠ م/ث

∴ ٢٠ = ع. + ٢$\frac{١}{٢}$ جـ   (١)

، ∵ السرعة المتوسطة خلال الثواني الثامنة والتاسعة والعاشرة = $\frac{١٥٠}{٣}$ = ٥٠ م/ث

∴ السرعة عند الزمن ٨$\frac{١}{٢}$ ثانية = ٥٠ م/ث

∴ ٥٠ = ع. + ٨$\frac{١}{٢}$ جـ   (٢)

وبطرح (١) من (٢) :

∴ ٣٠ = ٦ جـ   ∴ جـ = ٥ م/ث²

∴ العجلة التي يتحرك بها الجسيم = ٥ م/ث²

، بالتعويض في (١) :

∴ ٢٠ = ع. + ٥ × ٢$\frac{١}{٢}$ ∴ ع. = ٧$\frac{١}{٢}$ م/ث

∴ سرعة الجسيم عند بدء الحركة = ٧$\frac{١}{٢}$ م/ث

١٥

∵ السرعة المتوسطة في الثواني الأربعة الأولى = $\frac{٢٠٠}{٤}$ = ٥٠ م/ث

∴ السرعة عند الزمن ٢ ثانية = ٥٠ م/ث

∴ ٥٠ = ع. + ٢ جـ   (١)

، السرعة المتوسطة في الثانيتين السابعة والثامنة = $\frac{٥٠}{٢}$ = ٢٥ م/ث

∴ السرعة عند الزمن ٧ ثوانٍ = ٢٥ م/ث

∴ ٢٥ = ع. + ٧ جـ   (٢)

وبطرح (٢) من (١) : ∴ ٢٥ = −٥ جـ

∴ جـ = −٥ م/ث²

وبالتعويض في (١) : ∴ ٥٠ = ع. + ٢ (−٥)

∴ ع. = ٦٠ م/ث ∴ سرعته الابتدائية = ٦٠ م/ث

، ∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

∴ (صفر)² = (٦٠)² + ٢ × (−٥) × ف

∴ ف = ٣٦٠ متر

∴ المسافة التي يقطعها الجسيم حتى يتوقف لحظيًا = ٣٦٠ متر

١٦

∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن²

∴ ٣٠ = ٧ ن + $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ن²

∴ ن² + ٧ ن − ٣٠ = ٠ ∴ (ن + ١٠) (ن − ٣) = ٠

∴ ن = ٣ ثوانٍ

، ∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ع = ٧ + ٢ × ٣ = ١٣ م/ث

، ∵ الجسم سار بسرعة منتظمة = ١٣ م/ث مسافة ٥٢ مترًا

∴ ن = $\frac{ف}{ع}$ = $\frac{٥٢}{١٣}$ = ٤ ثوانٍ

(١) الزمن الكلي للحركة = ٣ + ٤ = ٧ ثوانٍ

(٢) السرعة المتوسطة في الثانية الثالثة

= السرعة عند الزمن ٢$\frac{١}{٢}$ ثانية

= ٧ + ٢ × ٢$\frac{١}{٢}$ = ١٢ م/ث

∴ المسافة المقطوعة في الثانية الثالثة

= ١٢ × ١ = ١٢ متر

١٧

• المرحلة الأولى :

جـ١ = ٠,٣٦ كم/س/ث = $\frac{١}{١٠}$ متر/ث²

، ∵ ع = ع. + جـ ن   ∴ ٨ = ٠ + $\frac{١}{١٠}$ ن١

∴ ن١ = ٨٠ ثانية   ، ∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

∴ ٨² = ٢ × $\frac{١}{١٠}$ ف١   ∴ ف١ = ٣٢٠ متر

• المرحلة الثانية :

ن٢ = ١١٢ − ٨٠ = ٣٢ ثانية

∵ ع = ع. + جـ ن   ∴ صفر = ٨ + ٣٢ جـ

∴ جـ = −$\frac{١}{٤}$ متر/ث²

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن²

، ف٢ = ٨ × ٣٢ + $\frac{١}{٢}$ × −$\frac{١}{٤}$ × (٣٢)² = ١٢٨ متر

المسافة الكلية = ٣٢٠ + ١٢٨ = ٤٤٨ متر

١٨

تقصير منتظم — سرعة منتظمة ٣٠٠ م — عجلة منتظمة ١٥٠ م

• المرحلة الأولى :

ع = ٥٤ × ٥/١٨ = ١٥ متر/ث ، ف١ = ١٥٠ متر

∵ ف = (ع + ع.)/٢ × ن ∴ ١٥٠ = ١٥/٢ ن١

∴ ن١ = ٢٠ ثانية.

• المرحلة الثانية :

ف = ٣٠٠ متر ∴ ن = ف/ع = ٣٠٠/١٥ = ٢٠ ثانية

• المرحلة الثالثة :

∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ٠ = ١٥ − ٣/٢ ن

∴ ن = ١٠ ثانية ، ∵ ف = ع. ن + ½ حـ ن²

∴ ف = ١٥ × ١٠ − ½ × ٣/٢ × ١٠٠ = ٧٥ متر

∴ الزمن الكلى = ٢٠ + ٢٠ + ١٠ = ٥٠ ثانية

∴ السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها

= (١٥٠ + ٣٠٠ + ٧٥)/٥٠ = ١٠,٥ متر/ث

١٩

ع = ١١٨,٨ × ٥/١٨ = ٣٣ م/ث

• قبل الضغط على الفرامل : ∵ ع² = ع.² + ٢ حـ ف

∴ (٣٣)² = (صفر)² + ٢ × ٣ × ف

∴ ف = ١٨١,٥ م

، ∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ٣٣ = صفر + ٣ ن

∴ ن = ١١ ثانية

• أثناء ضغط الفرامل : ∵ ع² = ع.² + ٢ حـ ف

∴ (صفر)² = (٣٣)² + ٢ × حـ × ٢٤,٧٥

∴ حـ = −٢٢ م/ث²

، ∵ ع = ع. + حـ ن

∴ صفر = ٣٣ + (−٢٢) × ن ∴ ن = ١,٥ ثانية

∴ المسافة الكلية التى تحركتها السيارة

= ١٨١,٥ + ٢٤,٧٥ = ٢٠٦,٢٥ متر

، الزمن الكلى لحركتها = ١١ + ١,٥ = ١٢,٥ ثانية

٢٠

عجلة منتظمة ٢٠٠ م — سرعة منتظمة ٨٠٠ م — عجلة منتظمة ٤٠٠ م

• المرحلة الأولى : ∵ ف = (ع + ع.)/٢ × ن

∴ ٤٠٠ = (١٠ + ٠)/٢ × ن ∴ ن = ٨٠ ثانية

• المرحلة الثانية : ∵ الجسيم يسير بسرعة منتظمة

∴ ن = ف/ع = ٨٠٠/١٠ = ٨٠ ثانية

• المرحلة الثالثة : ∵ ف = (ع + ع.)/٢ × ن

∴ ٢٠٠ = (١٠ + ٠)/٢ × ن ∴ ن = ٤٠ ثانية

∴ الزمن الذى استغرقه الجسيم فى قطع المسافة كلها

= ٨٠ + ٨٠ + ٤٠ = ٢٠٠ ثانية

∴ السرعة المتوسطة خلال قطع المسافة كلها

= (٤٠٠ + ٨٠٠ + ٢٠٠)/٢٠٠ = ١٤٠٠/٢٠٠ = ٧ م/ث

٢١

• الحالة الأولى :

∵ ع² = ع.² + ٢ ف حـ

∴ (١٥٠)² = (٢٠٠)² + ٢ × ٠,١٤ حـ

∴ حـ = −٦٢٥٠٠ م/ث²

∴ مقدار العجلة = ٦٢٥٠٠ م/ث²

• الحالة الثانية :

∵ ع² = ع.² + ٢ ف حـ

∴ صفر = (٢٠٠)² + ٢ × ف × −٦٢٥٠٠

∴ ف = ٠,٣٢ متر = ٣٢ سم

٢٢

العجلة = −حـ ، الزمن = ن — العجلة = صفر ، الزمن = ٣ ثوان — العجلة = حـ ، الزمن = ٤ ثوان

ء — حـ — ٤٨ سم — ب — ٥٢ سم — أ

∵ السرعة ثابتة خلال المسافة ب حـ

= ٤٨/٣ = ١٦ سم/ث

∴ ع_ب = ١٦ سم/ث

• خلال المسافة أ ب : ∵ ف = (ع + ع.)/٢ × ن

∴ ٥٢ = (١٦ + ع.)/٢ × ٤ ∴ ع. = ١٠ سم/ث

، ∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ١٦ = ١٠ + ٤ حـ

∴ حـ = ١,٥ سم/ث²

، ∵ الجسم خلال المسافة حـ ء يتحرك بتقصير منتظم

= −حـ = −٢ × ١,٥ = −٣ سم/ث²

، ∵ ع_ب = ع_حـ = ١٦ سم/ث ، ع_ء = صفر

، ∵ ع² = ع.² + ٢ حـ ف

∴ (صفر)² = (١٦)² + ٢ × (−٣) × ف

∴ ف = ٤٢ ٢/٣ سم

∴ المسافة الكلية = ٥٢ + ٤٨ + ٤٢ ٢/٣ = ١٤٢ ٢/٣ سم

٢٣

ع. = ٠ ، حـ = ٥ م/ث² — ع = ٥٠ م/ث ، ٤٠٠ م — حـ = −١٠ م/ث² ، ١٢٥ م — ع = ٠

بالنسبة للحركة المتسارعة :

∵ ف = ع. ن + ½ حـ ن²

∴ ١٢٥ = ½ × ١٠ ن² ∴ ن = ٥ ثوان

∵ ع = ع. + حـ ن

∴ ع_ب = ٠ + ٥ × ١٠ = ٥٠ م/ث

بالنسبة للحركة ذات السرعة المنتظمة :

ن = ف/ع = ٤٠٠/٥٠ = ٨ ثوان

بالنسبة للحركة التقصيرية :

∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ٠ = ٥٠ − ٥ ن

∴ ن = ١٠ ثوان

∴ زمن الحركة كلها = ٥ + ٨ + ١٠ = ٢٣ ثانية.

٢٤

مسافة الحركة ذات السرعة المنتظمة

= ١١٥٠ − ١٥٠ = ١٠٠٠ متر

∴ ع المنتظمة وهى ع النهائية بالنسبة للحركة المتسارعة

= ف/ن = ١٠٠٠/٢٠ = ٥٠ م/ث

، ∵ ع² = ع.² + ٢ حـ ف

∴ (٥٠)² = ع.² + ٢ × ٣ × ١٥٠

∴ ع.² = ١٦٠٠ ∴ ع. = ٤٠ م/ث

٢٥

ع = ٠ — ٨ ثوان (المرحلة الثالثة) — ٣٢ ثانية (المرحلة الثانية) — ٢٤ ثانية (المرحلة الأولى) — ع. = ٠

بالنسبة للمرحلة الأولى :

حـ = ١٨٠ × ٥/١٨ × ١/٦٠ = ٥/٦ م/ث²

، ∵ ف = ع. ن + ½ حـ ن²

∴ ف١ = صفر + ½ × ٥/٦ × (٢٤)² = ٢٤٠ مترًا

، ∵ ع = ع. + حـ ن

∴ ع = صفر + ٥/٦ × ٢٤ = ٢٠ م/ث

بالنسبة للمرحلة الثانية : ع. = ٢٠ م/ث

، حـ = −٤٥٠ × ١/٣٦٠٠ = −١/٨ م/ث²

، ∵ ف = ع. ن + ½ حـ ن²

∴ ف٢ = ٢٠ × ٣٢ − ½ × ١/٨ × (٣٢)² = ٥٧٦ مترًا

، ∵ ع = ع. + حـ ن

∴ ع = ٢٠ − ١/٨ × ٣٢ = ١٦ م/ث

بالنسبة للمرحلة الثالثة :

∵ ف = (ع + ع.)/٢ × ن

∴ ف٣ = (١٦ + ٠)/٢ × ٨ = ٦٤ متر

∴ المسافة الكلية التى قطعتها السيارة

= ٢٤٠ + ٥٧٦ + ٦٤ = ٨٨٠ مترًا

٢٦

نقطة التصادم — موضع الكرة الأولى بعد ٤ ثوانٍ — نقطة البداية
ح ب أ

بفرض أن موضع البداية هو نقطة أ

وأن الكرة الأولى سوف تصبح عند ب بعد ٤ ثوانٍ من مرورها بالنقطة أ

، ∵ ف = ع × ن

∴ أب = ١٢ × ٤ = ٤٨ سم (١)

وبفرض أن الكرتين ستتلاقيان عند ح بعد فترة زمنية مقدارها ن ثانية من تحرك الكرة الثانية

∴ بالنسبة للكرة الأولى : ∵ ف = ع ن

∴ ب ح = ١٢ ن سم (٢)

، بالنسبة للكرة الثانية : ∵ ف = ع. ن + ½ ح ن²

∴ أ ح = ٤ ن + ½ × ٢ ن²

∴ أب + ب ح = ٤ ن + ن²

، من (١) ، (٢) : ∴ ٤٨ + ١٢ ن = ٤ ن + ن²

∴ ن² − ٨ ن − ٤٨ = ٠

∴ (ن + ٤) (ن − ١٢) = ٠ ∴ ن = ١٢ ثانية

∴ تتصادم الكرتان بعد ١٢ ثانية من لحظة انطلاق الكرة الثانية.

، ∵ ب ح = ١٢ ن = ١٢ × ١٢ = ١٤٤ سم

∴ أ ح = ٤٨ + ١٤٤ = ١٩٢ سم

∴ تتصادم الكرتان على بُعد ١٩٢ سم من نقطة البداية أ

، ∵ ع = ع. + ح ن

∴ ع = ٤ + ٢ × ١٢ = ٢٨ سم/ث

∴ سرعة الكرة الثانية قبل التصادم مباشرة = ٢٨ سم/ث

٢٧

المرحلة الأولى :

ع. = ٠ ، ف = ٥٤٠ سم

، ح = ١٢٠ سم/ث²

∵ ف = ع. ن + ½ ح ن²

∴ ٥٤٠ = صفر + ½ × ١٢٠ × ن₁²

∴ ن₁ = ٣ ثوانٍ

، ∵ ع = ع. + ح ن

∴ ع = صفر + ١٢٠ × ٣ = ٣٦٠ سم/ث

المرحلة الثانية : ن = ف/ع ∴ ن₂ = ٣٦٠/٣٦٠ = ١ ثانية

المرحلة الثالثة :

ع = ٠ ، ع. = ٣٦٠ سم/ث ، ف = ٧٢٠ سم

∴ ف = (ع. + ع)/٢ × ن

∴ ٧٢٠ = (٣٦٠ + ٠)/٢ × ن₃ ∴ ن₃ = ٤ ثوانٍ

∴ الزمن الذى استغرقه المصعد فى الصعود

= ٣ + ١ + ٤ = ٨ ثوانٍ

ع = ٠
٧٢٠ سم المرحلة الثالثة
٣٦٠ سم المرحلة الثانية
٥٤٠ سم المرحلة الأولى
ع. = ٠

٢٨

ع. = ٠ — ح = ٢,٢ م/ث² — سرعة منتظمة — ح = −١,١ م/ث² — ع = ٠
٥٢٨٠ مترًا

فى المرحلة الأولى : ∵ ع = ع. + ح ن

∴ ٤٤ = صفر + ٢,٢ ن ∴ ن = ٢٠ ثانية

، ف = ع. ن + ½ ح ن²

= صفر + ½ × ٢,٢ × (٢٠)² = ٤٤٠ مترًا

فى المرحلة الثالثة : ∵ ع = ع. + ح ن

∴ صفر = ٤٤ − ١,١ ن₃ ∴ ن₃ = ٤٠ ثانية

، ∵ ف = ع. ن + ½ ح ن²

∴ ف₃ = ٤٤ × ٤٠ − ½ × ١,١ × (٤٠)² = ٨٨٠ مترًا

∴ المسافة التى تحركها القطار فى المرحلة (الثانية)

ف₂ = ٥٢٨٠ − (٤٤٠ + ٨٨٠) = ٣٩٦٠ مترًا

∴ الزمن خلال المرحلة الثانية

= ف/ع = ٣٩٦٠/٤٤ = ٩٠ ثانية

∴ الزمن الكلى = ٢٠ + ٤٠ + ٩٠ = ١٥٠ ثانية

= ٢,٥ دقيقة

٢٩

ع. = ٠ — ٢ح — سرعة منتظمة — ح− — ع = ٠
١٢٠ ثانية — ٦٠ ثانية
٩٩٠٠ متر

فى المرحلة الأولى :

∵ ع = ع. + ح ن ∴ ع = ٦٠ ح م/ث

، ∵ ف = ع. ن + ½ ح ن²

∴ ف₁ = صفر + ½ ح × (٦٠)² = ١٨٠٠ ح مترًا

فى المرحلة الثانية :

ف₂ = ع × ن = ٦٠ ح × ١٢٠ = ٧٢٠٠ ح مترًا

فى المرحلة الثالثة : ∵ ع² = ع.² + ٢ ح ف

∴ صفر = (٦٠ ح)² − ٢ × ٢ ح × ف₃

∴ ف₃ = ٩٠٠ ح مترًا

∴ ف₁ : ف₂ : ف₃ = ١٨٠٠ ح : ٧٢٠٠ ح : ٩٠٠ ح

= ٢ : ٨ : ١

، ∵ ف₁ + ف₂ + ف₃ = ٩٩٠٠ متر

∴ ١٨٠٠ ح + ٧٢٠٠ ح + ٩٠٠ ح = ٩٩٠٠

∴ ٩٩٠٠ ح = ٩٩٠٠ ∴ ح = ١ م/ث²

∴ ع = ٦٠ × ١ = ٦٠ م/ث

٣٠

ع. = ٠ — حركة تقصيرية (−٣ح) — حركة متسارعة (٢ح) — حركة متسارعة (ح) — ع.
ف = ٧٠٠ سم ، ن = ١٠ ثوانٍ — ف = ٤٠٠ سم ، ن = ١٠ ثوانٍ

فى المرحلة الأولى : ع = ع. + ح ن

∴ ع = ع. + ١٠ ح (١)

، ∵ ف = ع. ن + ½ ح ن²

∴ ٤٠٠ = ١٠ ع. + ½ ح × (١٠)²

∴ ٤٠٠ = ١٠ ع. + ٥٠ ح

∴ ع. + ٥ ح = ٤٠ (٢)

فى المرحلة الثانية :

ع (الابتدائية فى المرحلة الثانية)

= ع (النهائية فى المرحلة الأولى)

، ∵ ف = ع. ن + ½ ح ن²

∴ ٧٠٠ = ١٠ (ع. + ١٠ ح) + ½ × ٢ ح × ١٠٠

∴ ٧٠٠ = ١٠ ع. + ١٠٠ ح + ١٠٠ ح

∴ ٧٠٠ = ١٠ ع. + ٢٠٠ ح

∴ ع. + ٢٠ ح = ٧٠ (٣)

بطرح (٢) من (٣) : ∴ ١٥ ح = ٣٠

∴ ح = ٢ سم/ث²

، بالتعويض فى (٢) : ∴ ع. = ٣٠ سم/ث

وبالتعويض فى (١) :

∴ ع (فى نهاية المرحلة الأولى)

= ع. + ١٠ ح = ٣٠ + ١٠ × ٢ = ٥٠ سم/ث

∴ ع (فى بداية المرحلة الثانية) = ٥٠ سم/ث

∴ ع (فى نهاية المرحلة الثانية)

= ع. + ح ن = ٥٠ + ٢ ح × (١٠)

= ٥٠ + ٤ × ١٠ = ٩٠ سم/ث

فى المرحلة الثالثة : ∵ ع² = ع.² + ٢ ح ف

∴ صفر = (٩٠)² − ٢ × (٣ ح) × ف

∴ صفر = (٩٠)² − ٢ × (٦) × ف

∴ ف = ٦٧٥ سم

∴ المسافة الكلية = ٤٠٠ + ٧٠٠ + ٦٧٥ = ١٧٧٥ سم

٣١

السيارة ب تتحرك بسرعة منتظمة = (٥٤ × ٥)/١٨ = ١٥ متر/ث

، السرعة النسبية = (١٦٢ × ٥)/١٨ = ٤٥ متر/ث

∴ سرعة السيارة أ عند التقيا

= ٤٥ − ١٥ = ٣٠ متر/ث

وبفرض أن السيارتين التقيا بعد ن ثانية

، ∵ ع = ع$_0$ + جـ ن   ∴ ٣٠ = ٠ + ١٠ ن

∴ ن = ٣ ثانية.

٣٢

① ∵ ع^2 = ع$_0^2$ + ٢ جـ ف

∴ صفر = (٩)^2 − ٢ × ١,٨ × ف

∴ ف = ٢٢,٥ مترًا

② المسافة التى تقطعها الكرة من بدء الحركة حتى تعود إلى النقطة التى دُفعت منها.

= ٢ × ٢٢,٥ = ٤٥ مترًا

③ ∵ ف = ع$_0$ ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن^2

∴ ف = ٩ × ٨ − $\frac{1}{2}$ × ١,٨ × (٨)^2 = ١٤,٤ مترًا

١٤,٤ متر — ٢٢,٥ متر

، ∵ ع = ع$_0$ + جـ ن = ٩ − ١,٨ × ٨

= −٥,٤ م/ث

أى أن الجسم عائدًا

∴ المسافة المقطوعة بعد ٨ ثوانٍ

= ٢٢,٥ + ٢٢,٥ − ١٤,٤ = ٣٠,٦ مترًا

④ ∵ ف = −٤٠ متر لأنها فى الجهة المضادة

، ∵ ع^2 = ع$_0^2$ + ٢ جـ ف

= (٩)^2 + ٢ × −١,٨ × −٤٠ = ٢٢٥

∴ ع = −١٥ م/ث

لأن الجسم متحركًا فى الاتجاه المضاد.

٣٣

① التسارع = $\frac{٧٠ - ١٠}{٣٠ - ٠}$ = ٢ م/ث^2

② التقصير = $\frac{٠ - ٧٠}{١١٠ - ٩٠}$ = −٣,٥ متر/ث^2

∴ مقدار التقصير = ٣,٥ م/ث^2

③ مرحلة العجلة المتسارعة :

ع$_0$ = ١٠ م/ث ، ع = ٧٠ م/ث ، ن = ٣٠ ثانية

، ∵ ع^2 = ع$_0^2$ + ٢ جـ ف

∴ (٧٠)^2 = (١٠)^2 + ٢ × ٢ × ف$_1$

∴ ف$_1$ = ١٢٠٠ مترًا

مرحلة السرعة المنتظمة :

ن = ٩٠ − ٣٠ = ٦٠ ثانية

∴ ف$_2$ = ع ن = ٧٠ × ٦٠ = ٤٢٠٠ متر

مرحلة العجلة التقصيرية :

ع$_0$ = ٧٠ متر/ث ، ع = ٠

، ن = ١١٠ − ٩٠ = ٢٠ ثانية

، ∵ ع^2 = ع$_0^2$ + ٢ جـ ف

∴ ٠ = (٧٠)^2 + ٢ × −٣,٥ × ف$_3$

∴ ف$_3$ = ٧٠٠ متر

∴ المسافة الكلية = ١٢٠٠ + ٤٢٠٠ + ٧٠٠

= ٦١٠٠ متر

ثالثًا مسائل تقيس مهارات التفكير

١

① (د)   ② (جـ)   ③ (ب)

④ (د)   ⑤ (أ)   ⑥ (د)

⑦ (جـ)   ⑧ (جـ)   ⑨ (أ)

⑩ (ب)   ⑪ أولاً : (ب)   ثانيًا : (جـ)

إرشادات لحل رقم ١ :

① فى الاختيار (ء)

نعلم أنه عندما يتحرك الجسم بسرعة ثابتة غير صفرية فى خط مستقيم تكون العجلة = صفر

أى أن العجلة مستحيل أن تكون متغيرة.

② ∵ ع$_0$ = ٠

∵ ف$_1$ = $\frac{1}{2}$ جـ × (١٠)^2 = ٥٠ جـ

، ∵ ف$_1$ + ف$_2$ = $\frac{1}{2}$ جـ × (٢٠)^2 = ٢٠٠ جـ

∴ ف$_2$ = ٢٠٠ جـ − ٥٠ جـ = ١٥٠ جـ

∴ $\frac{ف_1}{ف_2}$ = $\frac{٥٠ جـ}{١٥٠ جـ}$ = $\frac{1}{3}$

∴ ف$_2$ = ٣ ف$_1$

③ نفرض أن الرجل سوف يلحق بآخر باب فى القطار بعد ن ثانية

∴ المسافة التى يتحركها الرجل = ١٠ ن

، المسافة التى يتحركها القطار

= ع$_0$ ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن^2 = $\frac{1}{2}$ × ١ × ن^2 = $\frac{1}{2}$ ن^2

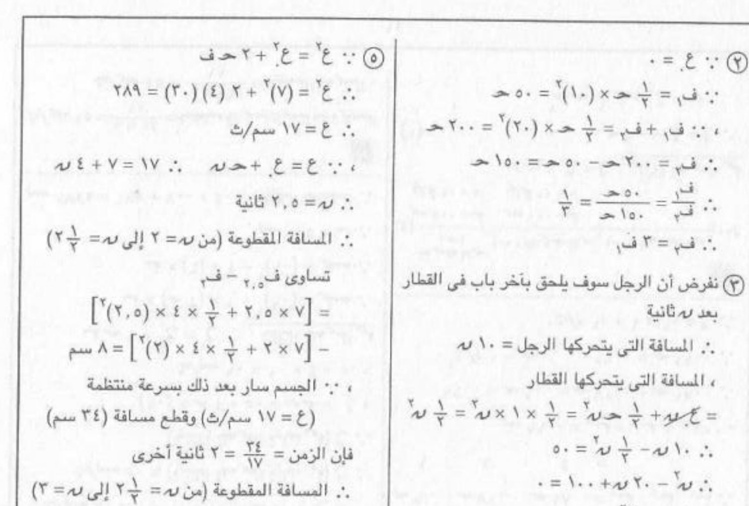
∴ ١٠ ن − $\frac{1}{2}$ ن^2 = ٥٠

∴ ن^2 − ٢٠ ن + ١٠٠ = ٠

∴ (ن − ١٠)^2 = ٠

∴ ن = ١٠

④



نفرض أن ع هى سرعة القطار عند نقطة منتصف القطار وأن عجلة القطار = جـ

* بدراسة حركة النصف الأول من القطار :

∴ ع^2 = ع$_1^2$ + ٢ جـ ف

∴ ٢ ع^2 = ٢ ع$_1^2$ + ٤ جـ ف   (١)

* بدراسة حركة القطار كاملاً :

∴ ع$_2^2$ = ع$_1^2$ + ٢ جـ × ٢ ف

∴ ع$_2^2$ = ع$_1^2$ + ٤ جـ ف   (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ٢ ع^2 − ٢ ع$_1^2$ = ع$_2^2$ − ع$_1^2$ ∴ ٢ ع^2 = ع$_1^2$ + ع$_2^2$

∴ ع^2 = $\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{2}$ ∴ ع = $\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{2}}$

⑤ ∵ ع^2 = ع$_0^2$ + ٢ جـ ف

∴ ع^2 = (٧)^2 + ٢ (٤) (٣٠) = ٢٨٩

∴ ع = ١٧ سم/ث

، ∵ ع = ع$_0$ + جـ ن   ∴ ١٧ = ٧ + ٤ ن

∴ ن = ٢,٥ ثانية

∴ المسافة المقطوعة (من ن = ٢ إلى ن = ٢$\frac{1}{2}$)

تساوى ف$_{٢,٥}$ − ف$_٢$

= [٧ × ٢,٥ + $\frac{1}{2}$ × ٤ × (٢,٥)^2]

− [٧ × ٢ + $\frac{1}{2}$ × ٤ × (٢)^2] = ٨ سم

، ∵ الجسم سار بعد ذلك بسرعة منتظمة (ع = ١٧ سم/ث) وقطع مسافة (٣٤ سم)

فإن الزمن = $\frac{٣٤}{١٧}$ = ٢ ثانية أخرى

∴ المسافة المقطوعة (من ن = ٢$\frac{1}{2}$ إلى ن = ٣)

= ١٧ × $\frac{1}{2}$ = ٨,٥ سم

∴ المسافة المقطوعة خلال الثانية الثالثة

= ٨ + ٨,٥ = ١٦,٥ سم

⑥ لإيجاد المسافة المقطوعة حتى اللحظة (ن) نجد أن :

∵ مساحة المستطيل أسفل منحنى الشاحنة

> مساحة المثلث أسفل منحنى السيارة

∴ الإزاحة التى تحركتها الشاحنة أكبر من الإزاحة التى تحركتها السيارة

، ∵ الحركة فى خط مستقيم

∴ الشاحنة تتحرك أكثر من السيارة.

⑦ ∵ ميل كل من منحنيى الجسمين أ ، ب فى المنحنى (الموضع − الزمن) يساوى مقدار ثابت

وميل منحنى الجسم أ > ميل منحنى الجسم ب

∴ كل من أ ، ب يتحرك بسرعة منتظمة وسرعة أ أكبر من سرعة ب

⑧ ٤٠ متر (أ ، ب)

بدراسة حركة الجسم أ

$ف_أ = ع_. \, ن + \frac{1}{2} جـ \, ن^2$

$= ١٢ \, ن + \frac{1}{2} \times ٤ \times ن^2 = ١٢ \, ن + ٢ \, ن^2$

بدراسة حركة الجسم ب

$ف_ب = ع_. \, ن + \frac{1}{2} جـ \, ن^2$

$= ٤ \, ن + \frac{1}{2} \times ١٢ \times ن^2$

$= ٤ \, ن + ٦ \, ن^2$

المسافة بين الجسمين = $(ف_ب - ف_أ + ٤٠)$ متر

$= (٤ \, ن + ٦ \, ن^2) - (١٢ \, ن + ٢ \, ن^2) + ٤٠$

$= ٤ \, ن^2 - ٨ \, ن + ٤٠$

$= ٤ \, (ن^2 - ٢ \, ن + ١٠)$

$= ٤ \, [(ن - ١)^2 + ٩]$

ولإيجاد أقل قيمة للمسافة بين الجسمين نضع

$(ن - ١)^2 = ٠$

∴ ن = ١

∴ بعد ١ ثانية تكون المسافة بين الجسمين

= ٤ × ٩ = ٣٦ متر

⑨ نفرض أن و أ = ن

∴ أب = ءهـ = ٣ن ، ب جـ = ٢ ن

∴ المسافة المقطوعة خلال الرحلة

= مساحة شبه المنحرف وحءهـ

$= \frac{1}{2} (٦ \, ن + ٣ \, ن) \times ٤٠ = ١٨٠ \, ن$ كم

∴ السرعة المتوسطة = $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}}$

$= \frac{١٨٠ \, ن}{٦ \, ن} = ٣٠$ كم/س

⑩ نفرض أن سرعة الرصاصة الابتدائية = $ع_.$

وسمك اللوح = ف

، ∵ الرصاصة تفقد $\frac{1}{١٠}$ سرعتها

∴ سرعة الرصاصة بعد خروجها من اللوح الأول $= \frac{٩}{١٠} ع_.$

$∴ (\frac{٩}{١٠} ع_.)^2 = ع_.^2 + ٢ \, جـ \, ف$

$∴ (\frac{٨١}{١٠٠} - ١) \, ع_.^2 = ٢ \, جـ \, ف$ (١)

، بفرض أن عدد الألواح المطلوبة = ن لوح حتى تقف الرصاصة

أى ع = صفر فى مسافة (ف × ن)

$∴ (\text{صفر})^2 = ع_.^2 + ٢ \, جـ \, ف \times ن$

$∴ -ع_.^2 = ٢ \, جـ \, ف \, ن$ (٢)

بقسمة (١) ، (٢) :

$∴ ن = \frac{١٠٠}{١٩} \approx ٥,٢٦$

∴ أقل عدد من الألواح الخشبية = ٦ ألواح

⑪ أولًا : $∵ ف_أ = ٤ \, ن + \frac{1}{2} جـ \, ن^2$

$، ف_ب = ٦ \, ن + \frac{1}{2} جـ \, ن^2$

$∴ ف_ب - ف_أ = ٢ \, ن$

∴ المسافة بينهما بعد زمن ن معادلة خط مستقيم يمر بنقطة الأصل وميله = ٢

ثانيًا : $∵ ع_أ = ٤ + جـ \, ن ، ع_ب = ٦ + جـ \, ن$

$∴ ع_ب - ع_أ = ٢$

∴ القياس الجبرى للمتجه $\overline{ع}_{ب أ}$ دالة ثابتة وتساوى ٢

٢

٥٤ كم/س $= ٥٤ \times \frac{٥}{١٨} = ١٥$ م/ث

، ٧٢ كم/س $= ٧٢ \times \frac{٥}{١٨} = ٢٠$ م/ث

وبفرض أن سيارة الشرطة ستلحق بالسيارة المطاردة بعد مرور زمن قدره ن ثانية من بداية تحرك سيارة الشرطة.

• السيارة المطاردة :

حيث أن حركتها بسرعة منتظمة ١٥ م/ث سبقت حركة سيارة الشرطة بـ ٣٠ ثانية.

∴ المسافة المقطوعة من نقطة البداية حتى نقطة التلاقى = (ن + ٣٠) × ١٥ (١)

• سيارة الشرطة :

فى مسافة الحركة بعجلة : $∵ ف = \frac{ع_. + ع}{٢} \, ن$

$∴ ٢٠٠ = \frac{٢٠ + ٠}{٢} \, ن$ ∴ ن = ٢٠ ثانية

∴ سيارة الشرطة قطعت مسافة ٢٠٠ متر فى زمن قدره ٢٠ ثانية وقطعت باقى المسافة إلى نقطة التلاقى فى زمن قدره (ن − ٢٠) ثانية بسرعة منتظمة ٢٠ م/ث

∴ المسافة التى قطعتها سيارة الشرطة من نقطة البداية حتى نقطة التلاقى = ٢٠٠ + (ن − ٢٠) × ٢٠ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ (ن + ٣٠) × ١٥ = ٢٠٠ + (ن − ٢٠) × ٢٠

∴ ١٥ ن + ٤٥٠ = ٢٠٠ + ٢٠ ن − ٤٠٠

∴ ن = ١٣٠ ثانية

، المسافة المقطوعة (بالتعويض فى أى من (١) أو (٢))

∴ ف = ٢٤٠٠ مترًا

٢

السيارة س : نفرض أنها تسير بسرعة منتظمة قدرها أ م/ث

∴ المسافة المقطوعة بعد ٤٠ ثانية هى ٤٠ أ متر (١)

السيارة ص :

بعد مرور ٤٠ ثانية فإن سرعة السيارة ص أصبحت ضعف سرعة السيارة س أى أصبحت ٢ أ م/ث

$، ∵ ف = \frac{ع_. + ع}{٢} \times ن$ $∴ ف = \frac{٢ أ}{٢} \times ٤٠$

∴ ف = ٤٠ أ متر (٢)

من (١) ، (٢) : نلاحظ أنه بعد ٤٠ ثانية كل من السيارتين قطع ٤٠ أ متر.

∴ تتقابل السيارتان بعد ٤٠ ثانية.

حل آخر :

من هندسة الشكل نلاحظ أن : بعد مرور ٤٠ ثانية تكون المساحة تحت المنحنى (ص) = المساحة تحت المنحنى (س) أى أن السيارتين تتحركان نفس الإزاحة أى تتقابل السيارتان بعد ٤٠ ثانية.

إجابات تمارين 3

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

① (جـ)	② (ب)	③ (د)	④ (ب)	⑤ (ب)
⑥ (د)	⑦ (د)	⑧ (ب)	⑨ (ب)	⑩ (جـ)
⑪ (أ)	⑫ (ب)	⑬ (ب)	⑭ (جـ)	⑮ (جـ)
⑯ (ب)	⑰ (د)	⑱ (ب)	⑲ (أ)	⑳ (جـ)
٢١ (ب)	٢٢ (أ)	٢٣ (د)	٢٤ (ب)	٢٥ (ب)
٢٦ (جـ)	٢٧ (أ)	٢٨ (د)	٢٩ (أ)	٣٠ (ب)
٣١ (جـ)	٣٢ (جـ)	٣٣ (أ)	٣٤ (ب)	٣٥ (د)
٣٦ (جـ)	٣٧ (ب)	٣٨ (ب)	٣٩ (ب)	٤٠ (د)
٤١ (جـ)	٤٢ (أ)	٤٣ (ب)	٤٤ (د)	٤٥ (د)
٤٦ (جـ)	٤٧ (أ)	٤٨ (جـ)	٤٩ (أ)	٥٠ (جـ)
٥١ (ب)	٥٢ (جـ)	٥٣ (د)	٥٤ (ب)	٥٥ (جـ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

$∵ ع_م$ خلال الثانية الأولى $= \frac{١٥,٥}{١} = ١٥,٥$ م/ث

وهى السرعة بعد $\frac{1}{2}$ ثانية

$∴ ١٥,٥ = ع_. + \frac{1}{2} \times ٩,٨$

$∴ ع_. = ١٠,٦$ م/ث

$، ∵ ع^2 = ع_.^2 + ٢ \, ء \, ف$

$∴ ع^2 = (١٠,٦)^2 + ٢ \times ٩,٨ \times ٢٤٠ = ٤٨١٦,٣٦$

$∴ ع = ٦٩,٤$ م/ث

$، ∵ ع = ع_. + ء \, ن$

$∴ ٦٩,٤ = ١٠,٦ + ٩,٨ \, ن$ ∴ ن = ٦ ثوانٍ

٢

① زمن الصعود = ع. / ء = ٣٩,٢ / ٩,٨ = ٤ ثوانٍ

∴ الزمن حتى يعود إلى نقطة القذف = ٤ × ٢ = ٨ ثوانٍ

② ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

∴ ٣٤,٣ = ٣٩,٢ ن − ½ × ٩,٨ × ن^2

∴ ن^2 − ٨ن + ٧ = ٠

∴ (ن − ١) (ن − ٧) = ٠

∴ ن = ١ أو ن = ٧

∴ الجسيم يكون على ارتفاع ٣٤,٣ متر من نقطة القذف بعد ١ ثانية وهو صاعد وبعد ٧ ثوانٍ وهو هابط بعد أن يكون قد وصل إلى أقصى ارتفاع له.

٣

① ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

= ٢٤,٥ × ٨ − ½ × ٩,٨ × (٨)^2 = −١١٧,٦

∴ ارتفاع البرج = ١١٧,٦ متر

② أقصى ارتفاع (فوق البرج) = ع.^{2} / ٢ء = (٢٤,٥)^2 / (٩,٨ × ٢)

= ٣٠,٦٢٥ متر

∴ أقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم

= ١١٧,٦ + ٣٠,٦٢٥ = ١٤٨,٢٢٥ متر

③ المسافة المقطوعة = ٣٠,٦٢٥ × ٢ + ١١٧,٦

= ١٧٨,٨٥ متر

٤

① ∵ ع. في الثانية الثالثة = ١٠,٥ / ١ = ١٠,٥ م/ث

وهي سرعته بعد ٢,٥ ثانية

∴ ١٠,٥ = ع. − ٩,٨ × ٢,٥

∴ ع. = ٣٥ م/ث

② أقصى ارتفاع من نقطة القذف = ع.^{2} / ٢ء

= (٣٥)^2 / (٩,٨ × ٢) = ٦٢,٥ متر

∴ أقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم عن سطح الأرض

= ١٤٠ + ٦٢,٥ = ٢٠٢,٥ مترًا

③ ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

∴ −١٤٠ = ٣٥ن − ½ × ٩,٨ ن^2

∴ ٧ن^2 − ٥٠ن − ٢٠٠ = ٠

∴ (٧ن + ٢٠) (ن − ١٠) = ٠

∴ ن = ١٠ ثوانٍ

٥

أقصى ارتفاع من نقطة القذف

= ع.^{2} / ٢ء = (١٩,٦)^2 / (٩,٨ × ٢) = ١٩,٦ مترًا

∴ أقصى ارتفاع من سطح الأرض

= ١٩,٦ + ٢٣٠,٤ = ٢٥٠ مترًا

، ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

= ١٩,٦ × ٥ − ½ × ٩,٨ × (٥)^2

= −٢٤,٥ مترًا

∴ الجسيم بعد ٥ ثوانٍ يكون أسفل نقطة القذف بمقدار ٢٤,٥ مترًا

، ∵ أقصى سرعة هي التي يصل بها الجسم إلى سطح الأرض

، ∵ ع^2 = ع.^{2} − ٢ ء ف

∴ ع^2 = (١٩,٦)^2 − ٢ × ٩,٨ × (−٢٣٠,٤)

= ٤٩٠٠

∴ ع = −٧٠ م/ث أي ٧٠ م/ث إلى أسفل

٦

∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

∴ −٣٥٠ = ١٤ن − ½ × ٩,٨ ن^2

∴ ٧ن^2 − ٢٠ن − ٥٠٠ = ٠

∴ (٧ن + ٥٠) (ن − ١٠) = ٠

∴ ن = ١٠ ثوانٍ

٣٥٠ مترًا

، ∵ أقصى ارتفاع من نقطة القذف

= ع.^{2} / ٢ء = (١٤)^2 / (٩,٨ × ٢) = ١٠ أمتار

∴ المسافة الكلية = ١٠ + ١٠ + ٣٥٠ = ٣٧٠ مترًا

٧

① ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

∴ ٢٩,٤ = ٢٤,٥ن − ½ × ٩,٨ ن^2

∴ ن^2 − ٥ن + ٦ = ٠

∴ (ن − ٢) (ن − ٣) = ٠

∴ ن = ٢ ثانية أو ن = ٣ ثانية

② ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

∴ −٢٩,٤ = ٢٤,٥ن − ½ × ٩,٨ ن^2

∴ ن^2 − ٥ن − ٦ = ٠

∴ (ن + ١) (ن − ٦) = ٠ ∴ ن = ٦ ثانية

٨

① ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

∴ ف = ٢٤,٥ × ٢ − ½ × ٩,٨ × ٤ = ٢٩,٤ مترًا

، ∵ ع = ع. − ء ن

∴ ع = ٢٤,٥ − ٩,٨ × ٢ = ٤,٩ م/ث

∴ بعد ٢ ثانية يكون الجسيم أعلى موضع القذف بمقدار ٢٩,٤ مترًا ومتحركًا إلى أعلى

② ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

∴ ف = ٢٤,٥ × ٤ − ½ × ٩,٨ × ١٦

= ١٩,٦ مترًا

∵ ع = ع. − ء ن

∴ ع = ٢٤,٥ − ٩,٨ × ٤ = −١٤,٧ م/ث

∴ بعد ٤ ثوانٍ يكون الجسيم أعلى نقطة القذف بمقدار ١٩,٦ مترًا وهابطًا إلى أسفل.

③ ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

∴ ف = ٢٤,٥ × ٥ − ½ × ٩,٨ × ٢٥ = صفر

∴ بعد ٥ ثوانٍ يعود الجسيم إلى نقطة القذف ويكون هابطًا إلى أسفل.

④ ∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

∴ ف = ٢٤,٥ × ٦ − ½ × ٩,٨ × ٣٦

= −٢٩,٤ مترًا

∴ بعد ٦ ثوانٍ يكون الجسيم أسفل نقطة القذف بمقدار ٢٩,٤ متر ويكون هابطًا إلى أسفل.

٩

① ع^2 = ع.^{2} − ٢ ء ف

= (٤,٩)^2 − ٢ × ٩,٨ × (−٩,٨)

∴ ع = −١٤,٧ م/ث

∴ السرعة لحظة الوصول أسفل التل

= ١٤,٧ م/ث لأسفل

② ع = ع. − ء ن ∴ −١٤,٧ = ٤,٩ − ٩,٨ن

∴ ن = ٢ ثانية

١٠

① زمن الصعود = ٤ / ٢ = ٢ ثانية ∴ ع. / ء = ٢

∴ ع. = ٢ × ٩,٨ = ١٩,٦ م/ث

② أقصى ارتفاع = ع.^{2} / ٢ء = (١٩,٦)^2 / (٩,٨ × ٢) = ١٩,٦ متر

∴ أقصى ارتفاع من نقطة القذف = ١٩,٦ متر

③ ∴ ف = ع. ن − ½ ء ن^2

= ١٩,٦ × ٥ − ½ × ٩,٨ × ٢٥

= −٢٤,٥ متر

∴ ارتفاع النافذة = ٢٤,٥ متر

١١

① زمن الصعود = ٠,٣ / ٢ = ٠,١٥

∴ ع. / د = ٠,١٥

∴ ع. = ٠,١٥ × ٩,٨ = ١,٤٧ م/ث

② أقصى ارتفاع من نقطة الركل = (ع.)^٢ / ٢د

= (١,٤٧)^٢ / (٢ × ٩,٨)

= ٠,١١٠٢٥ متر

١٢

① نفرض أن زمن الوصول إلى سطح الأرض = ن

حيث : ن > ١

∴ ع_م (خلال الثانية الأخيرة) = ع_(ن - ½)

∴ ٣٤,٣ / ١ = ع. + (ن - ½) د

∴ ٣٤,٣ = ٠ + (ن - ½) × ٩,٨

∴ ن = ٤ ثانية

∴ ع = ع. + د ن = ٩,٨ × ٤ = ٣٩,٢ م/ث

② ف = ع. ن + ½ د ن^٢

= ٠ + ½ × ٩,٨ × (٤)^٢ = ٧٨,٤ متر

١٣

نفرض أن زمن وصول الجسم إلى سطح الأرض = ن

حيث ن > ١ لأنه قطع ٩/٢٥ ف فى ثانية واحدة

∴ ع_م (خلال الثانية الأخيرة) = ع_(ن - ½)

∴ (٩/٢٥ ف) / ١ = ع. + (ن - ½) د

∴ ٩/٢٥ ف = ٠ + (ن - ½) × ٩,٨ (١)

، ∵ ف = ع. ن + ½ د ن^٢ = ½ × ٩,٨ × ن^٢

= ٤,٩ ن^٢ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ٩/٢٥ × ٤,٩ ن^٢ = (ن - ½) × ٩,٨

∴ ٩ ن^٢ = ٢٥ (٢ ن - ١)

∴ ٩ ن^٢ - ٥٠ ن + ٢٥ = ٠

∴ (٩ ن - ٥) (ن - ٥) = ٠

∴ ن = ٥/٩ (مرفوض) أ، ن = ٥

∴ ف = ٤,٩ × (٥)^٢ = ١٢٢,٥ متر

، ∵ ع = ع. + د ن

∴ ع = صفر + ٩,٨ × ٥ = ٤٩ م/ث

١٤

بعد الغوص فى الأرض :

∵ ع^٢ = ع.^٢ + ٢ جـ ف

∴ ٠ = ع.^٢ + ٢ × -٦٣ × ٠,١٤

∴ ع. = ٤,٢ م/ث

قبل الغوص فى الأرض :

∵ ع^٢ = ع.^٢ + ٢ د ف

∴ (٤,٢)^٢ = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ف

∴ ف = ٠,٩ متر

١٥

① قبل الوصول للأرض مباشرة :

ع^٢ = ع.^٢ + ٢ د ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٢٢,٥

∴ ع = ٢١ م/ث

② داخل الأرض الرملية :

∵ ع^٢ = ع.^٢ + ٢ جـ ف

∴ ٠ = (٢١)^٢ + ٢ × جـ × ٠,٢٥

∴ جـ = -٨٨٢ م/ث^٢

١٦

ع. = ٠
١٠ متر
ع = ٠
٢,٥ متر

• قبل الاصطدام بالأرض مباشرة :

∵ ع^٢ = ع.^٢ + ٢ د ف

∴ ع^٢ = صفر + ٢ × ٩,٨ × ١٠ = ١٩٦

∴ ع = ١٤ م/ث

أى أن السرعة قبل الاصطدام بالأرض مباشرة = ١٤ م/ث

• بعد الاصطدام بالأرض مباشرة :

∵ ع^٢ = ع.^٢ - ٢ د ف

∴ صفر = ع.^٢ - ٢ × ٩,٨ × ٢½

∴ ع. = ٧ م/ث

أى أن السرعة بعد الاصطدام بالأرض مباشرة = ٧ م/ث

١٧

• قبل الاصطدام بالأرض مباشرة :

ع^٢ = ع.^٢ + ٢ د ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٩٠

∴ ع = ٤٢ م/ث

∴ سرعة الكرة قبل الاصطدام بالأرض مباشرة = ٤٢ م/ث

∴ سرعة الكرة بعد الاصطدام بالأرض مباشرة = ٢١ م/ث

• بعد الاصطدام بالأرض :

∴ أقصى ارتفاع = ع.^٢ / ٢د = (٢١)^٢ / (٢ × ٩,٨) = ٢٢,٥ متر

١٨

• فى حالة القذف إلى أسفل :

∵ ف = ع. ن + ½ د ن^٢

∴ ١٩٦ = ١٤,٧ ن + ½ × ٩,٨ ن^٢

∴ ن^٢ + ٣ ن - ٤٠ = ٠

∴ (ن - ٥) (ن + ٨) = ٠

∴ ن = ٥ ثوانٍ

• فى حالة القذف إلى أعلى :

∵ ف = ع. ن - ½ د ن^٢

∴ -١٩٦ = ١٤,٧ ن - ½ × ٩,٨ ن^٢

∴ ن^٢ - ٣ ن - ٤٠ = ٠

∴ (ن + ٥) (ن - ٨) = ٠ ∴ ن = ٨ ثوانٍ

١٩

① بالنسبة للجسم الساقط :

∵ ف = ع. ن + ½ د ن^٢

∴ ف١ = صفر + ½ × ٩,٨ × ن^٢

= ٤,٩ ن^٢ (١)

، بالنسبة للجسم المقذوف لأعلى :

∵ ف = ع. ن - ½ د ن^٢

∴ ف٢ = ٢٠ ن - ½ × ٩,٨ × ن^٢

= ٢٠ ن - ٤,٩ ن^٢ (٢)

، ∵ مجموع مقدارى الازاحتين ف١ ، ف٢ = ٤٠ متر

، من (١) ، (٢) :

∴ ٤,٩ ن^٢ + ٢٠ ن - ٤,٩ ن^٢ = ٤٠

∴ ٢٠ ن = ٤٠ ∴ ن = ٢ ثانية

② بالنسبة للجسم الساقط فإن المسافة المقطوعة = مقدار الازاحة ف١

= ٤,٩ (٢)^٢ = ١٩,٦ متر

، بالنسبة للجسم المقذوف لأعلى :

∵ لحظة التلاقى ع = ٢٠ - ٩,٨ × ٢

= ٠,٤ م/ث لأعلى

∴ المسافة المقطوعة = مقدار الازاحة ف٢

= ٢٠ (٢) - ½ × ٩,٨ × ٤ = ٢٠,٤ متر

٢٠

بفرض أن الجسمين تلاقيا بعد مرور زمن ن ثانية ، بالنسبة للجسم الساقط :

∵ ف = ع. ن + ½ د ن^٢

∴ ف١ = صفر + ½ × ٩,٨ × ن^٢

= ٤,٩ ن^٢ (١)

، بالنسبة للجسم المقذوف لأعلى :

∵ ف = ع. ن - ½ د ن^٢

$\therefore ف_٢ = ٢٠ ن - \frac{١}{٢} \times ٩,٨ \times ن^{٢}$

$= ٢٠ ن - ٤,٩ ن^{٢}$ (٢)

، ∵ مجموع مقدارى الإزاحتين $ف_١$ ، $ف_٢$ = ٦٠ متر

، من (١) ، (٢) : $\therefore ٤,٩ ن^{٢} + ٢٠ ن - ٤,٩ ن^{٢} = ٦٠$

∴ ٢٠ ن = ٦٠ ∴ ن = ٣ ثانية

∴ تلاقى الجسمان بعد ٣ ثوانٍ

، بالنسبة للجسم الساقط لأسفل :

المسافة المقطوعة = مقدار الإزاحة $ف_١$

$= ٤,٩ (٣)^{٢} = ٤٤,١$ متر

، بالنسبة للجسم المقذوف لأعلى :

مقدار الازاحة لحظة التلاقى $ف_٢ = ٢٠ (٣) - ٤,٩ (٩)$

= ١٥,٩ متر

، ∵ لحظة التلاقى $ع_{(\text{الجسم المقذوف لأعلى})}$

= ٢٠ − ٩,٨ × ٣ = −٩,٤ (سالبة)

أى أن الجسم وصل إلى اقصى ارتفاع ثم عاد هابطًا ليلتقى مع الجسم الساقط عند ن = ٣

∴ المسافة التى قطعها الجسم المقذوف لأعلى

= ٢ × أقصى ارتفاع − $ف_٢$

$= ٢ \times \frac{(٢٠)^{٢}}{٢ \times ٩,٨} - ١٥,٩ = ٢٤ \frac{٤٤٩}{٤٩٠}$ متر

، الجسمان كانا فى نفس الاتجاه لحظة التلاقى.

٢١

① قبل قطع الخيط مباشرة :

، ∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ع = صفر + ٢,٤٥ × ٢ = ٤,٩ م/ث

، ∵ $ف = ع. ن + \frac{١}{٢} جـ ن^{٢}$

∴ $ف = \frac{١}{٢} \times ٢,٤٥ \times ٤ = ٤,٩$ متر

② بعد قطع الخيط مباشرة :

يستمر الجسم متحركًا لأعلى حركة رأسية فيكون أقصى ارتفاع من النقطة التى كان عندها لحظة قطع الخيط $= \frac{(٤,٩)^{٢}}{٩,٨ \times ٢} = ١,٢٢٥$ متر

∴ أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض

= ٦,١٢٥ + ٤,٩ + ١,٢٢٥ = ١٢,٢٥ متر

③ باعتبار الجسم سقط من أقصى ارتفاع

، ∵ $ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ء ف$

∴ $ع^{٢}$ = صفر + ٢ × ٩,٨ × ١٢,٢٥

∴ $ع = \frac{٤٩ \sqrt{١٠}}{١٠} = ٤,٩ \sqrt{١٠}$ م/ث

٢٢

نفرض أن الجسيمين يتلاقيان بعد ن ثانية من قذف الجسيم الأول ويتلاقيان على ارتفاع ف

* حركة الجسيم الأول :

$ف = ع. ن - \frac{١}{٢} ء ن^{٢}$

$= ٤٠ ن - ٥ ن^{٢}$ (١)

* حركة الجسيم الثانى (بعد الجسيم الأول بثانية)

$ف = ع. (ن - ١) - \frac{١}{٢} ء (ن - ١)^{٢}$

$= ٤٠ (ن - ١) - \frac{١}{٢} \times ١٠ (ن - ١)^{٢}$

$= ٤٠ ن - ٤٠ - ٥ ن^{٢} + ١٠ ن - ٥$

$= ٥٠ ن - ٥ ن^{٢} - ٤٥$ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ $٤٠ ن - ٥ ن^{٢} = ٥٠ ن - ٥ ن^{٢} - ٤٥$

∴ ١٠ ن = ٤٥ ∴ ن = ٤,٥ ثانية

ومن (١) : ∴ $ف = ٤٠ \times ٤,٥ - ٥ \times (٤,٥)^{٢}$

= ٧٨,٧٥ متر

٢٣

① المنطاد يتحرك رأسيًا إلى أسفل :

∵ $ف = ع. ن + \frac{١}{٢} ء ن^{٢}$

$= ١٤,٧ \times ٤ + \frac{١}{٢} \times ٩,٨ \times (٤)^{٢}$

= ١٣٧,٢ متر

∴ ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض = ١٣٧,٢ متر

② المنطاد يتحرك رأسيًا إلى أعلى :

∵ $ف = ع. ن - \frac{١}{٢} ء ن^{٢}$

$= ١٤,٧ \times ٤ - \frac{١}{٢} \times ٩,٨ \times (٤)^{٢}$

= −١٩,٦ متر

∴ ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض = ١٩,٦ متر

٢٤

① ∵ أقصى ارتفاع بالنسبة لنقطة القذف

$= \frac{ع.^{٢}}{٢ ء} = \frac{(٢٤,٥)^{٢}}{٢ \times ٩,٨} = ٣٠ \frac{٥}{٨}$ مترًا

∴ أقصى ارتفاع بالنسبة للأرض $= ٣٠ \frac{٥}{٨} + ٢٤٥$

$= ٢٧٥ \frac{٥}{٨}$ مترًا

② ∵ $ع^{٢} = ع.^{٢} - ٢ ء ف$

∴ $ع^{٢} = (٢٤,٥)^{٢} - ٢ \times ٩,٨ \times (-٢٤٥)$

= ٥٤٠٢,٢٥

∴ ع = −٧٣,٥ م/ث

③ ∵ ع = ع. − ء ن

∴ −٧٣,٥ = ٢٤,٥ − ٩,٨ ن

∴ ن = ١٠ ثوانٍ

④ ف للمنطاد فى ١٠ ثوانٍ = ع × ن

= ٢٤,٥ × ١٠ = ٢٤٥ مترًا

∴ ارتفاع المنطاد لحظة وصول الجسيم للأرض

= ٢٤٥ + ٢٤٥ = ٤٩٠ مترًا

٢٥

① ∵ سرعة المنطاد = ٢٨ م/ث إلى أعلى

، سرعة قذف الحجر = ١٢,٥ م/ث إلى أسفل

∴ ع. للحجر = ٢٨ − ١٢,٥ = ١٥,٥ م/ث إلى أعلى

، ∵ $ف = ع. ن - \frac{١}{٢} ء ن^{٢}$

∴ $ف = ١٥,٥ \times ٥ - \frac{١}{٢} \times ٩,٨ \times ٢٥ = -٤٥$ مترًا

∴ ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض لحظة قذف الحجر منه = ٤٥ مترًا

، ∵ المسافة التى يصعدها المنطاد خلال الخمسة ثوانى (ف) = ع × ن = ٢٨ × ٥ = ١٤٠ مترًا

∴ ارتفاع المنطاد من سطح الأرض لحظة وصول الحجر لها = ٤٥ + ١٤٠ = ١٨٥ مترًا

② ∵ ع = ع. − ء ن

∴ ع = ١٥,٥ − ٩,٨ × ٤ = −٢٣,٧ م/ث

∴ الحجر بعد ٤ ثوانٍ من لحظة القذف يكون هابطًا لأسفل بسرعة ٢٣,٧ م/ث

ثالثًا مسائل تقيس مهارات التفكير

١

① (ب) ② (ب) ③ (أ) ④ (جـ)

⑤ (جـ) ⑥ (جـ) ⑦ (جـ) ⑧ (ب)

⑨ (د) ⑩ (ب) ⑪ (د)

⑫ أولًا : (جـ) ثانيًا : (ب) ⑬ (أ)

⑭ (ب) ⑮ (جـ)

إرشادات لحل رقم ١ :

① ∵ الاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب

، ∵ الحجر يسقط لأسفل بتسارع تحت تأثير الجاذبية الأرضية

∴ العجلة = −٩,٨ م/ث^{٢} (كمية ثابتة سالبة)

∴ الإجابة رقم (ب)

② ∵ الجسم يتحرك تحت تأثير الجاذبية الأرضية

∴ عجلة الجسم = ٩,٨ م/ث^{٢} لأسفل

③ ∵ الجسمان وقعا من نفس الارتفاع

∴ لهما نفس الإزاحة = ف

، لهما نفس السرعة الابتدائية (ع. = صفر)

ويتحركان بنفس العجلة حـ = ٩,٨ م/ث٢

∴ سوف يصلان إلى الأرض فى نفس الزمن

④ نفرض أن الكرة التى قذفت لأسفل وسوف تصل إلى الأرض تتحرك بعجلة = (ء) ولها إزاحة (ف) وبسرعة إبتدائية ع.

∴ ع٢ = ع.٢ + ٢ ء ف

∴ الكرة التى قذفت لأعلى تكون عجلتها = (–ء) ولها إزاحة = (– ف) وبسرعة إبتدائية ع.

∴ ع٢ = ع.٢ + ٢ (–ء) (– ف)

∴ ع٢ = ع.٢ + ٢ ء ف

∴ الكرتان تكون لهما نفس السرعة النهائية قبل الوصول للأرض مباشرة

⑤ عم = ع. + ء ن

، ∵ ع. = صفر   ∴ عم = ء ن

، ∵ الجسم ب سقط بعد الجسم أ بثانية واحدة فقط

∴ عب = ء (ن – ١)

∴ عم – عب = ء ن – ء (ن – ١)

= ء (ن – ن + ١) = ء

⑥ ∵ زمن أقصى ارتفاع = ع./ء = ٢٤,٥ / ٩,٨

= ٢,٥ ثانية

∴ ف٢,٥ – ف٢

= [٢٤,٥ × ٢,٥ – ١/٢ × ٩,٨ × (٢,٥)٢]

– [٢٤,٥ × ٢ – ١/٢ × ٩,٨ × (٢)٢]

= ١,٢٢٥ متر

∴ المسافة المقطوعة فى الثانية الثالثة

= ٢ × (ف٢,٥ – فم) = ٢ × ١,٢٢٥

= ٢,٤٥ متر

⑦ ∵ ف = ع. ن + ١/٢ ء ن٢

، ∵ الجسم وصل سطح الأرض بعد ٨ ثوان

، ع. = صفر

∴ ارتفاع البرج = ١/٢ × ٩,٨ × ٨٢ = ٣١٣,٦ متر

∴ ١/٤ ارتفاع البرج = ٣١٣,٦ / ٤ = ٧٨,٤ متر

∴ ٧٨,٤ = ١/٢ × ٩,٨ × ن٢

∴ ن = ٤ ثوان

⑧ بفرض ع١ ، ع٢ هما سرعتى الجسمين عند وصولهما للأرض

∴ ع١٢ = ٢ ء ف   (١)

، ع٢٢ = ٢ ء (٢ ف)   (٢)

بقسمة (١) على (٢) :

∴ ع١٢/ع٢٢ = ١/٢   ∴ ع١/ع٢ = ١/√٢ = ١ : √٢

⑨ نفرض أن ارتفاع البرج = ف

وأن زمن وصول الجسم إلى سطح الأرض = ن

، ∵ ف = ع. ن + ١/٢ ء ن٢

∴ ف = ١/٢ ء ن٢   (١)

، ٦٤٪ ف = ١/٢ ء (ن – ١)٢   (٢)

بقسمة (٢) على (١) :

∴ ٠,٦٤ = (ن – ١)٢/ن٢   ∴ ٠,٨ = (ن – ١)/ن

∴ ٠,٢ ن = ١   ∴ ن = ٥

∴ ف = ١/٢ × ٩,٨ × (٥)٢ = ١٢٢,٥ متر

⑩ ∵ (فن – فن–١)/(فن–١ – فن–٢) = ٥/٤

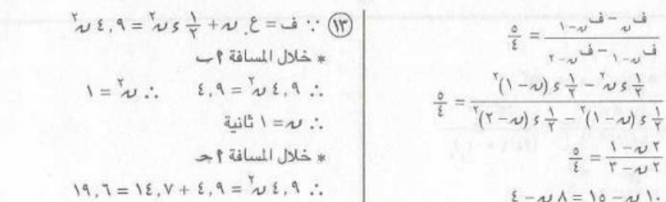
∴ (١/٢ ء ن٢ – ١/٢ ء (ن – ١)٢)/(١/٢ ء (ن – ١)٢ – ١/٢ ء (ن – ٢)٢) = ٥/٤

∴ (٢ن – ١)/(٢ن – ٣) = ٥/٤

∴ ١٠ ن – ١٥ = ٨ ن – ٤

∴ ن = ٥ ١/٢ ثانية.

⑪



بفرض أن الزمن اللازم لوصول البيضة بالكاد للأرض هو ن

، ∵ ف = ع. ن + ١/٢ ء ن٢

∴ ٢,٥ = ١/٢ × ٩,٨ ن٢

∴ ن٢ = ٢٥/٤٩   ∴ ن = ٥/٧ ثانية

∴ الزمن المطلوب للبنت حتى تصل للبيضة قبل أن تصل للأرض مباشرة هو أيضًا

ن = ٥/٧ ثانية

∴ السرعة اللازمة للبنت = ف/ن = ١٣/(٥/٧)

= ١٨,٢ م/ث

⑫ أولاً : بفرض أن السرعة المنتظمة = ع.

∴ ع١ (سرعة وصول الرجل للأرض) = ع.

، ع٢ (سرعة وصول العملة المعدنية للأرض)

= ع. + ء ن   ∴ ع٢ > ع١

ثانيًا : ∵ الرجل والعملة المعدنية يتحركان نفس المسافة والعملة المعدنية تكون أسرع عند وصولها للأرض

∴ زمن وصول العملة المعدنية للأرض

< زمن وصول الرجل للأرض

∴ ن١ < ن٢

⑬ ∵ ف = ع. ن + ١/٢ ء ن٢ = ٤,٩ ن٢

* خلال المسافة أب

∴ ٤,٩ ن٢ = ٤,٩   ∴ ن٢ = ١

∴ ن = ١ ثانية

* خلال المسافة أحـ

∴ ٤,٩ ن٢ = ٤,٩ + ١٤,٧ = ١٩,٦

∴ ن٢ = ٤   ∴ ن = ٢ ثانية

∴ الزمن خلال المسافة ب حـ تساوى

٢ – ١ = ١ ثانية

* خلال المسافة أ هـ :

∴ ٤,٩ ن٢ = ٤,٩ + ١٤,٧ + ٢٤,٥ = ٤٤,١

∴ ن٢ = ٩   ∴ ن = ٣ ثانية

∴ الزمن خلال المسافة حـ هـ تساوى

٣ – ٢ = ١ ثانية

∴ النسبة بين الأزمنة التى يقطع فيها الجسم المسافات أب ، ب حـ ، حـ هـ هى ١ : ١ : ١

⑭ بالنسبة للجسم (ب)

∵ ف = ع. ن + ١/٢ ء ن٢

∴ ٢٩,٤ = ٢٤,٥ ن – ٤,٩ ن٢

∴ ن٢ – ٥ ن + ٦ = ٠

∴ (ن – ٢) (ن – ٣) = ٠

∴ ن = ٢ ث وذلك عندما يكون الجسم صاعدًا

أ، ن = ٣ ث وذلك عندما يكون الجسم نازلاً

، ∵ الجسمان (أ) ، (ب) يتقابلان عند قمة البرج عندما يكون اتجاه حركة الجسم (ب) لأسفل

∴ الجسمان يتقابلان عند ن = ٣ ثوانى وعندئذ يكون ازاحة الجسم (أ) تساوى صفر

∴ بالنسبة للجسم (أ)

∵ ف = ع. ن + ١/٢ ء ن٢

∴ صفر = ع. × ٣ – ٤,٩ × ٩

∴ ع. = ١٤,٧ م/ث

(١٥) عندما تقذف الكرة لأعلى بسرعة (ع) وتصل للأرض فى زمن ($ن_١$)

∴ − ف = ع $ن_١$ − ٤,٩ $ن_١^٢$

∴ ع = $\frac{٤,٩\, ن_١^٢ - ف}{ن_١}$ (١)

، عندما تقذف الكرة لأسفل بسرعة (ع) وتصل للأرض فى زمن ($ن_٢$)

∴ ف = ع $ن_٢$ + ٤,٩ $ن_٢^٢$

∴ ع = $\frac{ف - ٤,٩\, ن_٢^٢}{ن_٢}$ (٢)

من (١)، (٢):

∴ $\frac{٤,٩\, ن_١^٢ - ف}{ن_١} = \frac{ف - ٤,٩\, ن_٢^٢}{ن_٢}$

∴ ٤,٩ $ن_١^٢ ن_٢$ − ف $ن_٢$

= ف $ن_١$ − ٤,٩ $ن_٢^٢ ن_١$

∴ ف ($ن_١$ + $ن_٢$) = ٤,٩ $ن_١ ن_٢$ ($ن_١$ + $ن_٢$)

∴ ف = ٤,٩ $ن_١ ن_٢$ (٣)

وعندما تسقط الكرة لأسفل فإن $ع_٠$ = صفر وتصل للأرض فى زمن (ن)

∴ ف = ٤,٩ $ن^٢$ (٤)

من (٣)، (٤):

∴ ٤,٩ $ن^٢$ = ٤,٩ $ن_١ ن_٢$

∴ ن = $\sqrt{ن_١ ن_٢}$

٢

∵ زمن الصعود = $\frac{ع_٠}{د} = \frac{٣٤,٣}{٩,٨}$ = ٣,٥ ثانية

∴ الزمن الذى يستغرقه الحجر حتى يعود إلى مكان القذف = ٣,٥ × ٢ = ٧ ثوانٍ

، بالنسبة لحركة القطار:

∵ ف = $ع_٠$ ن + $\frac{١}{٢}$ جـ $ن^٢$

∴ ف = صفر + $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٤٩ = ٤٩ مترًا

، ∵ طول القطار ٦٠ مترًا أكبر من المسافة التى يقطعها فى ٧ ثوانٍ

∴ الحجر يصيب القطار على بُعد = ٦٠ − ٤٩ = ١١ مترًا من مؤخرة القطار

إجابات تمارين 4

أولا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (د) (٢) (أ) (٣) (جـ) (٤) (د) (٥) (أ)

(٦) (د) (٧) (ب) (٨) (د) (٩) (جـ) (١٠) (ب)

(١١) (جـ) (١٢) (ب) (١٣) (د) (١٤) (د) (١٥) (د)

(١٦) (جـ) (١٧) (جـ) (١٨) (جـ) (١٩) (د) (٢٠) (أ)

(٢١) (د) (٢٢) (جـ) (٢٣) (ب) (٢٤) (د) (٢٥) (د)

(٢٦) (د) (٢٧) (جـ) (٢٨) (د) (٢٩) (د) (٣٠) (جـ)

(٣١) (د) (٣٢) (جـ) (٣٣) (جـ) (٣٤) (أ)

ثانيا الأسئلة المقالية

١

ق = ث × $\frac{ك_١ ك_٢}{ف^٢}$

= ٦,٦٧ × $١٠^{-١١}$ × $\frac{٦ \times ١٠^{٢٤} \times ١٩ \times ١٠^{٢٩}}{(١,٥ \times ١٠^{١١})^٢}$

∴ ق ≃ ٣,٣٧٩ × $١٠^{٢٢}$ نيوتن.

٢

ق = ث × $\frac{ك_١ ك_٢}{ف^٢}$

= ٦,٦٧ × $١٠^{-١١}$ × $\frac{٦ \times ١٠^{٢٤} \times ٧ \times ١٠^{٢٢}}{(٣ \times ١٠^{٦})^٢}$

≃ ٣,١١ × $١٠^{٢٤}$ نيوتن.

٣

ك د = ٦,٦٧ × $١٠^{-١١}$ × $\frac{(٨٠٠٠ - ٢٠٠٠) \times ٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}}{[(٦٣٦٠ + ١٥٠) \times ١٠٠٠]^٢}$

≃ ٥٦٣٧٥ نيوتن.

٤

ق = ث × $\frac{ك_١ ك_٢}{ف^٢}$

∴ ١٧٣١٠ = ٦,٦٧ × $١٠^{-١١}$ × $\frac{ك \times ٦ \times ١٠^{٢٤}}{[(٦٣٦٠ + ٤٤٠) \times ١٠٠٠]^٢}$

∴ ك ≃ ٢٠٠٠ كجم

٥

ك د = ٦,٦٧ × $١٠^{-١١}$ × $\frac{١٠٠٠ \times ٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}}{(٦,٣٤ \times ١٠^{٦})^٢}$

≃ ٩,٩ × $١٠^{٣}$ نيوتن

∴ عجلة الجاذبية د = $\frac{٩,٩ \times ١٠^{٣}}{١٠٠٠}$ = ٩,٩ متر/$ث^٢$

٦

∵ $\frac{د_١}{د_٢} = \frac{ك_١}{ك_٢} \times \frac{نق_٢^٢}{نق_١^٢}$

∴ $\frac{د_١}{٩,٨} = \frac{١}{٨١} \times \frac{\left(\frac{١٢٧٥٦٠٠٠}{٢}\right)^٢}{\left(\frac{٣٤٧٦٠٠٠}{٢}\right)^٢}$

∴ $د_١$ ≃ ١,٦٣ م/$ث^٢$

٧

∵ $\frac{د_١}{د_٢} = \frac{ك_١}{ك_٢} \times \frac{نق_٢^٢}{نق_١^٢}$

∴ $\frac{٣٨}{١٠٠} = \frac{١٠٧}{١٠٠٠} \times \frac{(٦٤٠٠٠٠٠)^٢}{نق_١^٢}$

∴ $نق_١$ ≃ ٣,٣٩٦١ × $١٠^{٦}$ متر

٨

∵ $\frac{د_١}{د_٢} = \frac{ك_١}{ك_٢} \times \frac{نق_٢^٢}{نق_١^٢}$

∴ $\frac{١}{٦} = \frac{٧,٣٦ \times ١٠^{٢٢}}{٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}} \times \frac{(٦,٣٤ \times ١٠^{٦})^٢}{(نق_١)^٢}$

∴ $نق_١$ ≃ ١,٧٢٤ × $١٠^{٦}$ متر

٩

$\frac{\text{الوزن فى المدار الخارجى}}{\text{الوزن على سطح الأرض}} = \frac{ك \bar{د}}{ك د}$

= $\frac{ك}{ك} \times \frac{(٦,٣٧ \times ١٠^{٦})^٢}{(٦,٣٧ \times ١٠^{٦} + ٣٥٠ \times ١٠^{٣})^٢}$

∴ $\frac{\text{الوزن فى المدار الخارجى}}{٤٢١٩٩٧,٦} = \frac{٨٢٨١}{٩٢١٦}$

∴ الوزن فى المدار الخارجى = ٣,٧٩ × $١٠^{٥}$ نيوتن

١٠

$\frac{و_١}{و_٢} = \frac{د_١}{د_٢} = \frac{ك_١}{ك_٢} \times \frac{نق_٢^٢}{نق_١^٢}$

∴ $\frac{٢١٩٦٠٠}{٨٣١٥٧} = \frac{٦ \times ١٠^{٢٤}}{٦,٣٩ \times ١٠^{٢٣}} \times \frac{نق_٢^٢}{(٦٣٦٠٠٠٠)^٢}$

$نق_٢$ ≃ ٣,٣٧٣ × $١٠^{٦}$ متر

١١

على سطح القمر

$ع_٠$ = صفر ، ف = ٧,٣٥ متر ، ن = ٣ ثانية

، ∵ ف = $ع_٠$ ن + $\frac{١}{٢}$ $\bar{د}$ $ن^٢$

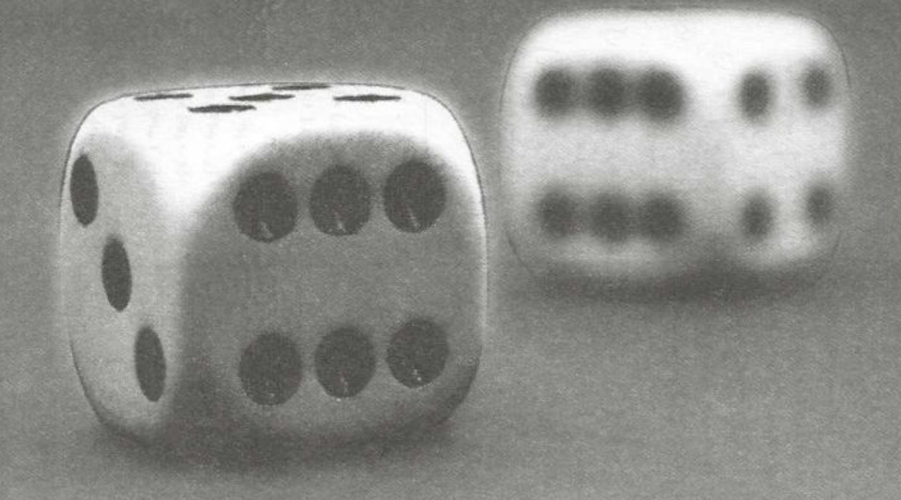
∴ ٧,٣٥ = ٠ + $\frac{١}{٢}$ $\bar{د}$ $(٣)^٢$ ∴ $\bar{د}$ = $\frac{٤٩}{٣٠}$ متر/$ث^٢$

، ∵ $\frac{\bar{د}}{د} = \frac{ك_١}{ك_٢} \times \frac{نق_٢^٢}{نق_١^٢}$

∴ $\frac{\frac{٤٩}{٣٠}}{٩,٨} = \frac{٧,٣٦ \times ١٠^{٢٢}}{٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}} \times \frac{(٦,٣٤ \times ١٠^{٦})^٢}{نق_١^٢}$

∴ $نق_١$ ≃ ١٧٢٤٣١٥ متر

إجابات تمارين
الوحدة الثانية



إجابات تمارين 5

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

(١) (د) (٢) (ب) (٣) (ب) (٤) (د) (٥) (أ)
(٦) (د) (٧) (د) (٨) (أ) (٩) (جـ) (١٠) (أ)
(١١) (ب) (١٢) (د) (١٣) (جـ) (١٤) (د) (١٥) (ب)
(١٦) (جـ) (١٧) (أ) (١٨) (د) (١٩) (أ) (٢٠) (ب)
(٢١) (د) (٢٢) (د) (٢٣) (ب) (٢٤) (د) (٢٥) (جـ)
(٢٦) (د) (٢٧) (د) (٢٨) (ب)

ثانيًا الأسئلة المقالية

١

① ف = {١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩} ، ن(ف) = ٤
② ف = {(ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ص ، ك ، ك) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك)}
، ن(ف) = ٨
③ ف = {٢١ ، ١٢ ، ٣١ ، ١٣ ، ٤١ ، ١٤ ، ٣٢ ، ٢٣ ، ٤٢ ، ٢٤ ، ٤٣ ، ٣٤}
، ن(ف) = ١٢
④ ف = {١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ٢٠ ، ٢١ ، ٢٢}
، ن(ف) = ٦
⑤ نرمز للكرة الحمراء بالرمز ح ، والبيضاء ب ، والسوداء س ، والصفراء ص
أولًا : ف = {(ح ، ح) ، (ح ، ب) ، (ح ، س) ، (ح ، ص) ، (ب ، ح) ، (ب ، ب) ، (ب ، س) ، (ب ، ص) ، (س ، ح) ، (س ، ب) ، (س ، س) ، (س ، ص) ، (ص ، ح) ، (ص ، ب) ، (ص ، س) ، (ص ، ص)}
، ن(ف) = ١٦
ثانيًا : ف = {(ح ، ب) ، (ح ، س) ، (ح ، ص) ، (ب ، ح) ، (ب ، س) ، (ب ، ص) ، (س ، ح) ، (س ، ب) ، (س ، ص) ، (ص ، ح) ، (ص ، ب) ، (ص ، س)}
، ن(ف) = ١٢
⑥ ف = {(١ ، ص) ، (١ ، ك) ، (٢ ، ص) ، (٢ ، ك) ، (٣ ، ص) ، (٣ ، ك) ، (٤ ، ص) ، (٤ ، ك) ، (٥ ، ص) ، (٥ ، ك) ، (٦ ، ص) ، (٦ ، ك)}
، ن(ف) = ١٤
⑦ ف = {(ص ، ١) ، (ص ، ٢) ، (ص ، ٣) ، (ك ، ١) ، (ك ، ٢) ، (ك ، ٣)}
، ن(ف) = ٦
⑧ ف = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ، ن(ف) = ٤

٢

ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}
① أ = {٤} «حدث بسيط»
② ب = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦}
③ جـ = {٤ ، ٥ ، ٦}
④ د = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} «حدث مؤكد»
⑤ هـ = ∅ «حدث مستحيل»
⑥ و = {٢ ، ٣ ، ٥} ⑦ ك = {٣ ، ٥}
⑧ ل = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}
⑨ ن = {٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦}
⑩ س = {٥} «حدث بسيط»
⑪ ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

٣

① أ = {١٢ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢٠}
② ب = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٢}

③ جـ = {٣ ، ٩ ، ١٥}
④ د = {١٠ ، ٢٠}
⑤ هـ = {٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩}
⑥ و = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

٤

ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}
① أ = {١ ، ٣ ، ٥}
② ب = {٢ ، ٣ ، ٥}
③ أ ∩ ب = {٣ ، ٥}
④ أ ∪ ب = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٥}
⑤ أَ = {٢ ، ٤ ، ٦}
⑥ أ − ب = {١}
⑦ ب − أ = {٢}
⑧ (أ − ب) ∪ (ب − أ) = {١ ، ٢}
⑨ (أ ∩ ب)َ = {١ ، ٢ ، ٤ ، ٦}

٥

ف = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك)}
① أ = {(ك ، ص) ، (ك ، ك)}
② ب = {(ك ، ص) ، (ص ، ك)}
③ جـ = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك)}
④ د = {(ك ، ك)}
⑤ هـ = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ك)}
⑥ و = {(ص ، ك) ، (ك ، ص)}

٦

ف = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك)}
① أ = {(ص ، ك) ، (ك ، ص)}
② ب = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص)}
③ جـ = {(ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك)}
④ د = {(ص ، ص)} «حدث أولي»
⑤ هـ = ∅

٧

ف = {ص ، (ك ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك)}
① أ = ف
② ب = {ص ، (ك ، ص) ، (ك ، ك ، ص)}
③ جـ = {(ك ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك)}
④ د = ∅

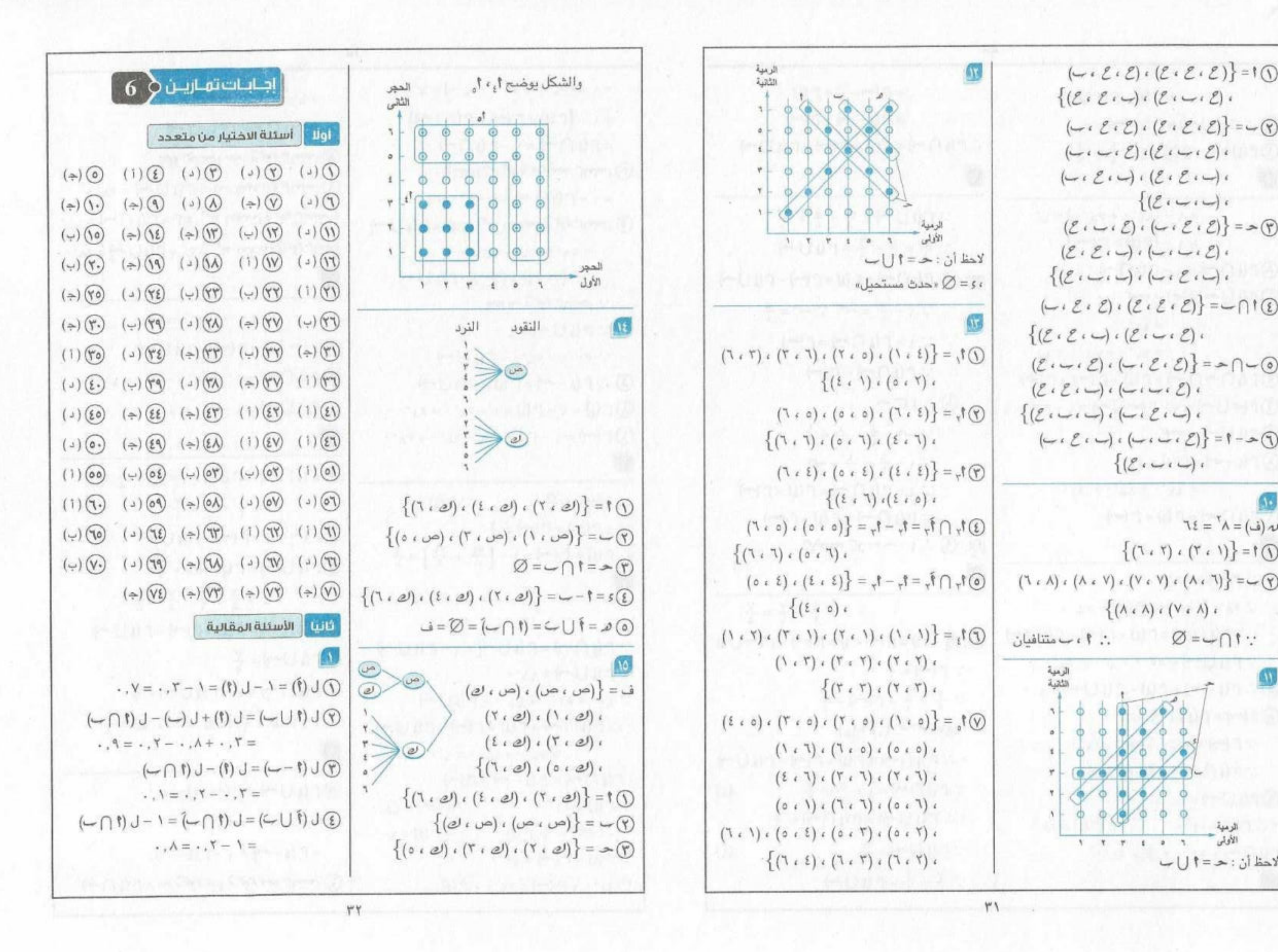
٨

رقم الآحاد — رقم العشرات
١ ← ٢ ، ٣ ، ٤
٢ ← ١ ، ٣ ، ٤
٣ ← ١ ، ٢ ، ٤
٤ ← ١ ، ٢ ، ٣

ف = {٢١ ، ٣١ ، ٤١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤}
① أ = {٢١ ، ٣١ ، ٤١ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٤٣}
② ب = {٣١ ، ٣٢ ، ٣٤ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٤}
③ جـ = أ ∩ ب = {٣١ ، ١٣}
④ د = أ ∪ ب = {٢١ ، ٣١ ، ٤١ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ٣٢ ، ٣٤ ، ١٢ ، ١٤}
⑤ هـ = {١٢ ، ٢٤}

٩

ف = {(ح ، ح ، ح) ، (ح ، ح ، ب) ، (ح ، ب ، ح) ، (ح ، ب ، ب) ، (ب ، ح ، ح) ، (ب ، ح ، ب) ، (ب ، ب ، ح) ، (ب ، ب ، ب)}



١٢ ١) أ = {(ع ، ع ، ع) ، (ع ، ع ، ب) ، (ع ، ب ، ع) ، (ب ، ع ، ع)}

٢) ب = {(ع ، ع ، ع) ، (ع ، ع ، ب) ، (ع ، ب ، ع) ، (ع ، ب ، ب) ، (ب ، ع ، ع) ، (ب ، ع ، ب) ، (ب ، ب ، ع)}

٣) حـ = {(ع ، ع ، ب) ، (ع ، ب ، ع) ، (ع ، ب ، ب) ، (ب ، ع ، ع) ، (ب ، ع ، ب) ، (ب ، ب ، ع)}

٤) أ ∩ ب = {(ع ، ع ، ع) ، (ع ، ع ، ب) ، (ع ، ب ، ع) ، (ب ، ع ، ع)}

٥) ب ∩ حـ = {(ع ، ع ، ب) ، (ع ، ب ، ع) ، (ع ، ب ، ب) ، (ب ، ع ، ع) ، (ب ، ع ، ب) ، (ب ، ب ، ع)}

٦) حـ − أ = {(ع ، ب ، ب) ، (ب ، ع ، ب) ، (ب ، ب ، ع)}

١٠ ن(ف) = ٨^{٢} = ٦٤

١) أ = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٦)}

٢) ب = {(٦ ، ٨) ، (٧ ، ٧) ، (٧ ، ٨) ، (٨ ، ٦) ، (٨ ، ٧) ، (٨ ، ٨)}

∵ أ ∩ ب = ∅ ∴ أ ، ب متنافيان

١١

لاحظ أن : حـ = أ ∪ ب

١٢

لاحظ أن : حـ = أ ∪ ب

، ء = ∅ «حدث مستحيل»

١٣ ١) أ$_{١}$ = {(٤ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٦ ، ٣) ، (٣ ، ٦) ، (٢ ، ٥) ، (١ ، ٤)}

٢) أ$_{٢}$ = {(٤ ، ٦) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ٤) ، (٦ ، ٥) ، (٦ ، ٦)}

٣) أ$_{٣}$ = {(٤ ، ٤) ، (٤ ، ٥) ، (٤ ، ٦) ، (٥ ، ٤) ، (٦ ، ٤)}

٤) أ$_{٢}$ ∩ أَ$_{٣}$ = أ$_{٢}$ − أ$_{٣}$ = {(٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ٥) ، (٦ ، ٦)}

٥) أ$_{٣}$ ∩ أَ$_{٢}$ = أ$_{٣}$ − أ$_{٢}$ = {(٤ ، ٤) ، (٤ ، ٥) ، (٥ ، ٤)}

٦) أ$_{٤}$ = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣)}

٧) أ$_{٥}$ = {(٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٤) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦) ، (٦ ، ١) ، (٦ ، ٢) ، (٦ ، ٣) ، (٦ ، ٤) ، (٦ ، ٥) ، (٦ ، ٦) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥) ، (١ ، ٦) ، (٢ ، ٦) ، (٣ ، ٦) ، (٤ ، ٦)}

إجابات تمارين 6

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ (د)	٢ (د)	٣ (د)	٤ (أ)	٥ (جـ)
٦ (د)	٧ (جـ)	٨ (د)	٩ (جـ)	١٠ (جـ)
١١ (د)	١٢ (ب)	١٣ (جـ)	١٤ (جـ)	١٥ (ب)
١٦ (د)	١٧ (أ)	١٨ (د)	١٩ (جـ)	٢٠ (ب)
٢١ (أ)	٢٢ (ب)	٢٣ (ب)	٢٤ (د)	٢٥ (جـ)
٢٦ (ب)	٢٧ (جـ)	٢٨ (د)	٢٩ (ب)	٣٠ (جـ)
٣١ (جـ)	٣٢ (ب)	٣٣ (جـ)	٣٤ (د)	٣٥ (أ)
٣٦ (أ)	٣٧ (جـ)	٣٨ (د)	٣٩ (ب)	٤٠ (د)
٤١ (أ)	٤٢ (أ)	٤٣ (جـ)	٤٤ (جـ)	٤٥ (د)
٤٦ (أ)	٤٧ (أ)	٤٨ (جـ)	٤٩ (جـ)	٥٠ (د)
٥١ (أ)	٥٢ (ب)	٥٣ (ب)	٥٤ (ب)	٥٥ (أ)
٥٦ (د)	٥٧ (د)	٥٨ (جـ)	٥٩ (د)	٦٠ (أ)
٦١ (أ)	٦٢ (أ)	٦٣ (جـ)	٦٤ (د)	٦٥ (ب)
٦٦ (د)	٦٧ (د)	٦٨ (جـ)	٦٩ (د)	٧٠ (ب)
٧١ (جـ)	٧٢ (جـ)	٧٣ (جـ)	٧٤ (جـ)	

ثانياً الأسئلة المقالية

١ ١) ل (أَ) = ١ − ل (أ) = ١ − ٠,٣ = ٠,٧

٢) ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب) = ٠,٣ + ٠,٨ − ٠,٢ = ٠,٩

٣) ل (أ − ب) = ل (أ) − ل (أ ∩ ب) = ٠,٣ − ٠,٢ = ٠,١

٤) ل (أَ ∪ بَ) = ل (أ ∩ ب)َ = ١ − ل (أ ∩ ب) = ١ − ٠,٢ = ٠,٨

والشكل يوضح أ$_{٤}$ ، أ$_{٥}$

١٤

١) أ = {(ك ، ٢) ، (ك ، ٤) ، (ك ، ٦)}

٢) ب = {(ص ، ١) ، (ص ، ٣) ، (ص ، ٥)}

٣) حـ = أ ∩ ب = ∅

٤) ء = أ − ب = {(ك ، ٢) ، (ك ، ٤) ، (ك ، ٦)}

٥) هـ = أَ ∪ بَ = (أ ∩ ب)َ = ∅َ = ف

١٥ ف = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ١) ، (ك ، ٢) ، (ك ، ٣) ، (ك ، ٤) ، (ك ، ٥) ، (ك ، ٦)}

١) أ = {(ك ، ٢) ، (ك ، ٤) ، (ك ، ٦)}

٢) ب = {(ص ، ص) ، (ص ، ك)}

٣) حـ = {(ك ، ٢) ، (ك ، ٣) ، (ك ، ٥)}

٢

ل(أ ∪ ب) = ٠,٤٥ × $\frac{٥}{٣}$ = ٠,٧٥

، ∵ ل(أ′) = ٠,٤٥ ∴ ل(أ) = ٠,٥٥

① ل(أ ∩ ب) = ٠

∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)

∴ ل(ب) = ٠,٧٥ − ٠,٥٥ = ٠,٢

② ل(ب) = ل(أ ∪ ب) = ٠,٧٥

③ ∵ ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٢

∴ ل(أ ∩ ب) = ٠,٥٥ − ٠,٢ = ٠,٣٥

، ∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

∴ ٠,٧٥ = ٠,٥٥ + ل(ب) − ٠,٣٥

∴ ل(ب) = ٠,٥٥

٣

① ل(أ ∪ حـ) = ل(أ) + ل(حـ)

= ٠,١٢ + ٠,٣٢ = ٠,٤٤

② ل(أ − حـ) = ل(أ) = ٠,١٢

③ ل(أ ∩ ب) = صفر

④ ل(حـ ∩ أ)′ = ١ − ل(حـ ∩ أ) = ١ − صفر = ١

⑤ ل(أ ∪ ب ∪ حـ) = ل(أ) + ل(ب) + ل(حـ)

= ٠,١٢ + ٠,٢٨ + ٠,٣٢

= ٠,٧٢

⑥ ل(أ ∩ ب ∩ حـ) = صفر

⑦ ل(أ ∪ ب)′ = ١ − ل(أ ∪ ب)

= ١ − [ل(أ) + ل(ب)]

= ١ − (٠,١٢ + ٠,٢٨) = ٠,٦

٤

① ل(أ) = ١ − ل(أ′) = ١ − $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{١}{٤}$

② ∵ ل(أ ∩ ب′) = ل(أ − ب)

= ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

∴ $\frac{١}{٨}$ = $\frac{١}{٤}$ − ل(أ ∩ ب)

∴ ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$ (١)

، ∵ ل(أ′ ∩ ب′) = ل(أ ∪ ب)′ = $\frac{٣}{٨}$

∴ ل(أ ∪ ب) = ١ − $\frac{٣}{٨}$ = $\frac{٥}{٨}$ (٢)

، ∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

وبالتعويض من (١) ، (٢)

∴ $\frac{٥}{٨}$ = $\frac{١}{٤}$ + ل(ب) − $\frac{١}{٨}$

∴ ل(ب) = $\frac{١}{٢}$

③ ل(أ′ − ب′) = ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(ب ∩ أ)

= $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٨}$ = $\frac{٣}{٨}$

٥

أولًا: ① ∵ أ ، ب حدثان متنافيان

∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)

∴ ١ − ل(أ ∪ ب)′ = ل(أ) + ل(ب)

∴ ١ − $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٣}$ + س

∴ س = $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{١}{٦}$

② ∵ أ ⊂ ب

∴ ل(أ ∪ ب) = ل(ب)

∴ ١ − ل(أ ∪ ب)′ = ل(ب)

∴ ١ − $\frac{١}{٣}$ = س ∴ س = $\frac{٢}{٣}$

ثانيًا: ∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

∴ $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٤}$ − ل(أ ∩ ب)

∴ ل(أ ∩ ب) = $\frac{٣}{٤}$ − $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١}{١٢}$

٦

∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ل(أ − ب) + ل(ب)

= ل(ب − أ) + ل(أ)

∴ ٠,٢٤ + ل(ب) = ٠,١٥ + ل(أ)

∴ ل(أ) − ل(ب) = ٠,٠٩

، ∵ ل(ب) = $\frac{٤}{٥}$ ل(أ) ∴ $\frac{١}{٥}$ ل(أ) = ٠,٠٩

∴ ل(أ) = ٠,٤٥ ∴ ل(ب) = ٠,٣٦

، ل(أ ∪ ب) = ل(أ − ب) + ل(ب)

= ٠,٢٤ + ٠,٣٦ = ٠,٦

، ∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

∴ ٠,٦ = ٠,٤٥ + ٠,٣٦ − ل(أ ∩ ب)

∴ ل(أ ∩ ب) = ٠,٢١

∴ ل(أ′ ∪ ب′) = ل(أ ∩ ب)′ = ١ − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٧٩

٧

∵ ل(أ) + ل(ب) = ١ − [$\frac{٧}{١٨}$ + $\frac{٧}{١٨}$] = $\frac{٢}{٩}$

∴ ٣ ل(ب) + ل(ب) = $\frac{٢}{٩}$

∴ ل(ب) = $\frac{١}{١٨}$ ∴ ل(أ) = $\frac{١}{٦}$

٨

① ل(ب′) = ١ − ل(ب) = ١ − ٠,٢٥ = ٠,٧٥

② ل(أ′) = ١ − ل(أ) = ١ − ٠,٦٥ = ٠,٣٥

③ ∵ ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

∴ ٠,٠٥ = ٠,٦٥ − ل(أ ∩ ب)

∴ ل(أ ∩ ب) = ٠,٦

∴ احتمال وقوع ب فقط

= ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٧٥ − ٠,٦ = ٠,١٥

④ احتمال وقوع أحدهما على الأكثر = ل(أ ∩ ب)′

= ١ − ل(أ ∩ ب) = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

⑤ احتمال عدم وقوع أي من الحدثين

= ل(أ ∪ ب)′ = ١ − ل(أ ∪ ب)

= ١ − [ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)]

= ١ − (٠,٦٥ + ٠,٧٥ − ٠,٦) = ٠,٢

⑥ احتمال عدم وقوع أ أو وقوع ب = ل(أ′ ∪ ب)

= ل(أ − ب)′ = ١ − ل(أ − ب)

= ١ − ٠,٠٥ = ٠,٩٥

⑦ ل(أ′ ∩ ب) = ل(ب − أ) = ٠,١٥

٩

∵ ١ − ل(أ) = $\frac{١}{٣}$ ل(أ) ∴ ل(أ) = $\frac{٣}{٤}$

∵ ل(أ′ ∪ ب′) = ١ − ل(أ ∩ ب) = $\frac{٥}{٨}$

∴ ل(أ ∩ ب) = $\frac{٣}{٨}$

① ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{٣}{٤}$ + $\frac{١}{٢}$ − $\frac{٣}{٨}$ = $\frac{٧}{٨}$

② ل(أ ∩ ب)′ = ل(أ′ ∪ ب′) = $\frac{٥}{٨}$

③ ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٢}$ − $\frac{٣}{٨}$ = $\frac{١}{٨}$

④ ل(أ ∪ ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{٧}{٨}$ − $\frac{٣}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

١٠

① ل(أ ∩ ب) = ١ − ٠,٨ = ٠,٢

② ل(أ ∪ ب) = ٠,٥ + ٠,٦ − ٠,٢ = ٠,٩

③ ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٦ − ٠,٢ = ٠,٤

١١

احتمال وقوع أحدهما على الأكثر = ل(أ ∩ ب)′ = ٠,٧٥

، احتمال وقوع أحدهما على الأقل = ل(أ ∪ ب) = ٠,٦

① احتمال وقوعهما معًا = ل(أ ∩ ب) = ٠,٢٥

② احتمال وقوع أحد الحدثين فقط

= ل(أ ∪ ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٦ − ٠,٢٥ = ٠,٣٥

③ ∵ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

∴ ٠,٦ = ل (أ) + ٣/٢ ل (أ) − ٠,٢٥

∴ ٥/٢ ل (أ) = ٠,٨٥ ∴ ل (أ) = ٠,٣٤

∴ احتمال وقوع ب أو عدم وقوع أ

= ل (ب ∪ أ̄) = ل (أ − ب)̄ = ١ − ل (أ − ب)

= ١ − [ل (أ) − ل (أ ∩ ب)]

= ١ − (٠,٣٤ − ٠,٢٥) = ٠,٩١

١٢

∵ ل (أ) = ٢ ل (ب) ، ل (ب) = ٢ ل (ج)

، ∵ ف = {أ ، ب ، ج}

∴ ل (أ) + ل (ب) + ل (ج) = ١

∴ ٢ ل (ب) + ل (ب) + ١/٢ ل (ب) = ١

∴ ل (ب) = ٢/٧

① ل (أ) = ٤/٧ ② ل (ج) = ١/٧

③ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) = ٤/٧ + ٢/٧ = ٦/٧

④ ل (ب ∩ ج) = صفر

١٣

① ل (أ١) = ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= ٢/٥ + ١/٤ − ١/١٠ = ١١/٢٠

② ل (أ٢) = ل (ب − أ) = ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= ١/٤ − ١/١٠ = ٣/٢٠

③ ل (أ٣) = ل (أ̄١) = ١ − ١١/٢٠ = ٩/٢٠

④ ل (أ٤) = ل (أ ∩ ب)̄ = ١ − ل (أ ∩ ب)

= ١ − ١/١٠ = ٩/١٠

⑤ ل (أ٥) = ل (أ ∪ ب) − ل (أ ∩ ب)

= ١١/٢٠ − ١/١٠ = ٩/٢٠

١٤

بفرض أن احتمال نجاحه فى التاريخ = ل (أ) = ٠,٤

، احتمال نجاحه فى اللغة العربية = ل (ب) = ٠,٤٥

∴ ل (أ ∩ ب) = ٠,١٨

① احتمال نجاحه فى التاريخ فقط

= ل (أ − ب) = ل (أ) − ل (أ ∩ ب)

= ٠,٤ − ٠,١٨ = ٠,٢٢

② ∵ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= ٠,٤ + ٠,٤٥ − ٠,١٨

= ٠,٦٧

∴ احتمال رسوبه فى المادتين معًا

= ل (أ ∪ ب)̄ = ١ − ل (أ ∪ ب)

= ١ − ٠,٦٧ = ٠,٣٣

③ احتمال نجاحه فى مادة واحدة على الأكثر

= ل (أ ∩ ب)̄ = ١ − ل (أ ∩ ب)

= ١ − ٠,١٨ = ٠,٨٢

④ احتمال نجاحه فى إحدى المادتين على الأقل

= ل (أ ∪ ب) = ٠,٦٧

⑤ احتمال عدم نجاحه فى المادتين معًا

= ل (أ ∩ ب)̄ = ٠,٨٢

١٥

بفرض أ حدث نجاح حسن فى الرياضيات

، ب حدث نجاح حسن فى الفيزياء

، ∵ ل (أ ∪ ب) = ٠,٨٨

∴ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

∴ ٠,٨٨ = ٠,٧٢ + ٠,٦٣ − ل (أ ∩ ب)

∴ ل (أ ∩ ب) = ٠,٤٧

① احتمال النجاح فى كلا الاختبارين = ٠,٤٧

② احتمال النجاح فى أحد الاختبارين على الأكثر

= ل (أ ∩ ب)̄ = ١ − ل (أ ∩ ب) = ٠,٥٣

③ احتمال النجاح فى أحد الاختبارين دون الآخر

= ل (أ ∪ ب) − ل (أ ∩ ب)

= ٠,٨٨ − ٠,٤٧ = ٠,٤١

④ احتمال الرسوب فى كلا الاختبارين

= ل (أ ∪ ب)̄ = ١ − ل (أ ∪ ب)

= ١ − ٠,٨٨ = ٠,١٢

١٦

بفرض احتمال ظهور عدد زوجى = س

∴ احتمال ظهور عدد فردى = ٣ س

، ∵ ل (١) + ل (٢) + ل (٣) + ل (٤) + ل (٥) + ل (٦) = ١

∴ ٣ س + س + ٣ س + س + ٣ س + س = ١

∴ س = ١/١٢

∴ ل (١) = ل (٣) = ل (٥) = ٣/١٢ = ١/٤

، ل (٢) = ل (٤) = ل (٦) = ١/١٢

① أ = {٣ ، ٥}

∴ ل (أ) = ل (٣) + ل (٥) = ١/٤ + ١/٤ = ١/٢

② ب = {١ ، ٢}

∴ ل (ب) = ل (١) + ل (٢) = ١/٤ + ١/١٢ = ١/٣

③ ج = {٤ ، ٦}

∴ ل (ج) = ل (٤) + ل (٦) = ١/١٢ + ١/١٢ = ١/٦

١٧

∵ احتمال ظهور أى عدد على الوجه العلوى

= ك × العدد نفسه

∴ ل (١) = ك ، ل (٢) = ٢ ك ، ل (٣) = ٣ ك

، ل (٤) = ٤ ك ، ل (٥) = ٥ ك ، ل (٦) = ٦ ك

، ∵ ل (١) + ل (٢) + ل (٣) + ل (٤)

+ ل (٥) + ل (٦) = ١

∴ ك + ٢ ك + ٣ ك + ٤ ك + ٥ ك + ٦ ك = ١

∴ ٢١ ك = ١ ∴ ك = ١/٢١

① ل (أ) = ل (١) + ل (٣) + ل (٥)

= ١/٢١ + ٣/٢١ + ٥/٢١ = ٣/٧

② ل (ب) = ١ − ل (أ) = ١ − ٣/٧ = ٤/٧

③ ل (ج) = ل (٣) + ل (٥) = ٣/٢١ + ٥/٢١ = ٨/٢١

④ ل (د) = ل (١) + ل (٢) + ل (٤) + ل (٥)

= ١/٢١ + ٢/٢١ + ٤/٢١ + ٥/٢١ = ٤/٧

١٨

بفرض أ يرمز للفوز فى الذهاب ، ب للفوز فى الأياب

معنى تصريح المدرب أن :

ل (أ ∪ ب) = ٠,٩ + ٠,٧ − ٠,٥ = ١,١

، ١,١ ∉ [٠ ، ١] لا يتفق مع مفهوم الاحتمال

١٩

① ∵ أ ، ب حدثان متنافيان

∴ ل (أ ∩ ب) = صفر

∴ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب)

∴ ٦ س − ٠,٤ = س + ١ − ٤ س

∴ ٩ س = ١,٤ ∴ س = ٧/٤٥

② ∵ أ ⊂ ب

∴ ل (أ ∪ ب) = ل (ب)

∴ ٦ س − ٠,٤ = ١ − ٤ س

∴ ١٠ س = ١,٤ ∴ س = ٠,١٤

③ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

∴ ٦ س − ٠,٤ = س + ١ − ٤ س − ٤/٥ س

∴ ٩ ٤/٥ س = ١,٤ ∴ س = ١/٧

٢٠

∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

∴ ٠,٥٨ = ل(أ) + ل(ب) − ٠,١٢

∴ ل(أ) + ل(ب) = ٠,٧

∴ ل(ب) = ٠,٧ − ل(أ)

، ∵ ل(أ) × ل(ب) = ل(أ ∩ ب)

∴ ل(أ) × ل(ب) = ٠,١٢

∴ ل(أ) [٠,٧ − ل(أ)] = ٠,١٢

∴ $(ل(أ))^{٢}$ − ٠,٧ ل(أ) + ٠,١٢ = ٠

∴ (ل(أ) − ٠,٣)(ل(أ) − ٠,٤) = ٠

∴ ل(أ) = ٠,٣ ومنها ل(ب) = ٠,٤

أو ل(أ) = ٠,٤ ومنها ل(ب) = ٠,٣

٢١

ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

① ل(أ) = $\frac{١}{٦}$ ② ل(ب) = $\frac{٥}{٦}$

③ ح = {٣، ٤، ٥، ٦} ∴ ل(ح) = $\frac{٤}{٦}$ = $\frac{٢}{٣}$

④ ء = {٥، ٦، ١، ٢} ∴ ل(ء) = $\frac{٤}{٦}$ = $\frac{٢}{٣}$

⑤ هـ = ∅ ∴ ل(هـ) = صفر

⑥ و = {١، ٢، ٣، ٦} ∴ ل(و) = $\frac{٤}{٦}$ = $\frac{٢}{٣}$

⑦ ن = {٣} ∴ ل(ن) = $\frac{١}{٦}$

٢٢

(أ)

① أ = {٩، ١١، ١٣} ∴ ل(أ) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

② ب = {١١، ١٢} ∴ ل(ب) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

③ ح = {٨، ١٠، ١٢} ∴ ل(ح) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

④ ء = {١٣} ∴ ل(ء) = $\frac{١}{٦}$

⑤ هـ = {١٠، ١١، ١٢، ١٣}

∴ ل(هـ) = $\frac{٤}{٦}$ = $\frac{٢}{٣}$

⑥ و = {٨، ٩} ∴ ل(و) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

(ب) ل(أ ∪ ح)

= ل({٩، ١١، ١٣، ٨، ١٠، ١٢}) = ١

، ل(هـ ∪ و) = ١

، ل(ب ∩ ء) = ل({١٣}) = $\frac{١}{٦}$

٢٣

① أ = {٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥، ١٨، ٢١، ٢٤، ٢٧، ٣٠}

∴ ل(أ) = $\frac{١٠}{٣٠}$ = $\frac{١}{٣}$

② ب = {٥، ١٠، ١٥، ٢٠، ٢٥، ٣٠}

∴ ل(ب) = $\frac{٦}{٣٠}$ = $\frac{١}{٥}$

③ ح = أ ∩ ب = {١٥، ٣٠}

∴ ل(ح) = $\frac{٢}{٣٠}$ = $\frac{١}{١٥}$

④ ء = أ ∪ ب

∴ ل(ء) = ل(أ ∪ ب)

= ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٣}$ + $\frac{١}{٥}$ − $\frac{١}{١٥}$ = $\frac{٧}{١٥}$

⑤ هـ = {٦، ١٢، ١٨، ٢٤، ٣٠}

∴ ل(هـ) = $\frac{٥}{٣٠}$ = $\frac{١}{٦}$

⑥ و = {١، ٢٧} ∴ ل(و) = $\frac{٢}{٣٠}$ = $\frac{١}{١٥}$

⑦ ن = {٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣}

∴ ل(ن) = $\frac{٦}{٣٠}$ = $\frac{١}{٥}$

⑧ ع = {٢، ٣، ١٢، ١٣، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠}

∴ ل(ع) = $\frac{١٥}{٣٠}$ = $\frac{١}{٢}$

٢٤

① ل($أ_{١}$) = $\frac{١٥ + ٢٥}{٥٠}$ = $\frac{٤٠}{٥٠}$ = ٠,٨

② ل($أ_{٢}$) = $\frac{٧}{٥٠}$ = ٠,١٤

③ ل($أ_{٣}$) = $\frac{\text{٨ بيضاء + ٨ حمراء + ٨ زرقاء}}{٥٠}$

= $\frac{٢٤}{٥٠}$ = ٠,٤٨

④ ل($أ_{٤}$) = $\frac{\text{١٢ بيضاء + ١٢ حمراء + ١٠ زرقاء}}{٥٠}$

= $\frac{٣٤}{٥٠}$ = ٠,٦٨

⑤ ل($أ_{٥}$) = $\frac{\text{١٢ بيضاء + ٢ حمراء}}{٥٠}$ = $\frac{١٤}{٥٠}$ = ٠,٢٨

⑥ ل($أ_{٦}$) = $\frac{\text{١٥ بيضاء + ١٠ حمراء + ٥ زرقاء}}{٥٠}$

= $\frac{٣٠}{٥٠}$ = ٠,٦

٢٥

ف = {(س، س، س)، (س، س، ع)

، (س، ع، س)، (س، ع، ع)

، (ع، س، س)، (ع، س، ع)

، (ع، ع، س)، (ع، ع، ع)}

① ل(أ) = $\frac{٧}{٨}$ ② ل(ب) = $\frac{٦}{٨}$ = $\frac{٣}{٤}$

③ ل(ح) = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$ ④ ل(ء) = $\frac{٢}{٨}$ = $\frac{١}{٤}$

٢٦

ف = {(ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)

، (ص، ك، ص)، (ص، ك، ك)

، (ك، ص، ص)، (ك، ص، ك)

، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)}

① أ = {(ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)

، (ص، ك، ص)، (ك، ص، ص)}

∴ ل(أ) = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

② ب = {(ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)

، (ك، ص، ص)}

∴ ل(ب) = $\frac{٣}{٨}$

③ ح = {(ص، ك، ك)، (ك، ص، ك)

، (ك، ك، ص)}

∴ ل(ح) = $\frac{٣}{٨}$

④ ء = {(ص، ك، ص)، (ص، ك، ك)}

∴ ل(ء) = $\frac{٢}{٨}$ = $\frac{١}{٤}$

⑤ هـ = {(ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)

، (ك، ص، ص)}

∴ ل(هـ) = $\frac{٣}{٨}$

⑥ و = {(ص، ص، ص)، (ص، ك، ك)

، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)}

∴ ل(و) = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

⑦ نَ = {(ص، ص، ص)} ∴ ل(نَ) = $\frac{٧}{٨}$

٢٧

ف = {(ص، ١)، (ص، ٢)، (ص، ٣)

، (ص، ٤)، (ص، ٥)، (ص، ٦)

، (ك، ١)، (ك، ٢)، (ك، ٣)، (ك، ٤)

، (ك، ٥)، (ك، ٦)}

① أ = {(ك، ١)، (ك، ٣)، (ك، ٥)}

∴ ل(أ) = $\frac{٣}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$

② ب = {(ص، ١)، (ص، ٤)، (ص، ٦)

، (ك، ١)، (ك، ٤)، (ك، ٦)}

∴ ل(ب) = $\frac{٦}{١٢}$ = $\frac{١}{٢}$

③ ح = {(ص، ١)، (ص، ٢)، (ص، ٣)

، (ص، ٤)، (ص، ٥)، (ص، ٦)}

∴ ل(ح) = $\frac{٦}{١٢}$ = $\frac{١}{٢}$

④ ء = {(ك، ١)، (ك، ٢)، (ك، ٣)

، (ك، ٤)، (ك، ٥)، (ك، ٦)

، (ص، ١)، (ص، ٢)}

∴ ل(ء) = $\frac{٨}{١٢}$ = $\frac{٢}{٣}$

⑤ هـ = {(هـ ، ١) ، (هـ ، ٢)}

∴ ل(هـ) = $\frac{٢}{١٢} = \frac{١}{٦}$

٢٨

أ = {(ص ، ٢) ، (ص ، ٣) ، (ص ، ٥)}

ب = {(ص ، ٢) ، (ص ، ٤) ، (ص ، ٦) ، (ك ، ٢) ، (ك ، ٤) ، (ك ، ٦)}

∴ ل(أ) = $\frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$ ، ل(ب) = $\frac{١}{٢}$

∵ أ ∩ ب = {(ص ، ٢)} ∴ ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٢}$

① ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٢} - \frac{١}{١٢} = \frac{٢}{٣}$

② ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٢}$

③ ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢} - \frac{١}{١٢} = \frac{٥}{١٢}$

④ ل(أ ∪ ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{٢}{٣} - \frac{١}{١٢} = \frac{٧}{١٢}$

٢٩

ف = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٦) ، (٦ ، ٢) ، (٦ ، ٤) ، (٦ ، ٦)}

أ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦)}

ب = {(٢ ، ٤) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٦) ، (٦ ، ٤)}

① أ ∩ ب = {(٢ ، ٤)}

∴ ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٩}$

② أ ∪ ب = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٦) ، (٦ ، ٤)}

∴ ل(أ ∪ ب) = $\frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

③ ل(أَ ∩ بَ) = ل(أ ∪ ب)َ = ١ − ل(أ ∪ ب)

= ١ − $\frac{٢}{٣} = \frac{١}{٣}$

٣٠

① أ = {(٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٥) ، (٤ ، ٦)}

∴ ل(أ) = $\frac{١}{٦}$

② ب = {(٢ ، ٦) ، (٦ ، ٢) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٣) ، (٤ ، ٤)}

∴ ل(ب) = $\frac{٥}{٣٦}$

③ جـ = {(١ ، ٤) ، (٤ ، ١) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (١ ، ١)}

∴ ل(جـ) = $\frac{١٠}{٣٦} = \frac{٥}{١٨}$

④ د = {(١ ، ٥) ، (٥ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٤ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٦ ، ٦)}

∴ ل(د) = $\frac{١}{٦}$

⑤ هـ = {(١ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٤ ، ٢) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٣) ، (٤ ، ٦) ، (٦ ، ٤) ، (١ ، ٤) ، (٤ ، ١) ، (٢ ، ٥) ، (٥ ، ٢) ، (٣ ، ٦) ، (٦ ، ٣) ، (١ ، ٦) ، (٦ ، ١)}

∴ ل(هـ) = $\frac{١٦}{٣٦} = \frac{٤}{٩}$

⑥ و = {(٣ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٣) ، (٣ ، ٦) ، (٦ ، ٣)}

∴ ل(و) = $\frac{١١}{٣٦}$

⑦ ن = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٦) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٦) ، (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٤) ، (٥ ، ٦)}

∴ ل(ن) = $\frac{٩}{٣٦} = \frac{١}{٤}$

٣١

ف = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٥) ، (٦ ، ٢) ، (٦ ، ٤) ، (٦ ، ٥)}

① أ = {(١ ، ٥) ، (٣ ، ٥)} ∴ ل(أ) = $\frac{٢}{٩}$

② ب = {(٣ ، ٤) ، (٣ ، ٥) ، (٦ ، ٢) ، (٦ ، ٤) ، (٦ ، ٥)}

∴ ل(ب) = $\frac{٥}{٩}$

③ جـ = {(١ ، ٥) ، (٣ ، ٥) ، (٦ ، ٢) ، (٦ ، ٤)}

∴ ل(جـ) = $\frac{٤}{٩}$

٣٢

ف = {١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ، ٢١ ، ٣١ ، ٤١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤}

① أ = {٣١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠}

∴ ل(أ) = $\frac{١٢}{١٦} = \frac{٣}{٤}$

② ب = {٣٢ ، ٢٣} ∴ ل(ب) = $\frac{٢}{١٦} = \frac{١}{٨}$

③ جـ = {١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٢١ ، ٣١ ، ٢٤ ، ٣٤}

∴ ل(جـ) = $\frac{١٢}{١٦} = \frac{٣}{٤}$

٣٣

① ∵ ل(أ) = $\frac{١٣}{٢٤}$

، ∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

∴ $\frac{٥}{٩} = \frac{١٣}{٢٤} + \frac{٥}{١٢}$ − ل(أ ∩ ب)

∴ ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$

∴ احتمال وقوع الحدثين أ ، ب معًا = $\frac{١}{٨}$

② احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر

= ل(أ ∪ ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{٥}{٩} - \frac{١}{٨} = \frac{١٧}{٢٤}$

③ ل(أَ ∪ بَ) = ل(أ ∩ ب)َ = ١ − ل(أ ∩ ب) = $\frac{٧}{٨}$

٣٤

فلسفة | تاريخ
١٠ | ٢٠ | ٤
٦

① ل(ناجح فى الفلسفة) = $\frac{٣٠}{٤٠} = \frac{٣}{٤}$

② ل(ناجح فى التاريخ) = $\frac{٢٤}{٤٠} = \frac{٣}{٥}$

③ ل(ناجح فى أحد الامتحانين على الأقل)

= $\frac{١٠ + ٢٠ + ٤}{٤٠} = \frac{١٧}{٢٠}$

④ ل(راسب فى التاريخ) = $\frac{١٠ + ٦}{٤٠} = \frac{٢}{٥}$

⑤ ل(راسب فى الفلسفة والتاريخ) = $\frac{٦}{٤٠} = \frac{٣}{٢٠}$

٣٥

نفرض الهلال «هـ» ، والنجمة «ع»

∴ ل(هـ) = $\frac{٤٠}{٦٠} = \frac{٢}{٣}$ ، ل(ع) = $\frac{٢٨}{٦٠} = \frac{٧}{١٥}$

، ل(هـ ∪ ع)َ = $\frac{٨}{٦٠} = \frac{٢}{١٥}$

① ل(أحد الناديين على الأقل) = ل(هـ ∪ ع)

= ١ − $\frac{٢}{١٥} = \frac{١٣}{١٥}$

② ∵ ل(هـ ∪ ع) = ل(هـ) + ل(ع) − ل(هـ ∩ ع)

∴ $\frac{١٣}{١٥} = \frac{٢}{٣} + \frac{٧}{١٥}$ − ل(هـ ∩ ع)

∴ ل(الناديين معًا) = ل(هـ ∩ ع)

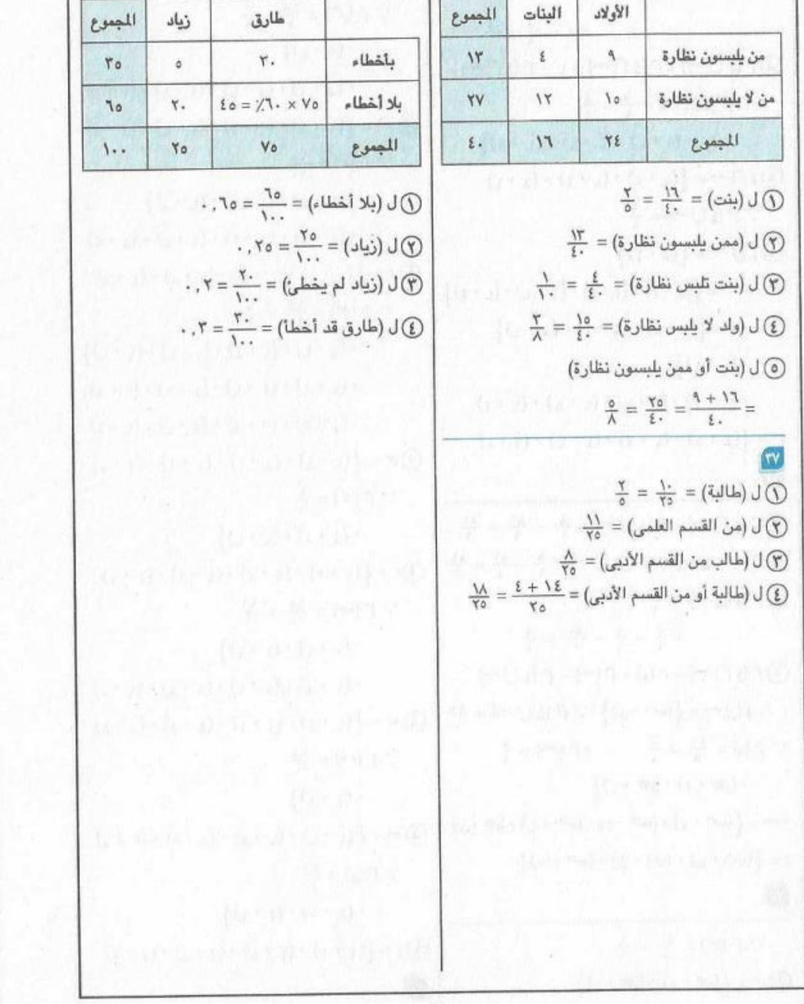
= $\frac{٢}{٣} + \frac{٧}{١٥} - \frac{١٣}{١٥} = \frac{٤}{١٥}$

③ ل(الهلال فقط) = ل(هـ − ع)

= ل(هـ) − ل(هـ ∩ ع) = $\frac{٢}{٣} - \frac{٤}{١٥} = \frac{٢}{٥}$

④ ل(أحد الناديين فقط) = ل(هـ ∪ ع) − ل(هـ ∩ ع)

= $\frac{١٣}{١٥} - \frac{٤}{١٥} = \frac{٣}{٥}$



٣٦

	الأولاد	البنات	المجموع
من يلبسون نظارة	٩	٤	١٣
من لا يلبسون نظارة	١٥	١٢	٢٧
المجموع	٢٤	١٦	٤٠

① ل (بنت) = $\frac{١٦}{٤٠} = \frac{٢}{٥}$

② ل (ممن يلبسون نظارة) = $\frac{١٣}{٤٠}$

③ ل (بنت تلبس نظارة) = $\frac{٤}{٤٠} = \frac{١}{١٠}$

④ ل (ولد لا يلبس نظارة) = $\frac{١٥}{٤٠} = \frac{٣}{٨}$

⑤ ل (بنت أو ممن يلبسون نظارة)

$= \frac{١٦ + ٩}{٤٠} = \frac{٢٥}{٤٠} = \frac{٥}{٨}$

٣٧

① ل (طالبة) = $\frac{١٠}{٢٥} = \frac{٢}{٥}$

② ل (من القسم العلمى) = $\frac{١١}{٢٥}$

③ ل (طالب من القسم الأدبى) = $\frac{٨}{٢٥}$

④ ل (طالبة أو من القسم الأدبى) = $\frac{١٤ + ٤}{٢٥} = \frac{١٨}{٢٥}$

٣٨

	طارق	زياد	المجموع
بأخطاء	٣٠	٥	٣٥
بلا أخطاء	٧٥ × ٦٠٪ = ٤٥	٢٠	٦٥
المجموع	٧٥	٢٥	١٠٠

① ل (بلا أخطاء) = $\frac{٦٥}{١٠٠}$ = ٠,٦٥

② ل (زياد) = $\frac{٢٥}{١٠٠}$ = ٠,٢٥

③ ل (زياد لم يخطئ) = $\frac{٢٠}{١٠٠}$ = ٠,٢

④ ل (طارق قد أخطأ) = $\frac{٣٠}{١٠٠}$ = ٠,٣